

**Lietuvos moksleivių 52-osios fizikos olimpiados XII klasės
užduočių sprendimai**

1. Nuo spindulio R rutulio viršaus be trinties slysta žemyn tašelis.

- 1) **Paaišinkite, kodėl tašelis atitrūks nuo rutulio paviršiaus dar nepasiekęs horizontalaus diametro.**
- 2) **Kokiu atstumu nuo rutulio įtvirtinimo taško nukris tašelis?**

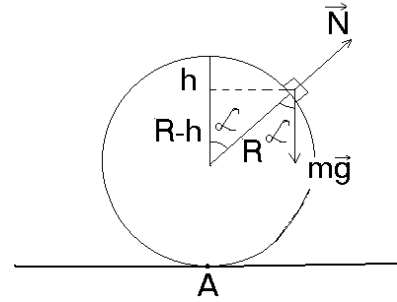
Tašelį veikia tik dvi jėgos $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$.
Projektuojame taško O kryptimi

$$mg \cos \alpha - N = m \frac{v^2}{R}.$$

Tašelis atitrūks, kai $N=0$.

Tašeliui judant žemyn $\frac{mv^2}{R}$ didėja, o $mg \cos \alpha$ mažėja,

artėdamas į nulį, kai $\alpha=90^\circ$. Tam, kad $\frac{mv^2}{R}$ visą laiką didėtų, skirtumas ($mg \cos \alpha - N$) taip pat turi didėti, išlikdamas teigiamu dydžiu. Taigi N turi mažėti greičiau negu $mg \cos \alpha$ ir turi virsti nuliu ankščiau negu α bus lygus 90° .

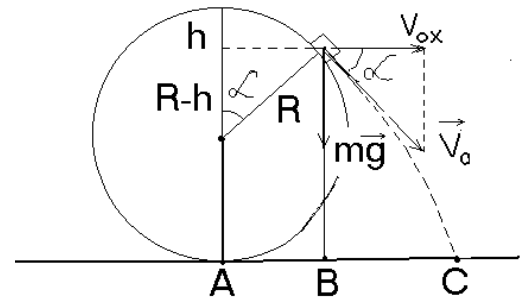


Norėdami rasti atitrūkimo vietą turime žinoti v . Jį rasime iš energijos tvermės dėsnio

$$mgh = \frac{mv^2}{2}, \quad v^2 = 2gh.$$

Kai $N=0$, $g \cos \alpha = \frac{2gh}{R}$, kadangi $\cos \alpha = \frac{R-h}{R}$,

$$\text{tai } h = \frac{R}{3}$$



Norint apskaičiuoti atstumą $AC=AB+BC$ reikia sužinoti kritimo laiką t , nes $BC = v_{ox}t$.

$$t = \sqrt{\frac{2(2R)}{g}} - \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{\frac{R}{g}} - \sqrt{\frac{2R}{g}}.$$

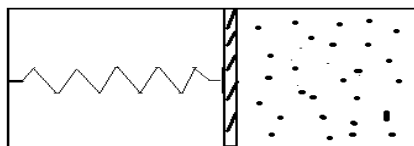
$$t = \sqrt{\frac{100R}{27g}} - \sqrt{\frac{10R}{27g}}$$

$$BC = v_{ox}t \cos \alpha, \quad (\cos \alpha = 2/3). \quad BC = R \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\sqrt{\frac{100}{27}} - \sqrt{\frac{10}{27}} \right) = 0.715R.$$

$$AB = R \sin \alpha = R \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3} R = 0.745R.$$

$$AC = 1.46R$$

2. Cilindro formos uždaramame plonasieniame horizontaliame inde yra plonas masyvus stūmoklis. Vienoje cilindro dalyje yra dujos, o kitoje - spyruoklė vakuume. Stūmoklis paslenkamas nuo pusiausvyros padėties atstumu x , žymiai mažesniu negu dujų užimtos dalies ilgis ir paleidžiamas. Per kiek laiko stūmoklis grįš į pusiausvyros padėtį? Stūmoklio masė- M , spyruoklės standumo koeficientas – k , o nedeformuotos spyruoklės ilgis sutampa su indo ilgiu. Dujose vykstančius procesus laikykite izoterminiais.



Įvedame žymėjimus: S – cilindro skerspjūvio plotas, L – dujų užimtos dalies ilgis, P - dujų slėgis. Pradžioje reikia suprasti, kaip judės stūmoklis. Tam reikia nustatyti, kokios jėgos veikia stūmoklį. Pradžioje nagrinėsime pusiausvyros atvejį, kai dujų slėgio jėga yra lygi spyruoklės stangrumo jėgai. $F_p = F_k$, $F_p = SP$, $F_k = kL$, nes spyruoklės deformacija lygi L .

$$F_p - F_k = 0. \text{ Iš čia gauname } k = \frac{SP}{L}.$$

Pasislinkus stūmokliui atsiranda jėga, gražinanti jį į pradinę padėtį.

$$F = F_p' - F_k'. \text{ Sakykime stūmoklis buvo paslinktas į dešinę. Tada,}$$

$$F_p' = SP', \quad PV = P'V', \quad \frac{V}{V'} = \frac{L}{L-x}, \quad F_p' = SP \frac{L}{L-x}.$$

$$F_k' = k(L-x). \quad F = SP \frac{L}{L-x} - k(L-x), \quad F = SP + SP \frac{x}{L-x} - kL + kx,$$

$$F = F_p + SP \frac{x}{L-x} - F_k + kx, \quad F = SP \frac{x}{L-x} + kx. \text{ Kadangi } x \ll L, \quad F = \left(\frac{SP}{L} + k \right) x.$$

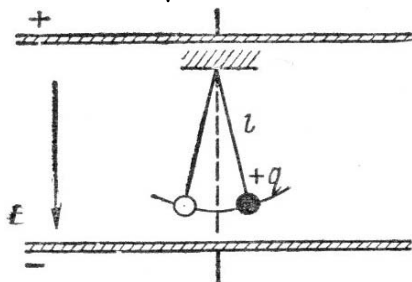
T. y. gražinančios jėgos dydis yra tiesiog proporcingas nukrypimui. Vadinasi, stūmoklis svyruos harmoniškai ir tam, kad grįžtų į pradinę padėtį, jam reikės ketvirčio periodo:

$$t = \frac{1}{4} 2\pi \sqrt{\frac{M}{\frac{SP}{L} + k}}. \quad t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{M}{2k}}.$$

3. Svyruoklę sudaro masės m įelektrintas teigiamu krūvių $+q$ rutuliukas, pakabintas ant l ilgio netampraus siūlo. Koks bus svyravimo periodas, patalpinus svyruoklę į vienalytį elektrinį lauką \vec{E} tarp kondensatoriaus plokščių: a) kai plokštės orientuotos horizontaliai, b) kai plokštės orientuotos vertikaliai? Koks bus naujos pusiausvyros padėties kampas su vertikale?

Esant mažiems atsilenkimo kampams α nuo pusiausvyros padėties, ilgio l svyruoklės periodas

$$\text{yra: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (1)$$

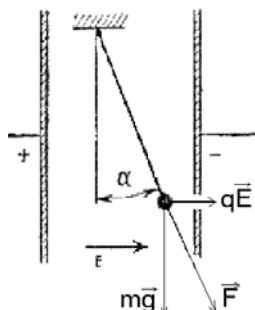


Patalpinus svyruoklę tarp horizontalių kondensatoriaus plokščių, atsiranda papildoma jėga $q\vec{E}$, nukreipta ta pačia kryptimi kaip ir $m\vec{g}$.

Periodą galima gauti tiesiog išraiškoje (1) vietoj g įrašę efektinį pagreitį $g + \frac{qE}{m}$. Taigi

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{qE}{m}}}$$

Pusiausvyros padėtis lieka nepakitusi.



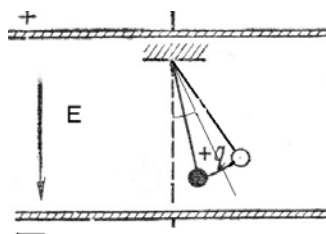
Patalpinus svyruoklę tarp vertikalių kondensatoriaus plokščių atsiranda papildoma jėga $q\vec{E}$, nukreipta statmenai $m\vec{g}$. To pasekoje pasikeičia pusiausvyros padėtis, kurią nustato sąryšis $tg\alpha = \frac{qE}{mg}$.

Efektinis pagreitis bus nukreiptas naujos pusiausvyros padėties kryptimi.

Jo didumas bus $\sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}$. Rutuliukas svyruos apie naują

pusiausvyros padėtį periodu

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}}}$$



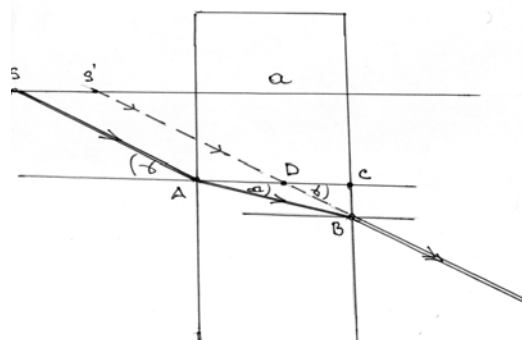
4. *Gludžiamuoju lęšiu su 30 cm židinio nuotoliu ekrane gaunamas ryškus vaizdas daikto, esančio 40 cm atstumu nuo lęšio. Tarp lęšio ir daikto statmenai lęšio optinei ašiai pastatome 9 cm storio stiklo plokštelę. Kokių atstumų reikia pastumti ekraną, kad vėl gautume ryškų vaizdą? Stiklo lūžio rodiklis $n=1,8$.*

Pasinaudosime plonojo lęšio formule $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$,

kur F -lęšio židinytis, d - daikto atstumas nuo lęšio, f -atvaizdo atstumas nuo lęšio. Pirmiausia rasime kokių atstumų nuo lęšio stovi ekranas, kai jame matosi ryškus vaizdas daikto, esančio

40 cm. atstumu nuo lęšio $f = \frac{fd}{d-f} = 120\text{cm}$.

Pastačius stiklo plokštelę spindulių eiga pasikeičia.



$$BC = AC \operatorname{tg}\beta, \quad DC = AC \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha},$$

$$BC = DC \operatorname{tg}\alpha$$

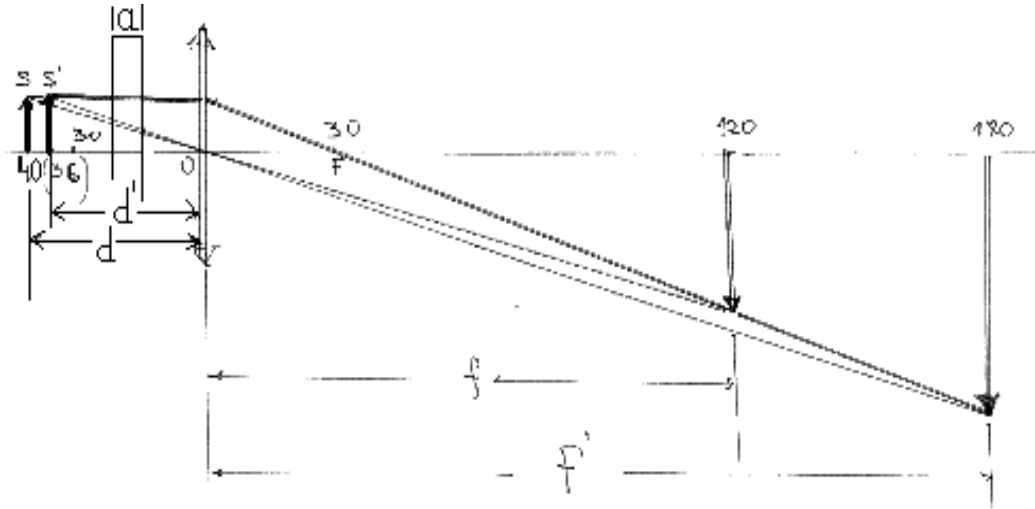
$$SS' = AD = AC - DC = a \left(1 - \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} \right) \text{ Kai kampai maži } \operatorname{tg}\varphi \approx \sin\varphi$$

$$\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} \approx \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{1}{n}, \quad SS' = a \left(1 - \frac{1}{n} \right);$$

Pastačius stiklo plokštelę daikto atstumas iki lęšio “ sumažėja” dydžiu $SS' = \Delta d = 4 \text{ cm}$.
 Tuomet $d' = d - \Delta d = 36 \text{ cm}$.

Daikto vaizdas bus vėl ryškiai matomas pastačius ekraną atstume $f' = \frac{fd'}{d' - f} = 180 \text{ cm}$.

Taigi, ekraną reikia pastumti 60 cm į dešinę (pagal brėžinį).



5. **Televizijos žiūrovas, gaunantis signalą iš stacionaraus ryšio palydovo, maitinamo saulės baterija, pastebėjo, kad tam tikru metų ir paros laiku signalas kartais laikinai nutrūksta. Paaiškinkite kodėl, kokių metų ir paros laiku tai įvyksta.**

Ryšio palydovas yra maitinamas saulės baterijomis. Jo orbitos spindulys yra maždaug 6,6 karto didesnis negu Žemės spindulys ir yra Žemės pusiaujo plokštumoje. Kadangi Žemės sukimosi ašis nėra statmena Žemės sukimosi aplink Saulę plokštumai, palydovas beveik visa laiką yra apšviečiamas Saulės ir gali dirbti. Išimtis yra laikas apie pavasario ir rudens lygiadienį, kai Saulė yra labai arti Žemės pusiaujo plokštumos. Tokiu metų laiku, arti vidurnakčio, stacionarus palydovas patenka į Žemės šešėlį ir tam laikui, taupydamas akumuliatorių energiją, nustoja siųsti signalą.

Eksperimentinis uždavinys 12 klasei

Rasti: nuolatinės srovės šaltinio elektrovarą ir jo vidaus varžą. Gautas vertes palyginkite su vertėmis, gautomis grafiniu metodu. Įvertinkite matavimo paklaidas.

Priemonės: nuolatinės srovės šaltinis, 2 jungtukai, miliampermetras (0-5mA; vidaus varža nežinoma), reochordas ($R/l = 4,44 \Omega/m$), etaloninis rezistorius, nežinomos varžos rezistorius, laidų komplektas (varžos nepaisyti).

Sprendimas

1. Sujungiame grandinę (Vinstono tiltelis) pagal pateiktą schemą (pav.1). Įjungus jungiklį J, reochordo šliaužiklis paslenkamas taip, kad šaka AC netekėtų elektros srovė. Tuomet taško A potencialas φ_A bus lygus taško C potencialui φ_C : $\varphi_A = \varphi_C$

Remiantis Omo dėsnio grandinės daliai rašome:

$$U_{AD} = I_1 R_X \quad (1) \quad \text{ir} \quad U_{AB} = I_1 R_{et} \quad (3)$$

$$U_{DC} = I_2 R_{DC} \quad (2) \quad \text{ir} \quad U_{BC} = I_2 R_{BC} \quad (4)$$

Kadangi $\varphi_A = \varphi_C$, tai $U_{AD} = U_{DC}$ ir $U_{AB} = U_{BC}$

Sulyginę (1) su (2) ir (3) su (4) gauname:

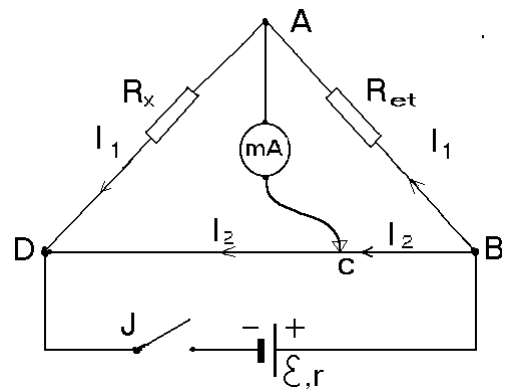
$$I_1 R_X = I_2 R_{DC} \quad \text{ir} \quad I_1 R_{et} = I_2 R_{BC}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_{DC}}{R_X} \quad (5) \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_{BC}}{R_{et}} \quad (6)$$

Sulyginame (5) ir (6):

$$\frac{R_{DC}}{R_X} = \frac{R_{BC}}{R_{et}}, \quad R_X = \frac{R_{DC}}{R_{BC}} R_{et}, \quad \text{kur} \quad R_{DC} = \rho \frac{l_{DC}}{S}; \quad R_{BC} = \rho \frac{l_{BC}}{S}$$

$$\text{Gauname} \quad R_X = \frac{l_{DC}}{l_{BC}} R_{et}.$$



pav. 1

2. Norėdami išmatuoti miliampermetro vidaus varžą, jį jungiame į grandinę vietoje nežinomos varžos rezistoriaus, o taškus A ir C sujungiame per jungtuką J_1 (pav.2).

Įjungus jungiklį J, reochordo šliaužiklį paslenkame į tokią padėtį, kad miliampermetro parodymai, įjungiant ir išjungiant jungtuką J_1 , nesikeistų.

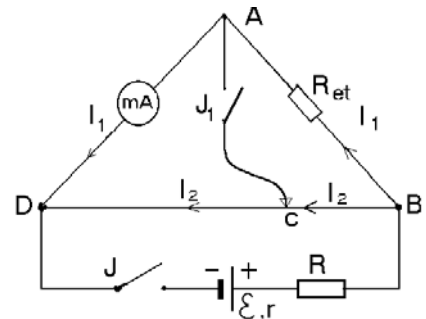
Taip atsitiks tuomet, kai taškų A ir C potencialai bus lygūs

$$\varphi_A = \varphi_C.$$

Kad sumažinti srovės stiprį per miliampermetrą, nuosekliai srovės šaltiniui reikia prijungti jau išmatuotą nežinomos varžos rezistorių.

Atlikus analogiškus skaičiavimus, kaip ir 1 dalyje, randame miliampermetro vidaus varžą R_{mA} :

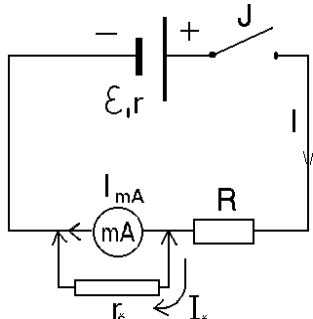
$$R_{mA} = \frac{R_{DC}}{R_{BC}} R_{et}. \quad (\text{ arba } R_{mA} = \frac{l_{DC}}{l_{BC}} R_{et}) \quad (7)$$



pav. 2

3. Srovės šaltinio elektrovaros ir jo vidinės varžos radimui sujungiamo grandinę pateiktą 3 paveiksle. Žinodami reochordo vielos ilgio vieneto varžą, jį panaudojame parinkdami miliampermetrui šuntą. Žinant miliampermetro vidaus varžą ir jo rodmenis, randame įtampos kritimą U_{mA} :

$$U_{mA} = I_{mA} R_{mA}.$$



pav. 3

Tuomet rasime $I_{\xi} = \frac{U_{mA}}{r_{\xi}}$ (arba $\frac{I_{\xi}}{I_{mA}} = \frac{R_{mA}}{r_{\xi}}$) ir visą srovę

$$\text{grandinėje } I = I_{mA} + I_{\xi}$$

Apskaičiuavę bendrą išorinės grandinės dalies varžą R_b , rašome Omo dėsnį uždarajai grandinei:

$$\mathcal{E} = I_1 R_b + I_1 r \rightarrow \mathcal{E} = U_1 + I_1 r \quad (8)$$

Pakeitę išorinės grandinės dalies varžą R'_b arba miliampermetro šunto varžą r'_{ξ} , rasime kitą srovės stiprio vertę I_2 . Rašome Omo dėsnį uždarajai grandinei:

$$\mathcal{E} = I_2 R'_b + I_2 r \rightarrow \mathcal{E} = U_2 + I_2 r \quad (9)$$

Išsprendę (8) ir (9) lygčių sistemą, rasime tiriamojo šaltinio elektrovarą \mathcal{E} ir jo vidaus varžą r

$$\mathcal{E} = I_1 R_b + I_1 \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1}; \quad r = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1}; \quad (10)$$

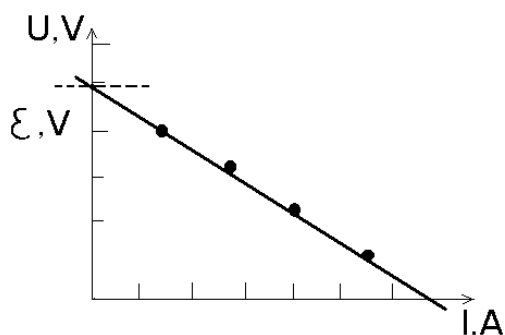
4. Srovės šaltinio elektrovarą \mathcal{E} ir jo vidaus varžą r galima rasti pritaikius grafinį metodą.

Keičiant srovės stiprį grandinėje, randame įtampos kritimą išorinės grandinės dalyje $U = IR_b$.

Koordinatių ašyse atidėję U ir I vertes ir, turėdami omenyje Omo dėsnį uždarajai grandinei ($U =$

$\mathcal{E} - Ir$), rasime ieškomą šaltinio elektrovarą ir jo vidaus varžą. Gautas šaltinio elektrovaros ir jo

vidaus varžos vertes palyginame su aukščiau eksperimentiniu-analitiniu būdu gautomis vertėmis.



Užduotis parengė VPU doc. dr. Arvydas Udris, VPU lektorius dr. Vytautas Lapeika.

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2004 07 01.