56-oji Lietuvos moksleivių fizikos olimpiada
11 klasės užduotys

1. Raketa paleidžiama vertikaliai aukštyn. Jos varikliai suteikia pastovų a = 30 m/s^2 pagreitį. Į kokį maksimalų aukštį pakyla raketa, jei kuras sudega per t_1 =1 minutę? Po kiek laiko raketa nukris į Žemę? Laisvojo kritimo pagreitis g = 10 m/s^2. Anksčiau gautus dydžius galima naudoti kaip žinomus.

Sprendimas

Duota:
$a = 30$ m/s^2
$t_1 = 1$ min = 60s
$g = 10$ m/s^2
Rasti: h - ?, t - ?

Laiku t_1 raketa judės tolygiai greitėdama su pagreičiu. Per šį laiką raketos nuskrietas kelias yra:

$$h_1 = \frac{at_1^2}{2},\ \text{o}$$

o įgytas greitis: $v_1 = at_1$.
Tačiau iki pasiekiant maksimalų aukštį ji dar judės aukštyn tolygiai lėtėdama ir nuskris:

$$h_2 = \frac{v_1^2}{2g} = a^2\frac{t_1^2}{2g}.$$

Maksimalus aukštis į kurį pakils raketa bus:

$$h = h_1 + h_2 = a\frac{t_1^2}{2} + a^2\frac{t_1^2}{2g} = \frac{1}{2}at_1^2\left(1 + \frac{a}{g}\right).$$

Įstačius skaitines vertes gauname:

$$h = \frac{1}{2}30 * 60^2\left(1 + \frac{30}{10}\right) = 216000\,\text{m} = 216\,\text{km}.$$

Maksimalų aukštį raketa pasieks per laiką:

$$t = t_1 + t_2 = t_1 + \frac{a}{g}t_1.$$

Žemyn raketa kris pagal laisvojo kritimo dėsnį:

$$t_3 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = t_1\sqrt{\frac{a}{g}}.$$

Tad raketa į žemę nukris išbuvusi kelyje:

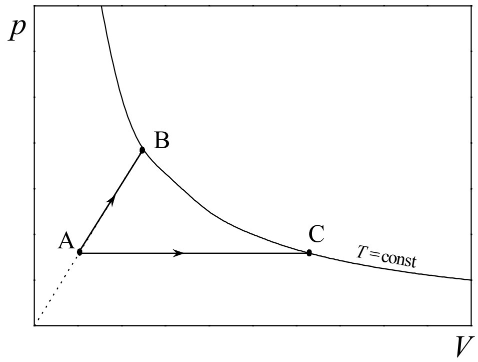
$$t = t_1 + t_2 + t_3 = t_1 + \frac{a}{g}t_1 + t_1\sqrt{\frac{a}{g}} = t_1\left[1 + \frac{a}{g} + \sqrt{\frac{a}{g}}\right].$$

Įstačius skaitines vertes gausime:

$$t = 60\left[1 + \frac{30}{10} + \sqrt{\frac{30}{10}}\right] = 343{,}9\,\text{s} \approx 6\,\text{min}$$

Ats.: $h = 216\,\text{km}$, $t \approx 6\,\text{min}$.

2. Su tobulosiomis dujomis atliekami procesai pateikti p-V diagramoje. Raskite dujų atliktų darbų santykį A_{AB}/A_{AC}. Taškai B ir C yra ant izotermės, procesas AC – izobarinis.



Sprendimas

Duota:

p-V diagrama,

taškai B ir C yra ant izotermės,

procesas AC – izobarinis.

Rasti: A_{AB}/A_{AC}.

Išsireiškiame ieškomus darbus. Diagramoje *p-V* darbą parodo plotas, kuris, atitinkamai lygus:

$$A_{AB} = (p_A + p_B)(V_B - V_A)/2.$$

$$A_{AC} = p_A\,(V_C - V_A).$$

Procesui AC pažymime: $p_A = p_C$.
Procesui AB pastebime, kad taškai A ir B išsidėstę tiesėje, kuri eina į koordinačių pradžią, todėl:

$$p_A = a\,V_A \text{ ir } p_B = a\,V_B., \text{ kur } a \text{ – tiesės koeficientas.}$$

Taškai B ir C yra ant izotermės, todėl:

$$p_B = (\nu RT)/V_B \text{ ir } p_C = (\nu RT)/V_C.,$$

kur R – tobulųjų dujų konstanta, ν - molių skaičius. Skliaustuose esantis narys yra pastovus, todėl sutrumpindami pažymime

$$p_B = b/V_B \text{ ir } p_C = \mathrm{b}/V_C.$$

Įstatę turimas išraiškas gauname:

$$\frac{A_{AC}}{A_{AB}} = 2\frac{ab - p_A^2}{p_B^2 - p_A^2}$$

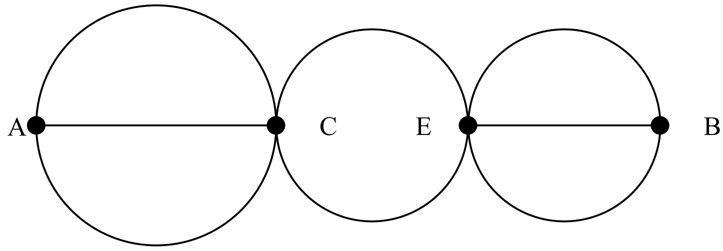
Pastebime, kad

$$V_B = b/p_B = p_B/a \text{ arba } p_B^2 = ab, \text{ todėl}$$

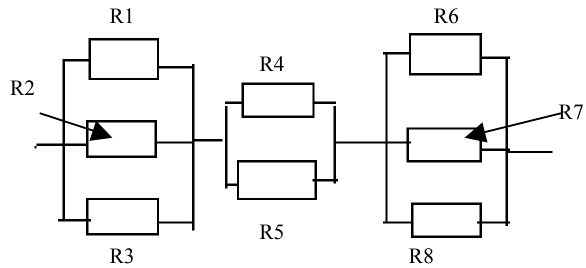
$$\frac{A_{AC}}{A_{AB}} = 2\,.$$

Ats.: $A_{AC} / A_{AB} = 2$.

3. Iš vielos gabalo, kurio varža R = 10 Ω, yra padaryti du vienodo spindulio žiedai. Vienas iš jų turi jungtį EB. Prie šių žiedų yra prijungtas trečias žiedas, kurio spindulys yra r_1 = 10 cm, o vielos, iš kurios jis padarytas, skesmuo d = 2 mm. Šis žiedas turi jungtį AC, kurios varža yra R_2 = 4 Ω, kaip parodyta paveikslėlyje. Raskite varžą tarp taškų AB. Laidininko iš kurio padarytas trečias žiedas savitoji varža yra $\rho_1 = 1{,}7\cdot10^{-5}$ Ω·m.



Sprendimas



Duota:
- R = 10 Ω
- r_1 = 10
- d = 2 mm
- R_2 = 4 Ω
- $\rho_1 = 1{,}7\cdot10^{-5}$ Ω·m

Rasti: R_{AB}

Tegu žiedų spinduliai $r = \dfrac{EB}{2}$, l – vielutės ilgis.

$l = 2\cdot2\pi r + 2r = 2r(1+2\pi)$

$$R = \frac{\rho l}{S} = \rho\frac{2r(1+\pi)}{S}; \qquad \frac{\rho}{S} = \frac{R}{2r(1+2\pi)}: \ R_4 = R_5 = \frac{\rho l_1}{S} = \frac{Rl_1}{2r(1+2\pi)} = \frac{\pi R}{2(1+2\pi)};$$

$$R_{CE} = \frac{R_4}{2} = \frac{R_5}{2} = \frac{\pi R}{4(1+2\pi)}; \ R_4 = R_6 = R_8 = \frac{\pi R}{2(1+2\pi)}; \quad R_7 = \frac{\rho l_4}{S}; l_4 = 2r;$$

Tuomet: $\dfrac{1}{R_{EB}} = \dfrac{1}{R_6} + \dfrac{1}{R_7} + \dfrac{1}{R_8}$;

Įstačius reikšmes ir suprastinus gautą reiškinį gauname:

$$R_{EB} = \frac{\pi R}{(1+2\pi)(4+\pi)}; \quad R_{CB} = R_{CE} + R_{EB} = \frac{\pi R(17+4\pi)}{4(1+2\pi)};$$

Dabar suraskime R_{12}: $R_{13} = \dfrac{8\rho_1 r_1}{d^2}$; $R_1 = R_3 = \dfrac{R_{13}}{2} = \dfrac{4\rho_1 r_1}{d^2}$;

Tuomet trečio žiedo bendra varža R_S:

$$\frac{1}{R_S} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}; \qquad R_S = \frac{d^2 R_2 + \rho_1 r_1}{2\rho_1 r_1 R_2};$$

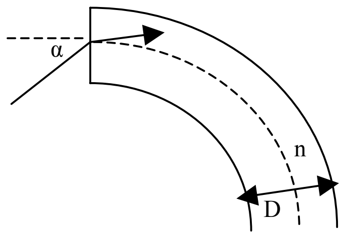
Galutinai gauname varžos formulę tarp taškų AB:

$$R_{AB} = R_{CB} + R_S = \frac{\rho_1 r_1 R_2 \pi R(17+4\pi) + 2(1+2\pi)(d^2 R_2 + \rho_1 r_1)}{4(1+2\pi)\rho_1 r_1 R_1};$$

$$R_{AB} = \frac{1.7\cdot10^{-5}\cdot0.1\cdot4\cdot3.14\cdot10(17+4\cdot3.14) + 2(1+2\cdot3.14)(2\cdot10^{-3}\cdot4 + 1.7\cdot10^{-5}\cdot0.1)}{4(1+2\cdot3.14)\cdot1.7\cdot10^{-5}\cdot0.1\cdot4} = 480\Omega.$$

Ats.: 480Ω

4. Šviesos spindulys krenta kampu α į optinės skaidulos, kuri sulenkta apskritimo lanku, galą. Koks gali būti minimalus skaidulos ašies lenkimo spindulys, kad šviesa dar sklistų viduje skaidulos neišeidama pro jos šonus. Skaidulos skerspjūvio skersmuo D, lūžio rodiklis n.



Sprendimas

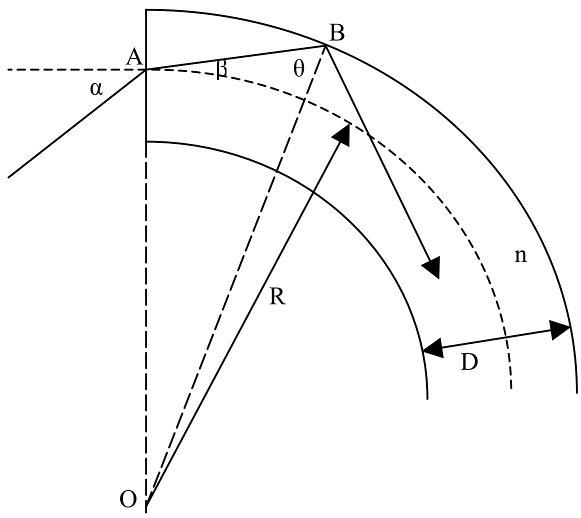
Duota:

α

D

n

Rasti: R



Iš sinusų teoremos trikampiui OAB turime:

$$\frac{OA}{\sin\theta} = \frac{OB}{\sin(\pi/2+\beta)}.$$

Kadangi $OA = R$ ir $OB = R + D/2$, tai:

$$\frac{R}{\sin\theta} = \frac{R + D/2}{\cos\beta}.$$

Iš spindulių lūžio dėsnio $\sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{n}$.

Tada $\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\left(\dfrac{\sin\alpha}{n}\right)^2}$

Kai lenkimo spindulys yra minimalus, kampas θ lygus ribiniam visiško atspindžio kampui , kuris randamas iš sąlygos $\sin\theta = 1/n$. Tada turime tokią lygtį spinduliu:

$$Rn = \frac{R + D/2}{\sqrt{1-\left(\dfrac{\sin\alpha}{n}\right)^2}}.$$

Iš šios lygties randame minimalų lenkimo spindulį:

$$R = \frac{D}{2\sqrt{n^2 - \sin\alpha^2} - 1}$$

5. Medžiagos paviršius yra dengiamas $^{197}_{79}Au$ atomais. Apskaičiuokite dangos storio augimo greitį, jeigu atomai pasiekia medžiagos paviršių, turėdami E $=10^{-17}$ J energiją ir slegia paviršių p = 0,1 N/m^2 jėga. Aukso tankis ρ = 19300 kg/m^3, Avogadro skaičius N_A = 6,02·10^{23} 1/mol.

Sprendimas

Duota:

E $=10^{-17}$ J,
p = 0,1 N/m^2,
ρ = 19300 kg/m^3,
μ = 197 ·10^{-3} kg/mol,
N_A = 6,02·10^{23} 1/mol

Rasti: v

Pažymėkime:
l – dangos storis;
m – vieno aukso atomo masė;
M – visų aukso atomų, per laiką t pasiekiančių medžiagos paviršių, masė;
S – medžiagos paviršiaus plotas,
u - atlekiančių atomų greitis.

Tuomet $M \cdot u = F \cdot t$; $M = l \cdot S \cdot \rho$.

Atomų slėgis:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{l}{t} \rho \cdot u .$$

Iš čia surandame sluoksnio augimo greitį $v = \frac{l}{t} = \frac{p}{\rho \cdot u}$.

Atlekiančių atomų greitį surandame iš kinetinės energijos:

$$u = \sqrt{\frac{2E}{m}}; \quad m = \frac{\mu}{N_A};$$

$$u = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot N_A}{\mu}}.$$

$$v = \frac{p}{\rho}\sqrt{\frac{\mu}{2 \cdot E \cdot N_A}} = 6{,}62 \cdot 10^{-10}\ \frac{m}{s}.$$

Ats.: $v = 6{,}62 \cdot 10^{-10}\ \frac{m}{s}$.

Ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2008 05 08.