

**12-ASIS FIZIKOS TURNYRAS**  
**13-oji užduotis Nr. FT12-13 / 2019 04 17 – 2019 05 14**

**Sąlyga / FT12-13 ▼**

**Dabar sprendžiam ledo ritulį, gal kada vėliau ir sužaisim**

Ledo ritulio ritulys yra homogeninis ritinys, kurio pagrindo skersmuo  $d = 7,62$  cm. Ritulio slydimo trintis ledu yra maža, o ritulio ir aikštelės sienelės trinties koeficientas  $\mu = 0,4$ . Ritulys nesisukdamas slysta ledu ir atsimuša į šoninę sienelę. Prieš atsimušant ritulio greitis  $v = 15$  m/s, jo kryptis sudaro kampą  $\alpha = 45^\circ$  su sienele.

- 1) Koks bus atšokusio nuo sienelės ritulio greitis, jei smūgis tamprus, o smūgio trukmė maža?
- 2) Koks bus atšokusio ritulio kampinis greitis?
- 3) Atšokęs ritulys atsimuša į galinę sienelę, statmeną šoninei. Koks bus atšokusio nuo galinės sienelės ritulio slenkamasis greitis?
- 4) Koks bus jo kampinis greitis?

*Užduotį parengė mokyklos „Fizikos olimpas“ steigėjų tarybos narys, ilgametis mokyklos direktorius (11 m.) ir šio Fizikos turnyro užduočių parengimo spęsti ir jų sprendimų vertinimo komisijos pirmininkas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2019 04 17.

**Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT12-13 ▼**

Įvedame koordinačių sistemą:  $x$  ašis statmena šoninei sienelei,  $y$  – lygiagreči. Ritulio greičio dedamąsias pažymime  $v_x$  ir  $v_y$ .

$$v_x = v \sin \alpha, \quad v_y = v \cos \alpha, \quad v_x = v_y = 10,6 \text{ m/s.}$$

Smūgio metu veikia statmena sienelei kintama prispaudimo jėga  $F(t)$  ( $0 \leq t \leq \tau$ ,  $\tau$  – smūgio trukmė), jos poveikyje tampraus smūgio metu statmenos sienelei greičio dedamosios kryptis pakinta į priešingą:

$$\Delta v = 2v_x = \frac{1}{m} \int_0^\tau F(t) dt, \quad v'_x = -v_x = -v \sin \alpha, \quad v'_x = -10,6 \text{ m/s,}$$

$m$  – ritulio masė. Smūgio metu ritulį veikia trinties jėga  $F_{tr} = \mu F(t)$ . Jei trinties jėga veiktų visą smūgio laiką, lygiagrečioji sienelei greičio dedamoji sumažėtų iki:

$$v'_y = v_y - \frac{1}{m} \int_0^\tau F_{tr} dt = v_y - 2\mu v_x = v(\cos \alpha - 2\mu \sin \alpha).$$

$$v'_y = 2,12 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

o ritinys įgautų kampinį greitį

$$\omega = \frac{\int_0^\tau F_{tr} d/2 dt}{I} = \frac{2\mu m v \sin \alpha \cdot d/2}{I},$$

$$\omega = \frac{\mu m v d \sin \alpha}{\frac{m d^2}{8}} = \frac{8\mu v \sin \alpha}{d},$$

$$\omega = \frac{8 \cdot 0,4 \cdot 15 \cdot \sin 45^\circ}{0,0762} = 445 \text{ (s}^{-1}\text{)}.$$

Ritinio lietimosi su sienele taško A greitis būtų

$$v_A = v'_y - \frac{\omega d}{2}, \quad v_A = 2,12 - \frac{445 \cdot 0,0762}{2} = -15 \text{ (m/s)}.$$

Tai negalima, todėl trinties jėga veikia ne visą smūgio laiką, o tik  $\tau' < \tau$ , kol lietimosi taško A greitis tampa lygus 0, ir toliau ritulys rieda sienele nekintant  $v'_y$  ir  $\omega$ . Gauname:

$$v'_y = v_y - \frac{1}{m} \int_0^{\tau'} F_{tr} dt,$$

$$\omega = \frac{\int_0^{\tau'} F_{tr} d/2 dt}{I} = \frac{4}{dm} \int_0^{\tau'} F_{tr} dt,$$

$$\omega = \frac{2v'_y}{d}.$$

Iš pateiktų lygčių gauname

$$v'_y = \frac{2v_y}{3}, \quad v'_y = \frac{2 \cdot 10,6}{3} = 7,07 \text{ (m/s)},$$

$$\omega = \frac{2 \cdot 7,07}{0,0762} = 186 \text{ (s}^{-1}\text{)},$$

$$v' = \sqrt{v'^2_x + v'^2_y} = \sqrt{10,6^2 + 7,07^2} = 12,7 \text{ (m/s)}.$$

Su sienele greičio kryptis sudaro kampą  $\beta$ ,

$$\tan \beta = \frac{v'_x}{v'_y}, \quad \tan \beta = \frac{10,6}{7,07} = 1,4, \quad \beta = 56,3^\circ.$$

Prieš smūgį ritulio greičio  $v'$  dedamosios  $v'_x = 10,6$  m/s,  $v'_y = 7,07$  m/s, jo kampinis greitis  $\omega = 186 \text{ s}^{-1}$ . Lietimosi su sienele taško  $B$  greitis

$$v_B = v'_x - \frac{\omega d}{2}, \quad v_B = 10,6 - \frac{186 \cdot 0,0762}{2} = 3,54 \text{ (m/s)}.$$

Dabar tampraus smūgio metu nekinta  $v''_y = v'_y$ . Kadangi  $v_B > 0$ , trinties jėga smūgio metu mažins  $v'_x$  ir didins  $\omega$  kol taško  $B$  greitis taps 0. Gauname

$$v''_x = v'_x - \frac{1}{m} \int_0^{\tau''} F_{tr} dt,$$

$$\omega' = \omega + \frac{\int_0^{\tau''} F_{tr} d/2 dt}{I} = \omega + \frac{4}{dm} \int_0^{\tau''} F_{tr} dt,$$

$$\omega' = \frac{2v''_x}{d},$$

$$v''_x = \frac{\omega d/2 + 2v'_x}{3}, \quad v''_x = \frac{186 \cdot 0,0762/2 + 2 \cdot 10,6}{3} = 9,43 \text{ (m/s)}.$$

$$\omega' = \frac{2 \cdot 9,43}{0,0762} = 247 \text{ (s}^{-1}\text{)}.$$

$$v'' = \sqrt{v''^2_x + v''^2_y} = \sqrt{9,43^2 + 7,07^2} = 11,8 \text{ (m/s)}.$$

Su sienele greičio kryptis sudaro kampą  $\beta'$ ,

$$\tan \beta' = \frac{v''_x}{v''_y}, \quad \tan \beta' = \frac{9,43}{7,07} = 1,33, \quad \beta' = 53,1^\circ.$$

*Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2020 07 27.

#### **Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT12-13 ▼**

Dauguma sprendusiųjų naudoja energijos tvermės dėsnį, nors čia jis netinka, esant trinčiai negalioja. Antrojo smūgio daugelis nenagrinėjo.

*Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius prof. habil. dr. Antanas Rinvidas Bandzaitis .*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2020 07 27.

*Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT12-13 ▼*

<b>Nr.</b>	<b>Sprendimų vertinimo kriterijus</b>	<b>Vertė balais</b>
1.	Nustatytas atšokusio nuo šoninės sienelės rutuliuko greitis	2
2.	Nustatytas atšokusio rytuliuko kampinis greitis	2
3.	Nustatytas atšokusio nuo galinės sienelės rutuliuko greitis	3
4.	Nustatytas jo kampinis pagreitis	3
5.	Netikslumai (p. 1-4)	Iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

*Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2020 07 27.