

**Tašeliai ant skridinio**

**Sąlyga / FT14-5 ▼**

Gulsčio stalo krašte yra pritvirtintas nekilnojamasis skridinys, per kurį permestas lengvas siūlas sujungia du tašelius: 200 g masės tašelis slysta stalo paviršiumi (trinties koeficientas lygus 0,1), o 300 g masės šalia stalo kabantis tašelis leidžiasi žemyn. Raskite tašelių pagreitį. Kokia jėga siūlas spaudžia skridinį? Kiek pakinta siūlo įtempimo jėga, stalui pradėjus kilti stačiai aukštyn  $4,9 \text{ m/s}^2$  pagreičiu? Į skridinio pasipriešinimą sukimuisi galima neatsižvelgti. Gravitacinio lauko stipris  $g = 9,8 \text{ N/kg}$ .

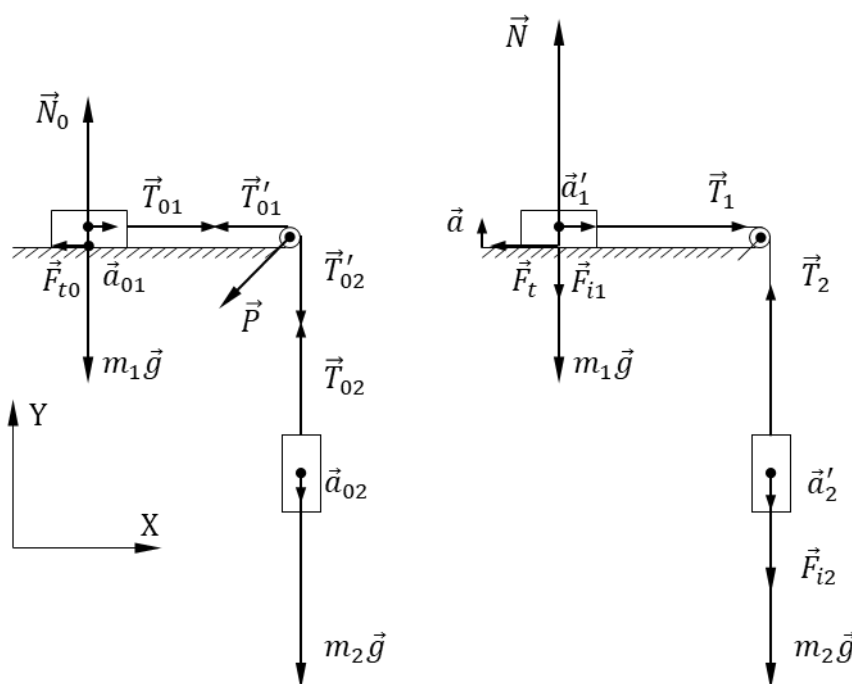
*Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas - Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto inžinierius, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2020 10 12.

**Aiškinamasis sprendimas / FT14-5 ▼**

Duota:  $m_1 = 0,2 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 0,3 \text{ kg}$ ;  $\mu = 0,1$ ;  $a = 4,9 \text{ m/s}^2$ ;  $g = 9,8 \text{ N/kg}$ .

Rasti:  $a_0$ ;  $P$ ;  $\Delta T$



Tašelius veikia sunkio jėgos  $m_1\vec{g}$  ir  $m_2\vec{g}$ , stalo reakcijos jėgos  $\vec{N}_0$  ir  $\vec{N}$ , siūlo įtempimo jėgos  $\vec{T}_{01}$ ,  $\vec{T}_{02}$  ir  $\vec{T}_1$ ,  $\vec{T}_2$ , slydimo trinties jėgos  $\vec{F}_{t0}$  ir  $\vec{F}_t$  bei inercijos jėgos  $\vec{F}_{i1} = -m_1\vec{a}$  ir  $\vec{F}_{i2} = -m_2\vec{a}$ , kai stalas kyla aukštyn pagreičiu  $\vec{a}$ . Pagal antrąjį Niutono dėsnį:

$$m_1\vec{g} + \vec{N}_0 + \vec{T}_{01} + \vec{F}_{t0} = m_1\vec{a}_{01}; \quad m_2\vec{g} + \vec{T}_{02} = m_2\vec{a}_{02};$$

$$m_1\vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{F}_t + \vec{F}_{i1} = m_1\vec{a}'_1; \quad m_2\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{F}_{i2} = m_2\vec{a}'_2.$$

Suprojektavę vektorius į pasirinktas koordinačių ašis X ir Y turime:

$$-m_1g + N_0 = 0; T_{01} - F_{t0} = m_1a_{01}; -m_2g + T_{02} = -m_2a_{02};$$

$$N - m_1g - m_1a = 0; T_1 - F_t = m_1a'_1; T_2 - m_2g - m_2a = -m_2a'_2,$$

čia  $T_{01} = T_{02} = T_0$  ir  $T_1 = T_2 = T$ , kai neatsižvelgiame į pasipriešinimą greitėjančiam skridinio sukimuisi (skridinys lengvas, tad ir neinertiškas; neatsižvelgiame į trintį su sukimosi ašimi),  $a_{01} = a_{02} = a_0$  ir  $a'_1 = a'_2 = a'$  - abiejų tašelių pagreičiai stalo atžvilgiu vienodi, jei siūlas netašus, o trinties jėgos  $F_{t0} = \mu N_0$  ir  $F_t = \mu N$ .

Iš turimų pirmųjų lygčių, eliminavę siūlo įtempimo jėgą  $T_0$ , randame tašelių pagreitį:

$$T_0 - \mu m_1g = m_1a_0; T_0 - m_2g = -m_2a_0;$$

$$m_1a_0 + \mu m_1g = -m_2a_0 + m_2g;$$

$$a_0 = \frac{(m_2 - \mu m_1)g}{m_1 + m_2}; a_0 = \frac{(0,3 - 0,1 \cdot 0,2)9,8}{0,2 + 0,3} \approx 5,5 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Eliminavę pagreitį  $a_0$  turime siūlo įtempimo jėgos išraišką:

$$\frac{T_0}{m_1} - \mu g = -\frac{T_0}{m_2} + g; T_0 = \frac{m_1 m_2 (1 + \mu)g}{m_1 + m_2}.$$

Siūlas spaudžia skridinį atstojamąja jėga  $\vec{P} = \vec{T}'_{01} + \vec{T}'_{02}$ , o siūlo įtempimo jėgos  $T'_{01} = T'_{02} = T_0$ :

$$P = \sqrt{T'^2_{01} + T'^2_{02}} = \sqrt{2}T_0 = \sqrt{2} \frac{m_1 m_2 (1 + \mu)g}{m_1 + m_2};$$

$$P = \sqrt{2} \frac{0,2 \cdot 0,3 (1 + 0,1)9,8}{0,2 + 0,3} \approx 1,83 \text{ (N)}.$$

Iš kitų lygčių, eliminavę pagreitį  $a'$ , randame padidėjusią siūlo įtempimo jėgą  $T$  ir įtempimo jėgos pokytį  $\Delta T$  pradėjus kilti stalui:

$$T - \mu m_1(g + a) = m_1a'; T - m_2(g + a) = -m_2a';$$

$$\frac{T}{m_1} - \mu(g + a) = -\frac{T}{m_2} + g + a; T = \frac{m_1 m_2 (1 + \mu)(g + a)}{m_1 + m_2};$$

$$\Delta T = T - T_0 = \frac{m_1 m_2 (1 + \mu)a}{m_1 + m_2}; \Delta T = \frac{0,2 \cdot 0,3 (1 + 0,1)4,9}{0,2 + 0,3} \approx 0,65 \text{ (N)}.$$

Pastaba: jei užduoties sąlygoje būtų klausama ne kiek, o kiek kartų pakinta siūlo įtempimo jėga, tai ieškotume jėgų santykio ir rastume, kad ji padidėjo 1,5 karto:

$$\frac{T}{T_0} = 1 + \frac{a}{g}; \frac{T}{T_0} = 1 + \frac{4,9}{9,8} = 1,5.$$

*Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2020 11 24.

**Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT14-5 ▼**

Užduotį teisingai išsprendė dauguma turnyro dalyvių, išsiaiškinę visas jėgas ir taikydami antrąjį Niutono dėsnį, kai atsižvelgiama dar ir į inercijos jėgas, kai stalas kyli tolygiai greitėdamas.

Užduoties sąlygoje nebuvo prašyta pateikti aiškinamąjį brėžinį, bet daugumai tas pateikimas palengvino sprendimų pristatymą. Keturi turnyro dalyviai nepateikė aiškinamųjų brėžinių, o penki pateikusiai parodė tik ranka laisvai nupieštus eskizus, tad nebraižyta kompiuteriu. Nepateikusiems brėžinio gal gavosi kiek geriau, nes nėra kritikos už brėžinio kokybę, tuo tarpu pateikusiems brėžinius yra negerai dėl realios jėgų mastelių nesilaikymo, kai stalu slystantį tašelį veikianti trinties jėga nubrėžiama didesnė nei stalo reakcijos jėga ar artima dydžiu jai, nors slydimo trinties koeficientas yra tik 0,1, o ir ta jėga veikia ne tašelio masės centre, kaip pateikė šeši turnyro dalyviai, o ties apatiniu tašelio paviršiumi. Vienas turnyro dalyvis ties trinties jėgos vektoriumi brėžinyje neteisingai žymi  $\mu\vec{N}$  - trinties jėgos vektorius yra ne tos pačios krypties, o statmenas stalo reakcijos jėgos vektoriui  $\vec{N}$ .

Keturi turnyro dalyviai skridinį veikiančią jėgą prilygino tik siūlo įtempimo jėgai, o trys neieškojo siūlo įtempimo jėgos pokyčio, o dar trys po teorinių formulių nepateikė skaičiavimų, tik atsakymus.

*Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2020 11 24.

***Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT14-5 ▼***

| <b>Nr.</b>                                | <b>Sprendimų vertinimo kriterijus</b>             | <b>Vertė balais</b> |
|---|---|---------------------|
| 1.  | Tašelių pagreitis                                 | 3                   |
| 2.  | Skridinį spaudžianti jėga                         | 3                   |
| 3.  | Siūlo įtempimo jėgos pokytis                      | 4                   |
| 4.  | Pateikta ne pagal reikalavimus                    | -1                  |
| 5.  | Vėlavimas pateikti sprendimą (vienai parai)       | -1                  |
| 6.  | Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-3) | iki (-2)            |
| Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas |   | 10                  |

*Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2020 11 24.