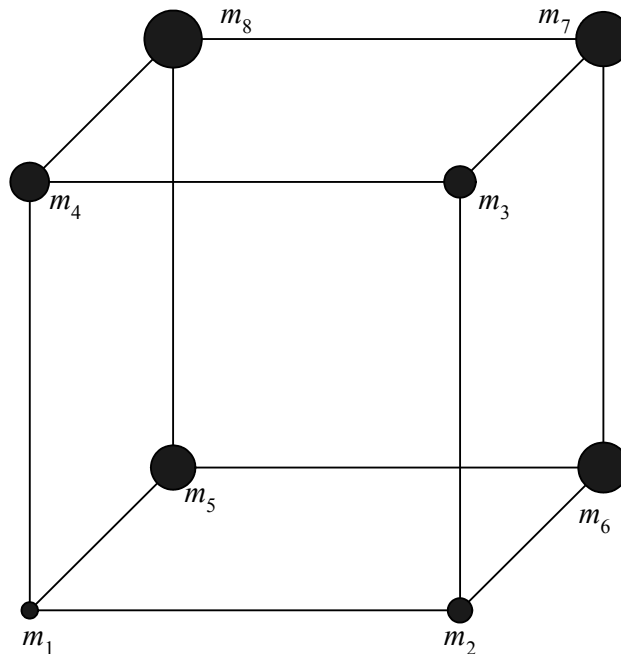


Sąlyga / FT3-11 ▼

Kubo masės centras

Kubo, kurio kraštinės ilgis lygus 1 m, viršūnėse yra rutuliukai, kurių masių santykis $m_1: m_2: m_3: m_4: m_5: m_6: m_7: m_8 = 1:2:3:4:5:6:7:8$. Kokiu atstumu nuo pirmojo rutuliuko yra nutolęs šios sistemos masės centras? Parodykite to centro vietą ir paaiškinkite, kaip ją nustatėte.



Užduotį parengė Vilniaus universiteto Taikomųjų mokslų instituto direktoriaus pavaduotojas, Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Puslaidininkių fizikos katedros docentas, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, steigėjų tarybos narys ir dėstytojas, šio Fizikos turnyro užduočių parengimo, jų pateikimo spręsti ir sprendimų vertinimo komisijos pirmininko pavaduotojas dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 02 01.

Aiškinamasis sprendimas / FT3-11 ▼

Duota: $a = 1$ m, $m_1: m_2: m_3: m_4: m_5: m_6: m_7: m_8 = 1:2:3:4:5:6:7:8$.

Rasti: l .

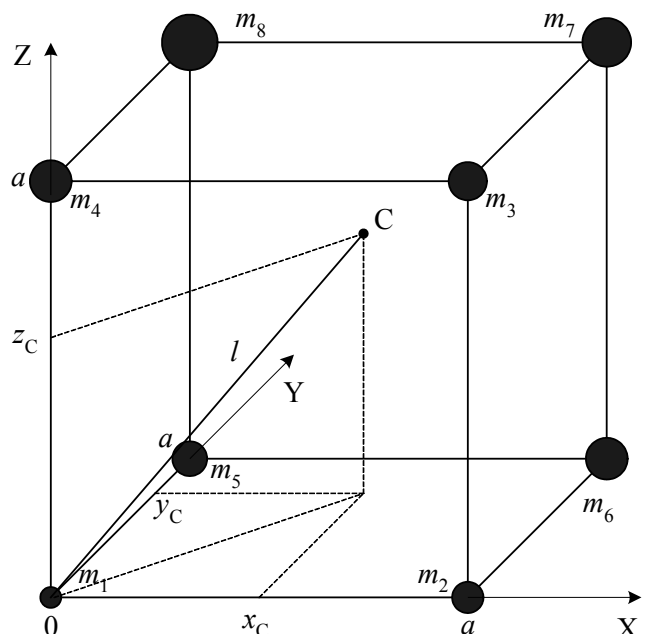
Tegu Dekarto koordinačių sistemos XYZ pradžia 0 sutampa su pirmojo rutuliuko masės centru. Tada ieškomas atstumas:

$$l = \sqrt{x_C^2 + y_C^2 + z_C^2},$$

čia x_C , y_C ir z_C - masės centro C koordinatės.

Jas paprasta rasti sudėjus rutuliukų masių ir jų centrų koordinačių sandaugas ir gautą sumą padalijus iš rutuliukų masių sumos:

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^8 m_i x_{Ci}}{\sum_{i=1}^8 m_i},$$



$$x_C = \frac{(m_1 + m_4 + m_5 + m_8) \cdot 0 + (m_2 + m_3 + m_6 + m_7) a}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_8} = \frac{18m_1}{36m_1} a = \frac{9}{18} a.$$

Analogiškai

$$y_C = \frac{(m_5 + m_6 + m_7 + m_8) a}{36m_1} = \frac{13}{18} a,$$

$$z_C = \frac{(m_3 + m_4 + m_7 + m_8) a}{36m_1} = \frac{11}{18} a.$$

$$l = \frac{\sqrt{9^2 + 13^2 + 11^2}}{18} \cdot 1 \approx 1,07 \text{ (m)}.$$

Gautas x_C , y_C ir z_C vertės atidėjus atitinkamose koordinatinių ašyse (ašyje Y nuotoliai atidedami du kartus mažesni nei kitose ašyse) yra randama rutuliukų sistemos masės centro vieta C, o ją sujungus tiesės atkarpa su pirmojo rutuliuko masės centru 0 parodomas ir nuotolis l .

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 04 07.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT3-11 ▼

Dauguma turnyro dalyvių šią užduotį sprendė analogiškai kaip pateikta aiškinamajame sprendime. Kiti pritaikė kubo pusiausvyros sąlygą pagal momentų taisyklę dviem atvejais: 1) kai kubas gali suktis apie ašį, einančią per masės centrą, daug neaiškindami, kaip duotą kubą galima įtvirtinti masės centre; 2) kai kubas, padėtas ant gulsčios atramos, mažiausia galima jėga pradedamas versti apie briauną. Vienas dalyvis pasinaudojo Lietuvos jaunųjų matematikų mokyklos 2008-2010 metų programos teorine medžiaga masės centrui rasti „sutraukiant“ rutuliukų poras į pavienius materialius taškus ir, daugiau nei kiti prirašęs, gavo tą patį 1,07 m rezultata.

Ne visiems pavyko tinkamai išlaikant mastelį parodyti kube masės centro vietą, o kai kurie turnyro dalyviai neatkreipė dėmesio į tai, kad užduoties sąlygos paveiksle buvo parodyti skirtingų matmenų rutuliukai, ir savo paveiksluose deformavo ne tik rutuliukus, bet ir patį kubą.

Užduoties sprendimo aptarimą parengė užduoties autorius ir jos sprendimų vertintojas doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 04 07.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT3-11 ▼

| Nr. | Sprendimų vertinimo kriterijus | Vertė balais |
|----------------------------------|---------------------------------|--------------|
| 1. | Rastos masės centro koordinatės | 7 |
| 2. | Apskaičiuotas nuotolis | 1 |
| 3. | Parodyta masės centro vieta | 2 |
| 4. | Nėra paaiškinimų | -1 |
| 5. | Pateikta ne pagal reikalavimus | -1 |
| 6. | Kiti netikslumai p. 1-3 | po -0,5 |
| Maksimalus sprendimo įvertinimas | | 10 |

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius ir jos sprendimų vertintojas doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 04 07.