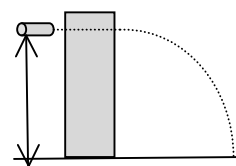


**4-ASIS FIZIKOS TURNYRAS**  
**13-oji užduotis Nr. FT4-13 / 2011 03 23 – 2011 04 19**

**Sąlyga / FT4-13 ▼**

**Kulka kiaurai pramuša tašelį**

Tašelis, kurio matmenys  $x=10$  cm,  $y=10$  cm,  $z=30$  cm, o masė  $M=500$  g, stovi ant horizontalaus šiurkštaus kieto paviršiaus, kaip parodyta paveikslėlyje. Lėkdama horizontaliai  $v=200$  m/s greičiu  $h=25$  cm aukštyje kulka, kurios masė  $m=9$  g, kiaurai pramuša tašelį ties sienelės viduriu statmenai jo paviršiui. Kulka pralėkus tašelį nepajuda.



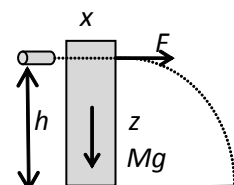
- 1) Kokiu mažiausiu atstumu nuo tašelio gali nukristi ant žemės kulka?
- 2) Koks mažiausias trinties koeficientas gali būti tarp tašelio ir paviršiaus?
- 3) Kokiu atstumu pasislinktų tašelis, jei trinties koeficientas būtų trigubai mažesnis, negu nustatytas antrojoje užduotyje?
- 4) Kas pasikeistų, jei pramušant tašelį kulka veiktų tris kartus didesnė pasipriešinimo jėga, o trinties koeficientas taip pat būtų tris kartus didesnis, negu nustatyta anksčiau?

*Užduotį parengė mokyklos „Fizikos olimpas“ steigėjų tarybos narys, ilgametis mokyklos direktorius (11 m.) ir šio Fizikos turnyro užduočių parengimo spręsti ir jų sprendimų vertinimo komisijos pirmininkas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2011 03 23.

**Aiškinamasis sprendimas / FT4-13 ▼**

1) Laikome, kad pramušant tašelį kulka veikia pastovi pasipriešinimo jėga  $F$ , todėl kulka juda lėtėdama pagreičiu  $a = F/m$ . Kadangi tašelis nepajuda, tos jėgos sukurtas jėgos momentas turi būti nedidesnis už sunkio jėgos sukurtą jėgos momentą:



$$Fh \leq Mg \frac{x}{2}.$$

Pramušdama tašelį kulka atlieka darbą  $A = Fx$ . Darbas atliekamas kulkos kinetinės energijos pokyčio sąskaita:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv'^2}{2} = Mg \frac{x}{2h} x,$$

$$v' = \sqrt{v^2 - \frac{Mgx^2}{mh}}, \quad v' = 199,9 \text{ m/s}.$$

Tokiu greičiu aukštyje  $h$  horizontalia kryptimi išlėkusi kulka iki nukrisdama nulėks atstumą

$$s = v' \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2}{g} \left( hv^2 - \frac{Mgx^2}{m} \right)}, \quad s = 45,16 \text{ m}.$$

2) Kadangi pramušant tašelį jį veikia jėga  $F = Mg \frac{x}{2h}$ , tašelis nepasislinks, kai trinties jėga

$$F_t = \mu Mg \geq F, \quad \mu \geq \frac{x}{2h}, \quad \mu \geq 0,2.$$

3) Pramušant kulkai tašelis judės greitėdamas pagreičiu

$$a_1 = (F - F_t') / M,$$

čia  $F_t' = \mu' Mg = F / 3$ ,  $\mu' = \mu / 3$ .

Tada

$$a_1 = (\mu - \mu')g.$$

Greitėdamas tašelis judės laiko tarpą  $t_1 = \frac{2x}{v + v'} \approx \frac{x}{v}$ , nueis atstumą

$$l_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{(\mu - \mu')gx^2}{2v^2} \text{ ir įgaus greitį } v'' = a_1 t_1.$$

Kulkai išlėkus tašelis judės tolygiai lėtėdamas pagreičiu  $a_2 = \mu'g$ , kol sustos, ir nueis atstumą

$$l_2 = v'' t_2 - \frac{a_2 t_2^2}{2}.$$

Pastebėję, kad  $a_1 = 2a_2$ , gausime  $l_2 = 2l_1$ , todėl tašelio poslinkis

$$l = l_1 + l_2 = 3l_1 = \frac{gx^3}{2hv^2}, \quad l = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m.}$$

Matome, kad poslinkis yra labai mažas.

4) Pramušant tašelį kulka, veikiama tris kartus didesne jėga, prarastų tris kartus daugiau energijos, negu nustatyta pirmojoje užduotyje, jos lėkimo nuotolis sutrumpėtų. Gausime:

$$s' = \sqrt{\frac{2}{g} \left( hv^2 - \frac{3Mgx^2}{m} \right)}, \quad s = 45,13 \text{ m.}$$

Matome, kad kulkos nulėktas atstumas beveik nepakitė. Esant didesniam trinties koeficientui tašelis neslys. Tačiau sunkio jėgos momentas bus mažesnis už pasipriešinimo jėgos momentą, todėl tašelis pradės svirti, sukdamasis apie besiremiančią į paviršių briauną. Pagal judesio kiekio momento tvermės dėsnį kulka suteiks tašeliui judesio kiekio momentą

$$L = mh(v - v')$$

ir kinetinę energiją

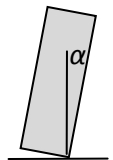
$$E = L^2 / 2I,$$

čia  $I$  – tašelio inercijos momentas sukimosi ašies (apatinės briaunos) atžvilgiu,  $I = M(x^2 + z^2) / 3$ . Gausime

$$E = \frac{3 \left[ mh \left( v - \sqrt{v^2 - \frac{Mgx^2}{mh}} \right) \right]^2}{2M(x^2 + z^2)} \approx \frac{3Mg^2 x^4}{8(x^2 + z^2)v^2}, \quad E = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ J.}$$

Kad tašelis pargriūtų, reikia jam suteikti energijos

$$E' \geq \frac{mg(\sqrt{x^2 + z^2} - z)}{2}, \quad E' = 0,04 \text{ J.}$$



Matome, kad  $E < E'$ . Taigi, tašelis pralėkus kulkai tik pasvirs kampu  $\alpha$ . Maksimalų pasvyrimo kampą nustatom iš kinetinės ir potencinės energijos sąryšio

$$E = \frac{Mgx \sin \alpha_{\max}}{2}, \quad \alpha_{\max} = \arcsin \left( \frac{3gx^3}{4(x^2 + z^2)v^2} \right), \quad \alpha_{\max} = 0,000105^\circ.$$

Toliau tašelis grįš į vertikalią padėtį, jo potencinė energija virs kinetine, o tada tašelis pasvirs į kitą pusę remdamasis į pagrindą kita briauna. Taigi, pralėkus kulkai tašelis ims svyruoti, nustatytas kampas  $\alpha_{\max}$  atitinka svyravimo amplitudę. Svyravimas nebus harmoninis, nes tašeliui pasvirus atstatantysis jėgos momentas nėra proporcingas polinkio kampui

$$N = \frac{Mgx \cos \alpha}{2}.$$

Kadangi  $\alpha$  yra mažas,  $\cos \alpha \approx 1$ , atstatantysis jėgos momentas yra beveik pastovus. Tašelis, pasviręs maksimaliu kampū, grįš į vertikalią padėtį tolygiai greitėdamas kampiniu pagreičiu

$$\varepsilon = \frac{N}{l} = \frac{3gx}{2(x^2 + z^2)}$$

per laiko tarpą  $t_3$

$$t_3 = \sqrt{2\varepsilon \alpha_{\max}},$$

Taigi, tašelio svyravimo periodas

$$T = 4t_3 = 4\sqrt{\frac{3gx}{(x^2 + z^2)} \arcsin\left(\frac{3gx^3}{4(x^2 + z^2)v^2}\right)}, T = 0,029 \text{ s.}$$

*Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2011 06 29.

#### **Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT4-13 ▼**

Į pirmuosius du klausimus sprendusieji daugumoje atsakė teisingai. Kai kas nekorektiškai naudojo vertę  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , nes sąlygoje duomenys pateikti bent dviem ženklais, o skaičiuojant kompiuteriu ar kalkuliatorium reikia imti  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  ar  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Ketvirtosios užduoties pilnai neišnagrinėjo niekas. Tik kai kas teisingai pastebėjo, kad tašelis neslys, tik palinks, bet nepargrius.

*Užduoties sprendimo aptarimą parengė užduoties autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2011 06 29.

#### **Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT4-13 ▼**

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Panaudojant tašelio sunkio jėgos momento ir pramušančios tašelį kulkos pasipriešinimo jėgos momento lygybę nustatyta pasipriešinimo jėga.	1
2.	Panaudojant pasipriešinimo jėgos atliktą darbą nustatytas pakitęs kulkos greitis ir nustatytas kulkos lėkimo nuotolis kaip aukštyje $h$ horizontaliai mesto kūno.	1
3.	Panaudojant pasipriešinimo jėgos ir trinties jėgos lygybę nustatytas minimalus trinties koeficientas.	1
4.	Nustatytas tašelio slydimo pagreitis pramušant kulkai ir pramušimo laikas.	1
5.	Nustatytas tašelio nueitas atstumas kaip greitėjančio judėjimo pramušant kulkai ir lėtėjančio judėjimo veikiant tik trinčiai kelių suma.	1
6.	Nustatytas kulkos lėkimo nuotolis.	1
7.	Pagal kulkos poveikio sukeltą tašelio polinkį nustatyta, kad tašelis neapvirs.	1

8.	Pastebėta, kad tašelis pradės svyruoti.	1
9.	Nustatyta svyravimo amplitudė.	1
10.	Nustatytas svyravimo periodas.	1
11.	Už netikslius skaitinius rezultatus vertinimai mažinami.	iki -1
12.	Pateikta ne pagal reikalavimus	-1
Maksimalus sprendimo įvertinimas		10

*Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2011 06 29.