

4-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
Užduotis Nr. FT4-6 / 2010 10 20 – 2010 11 16

Sąlyga / FT4-6 ▼

Greitojo traukinio kelionė

Iš miesto A į miestą B išvyksta greitasis traukinys. Jo tikslas – pasiekti miestą B (ir sustoti nepralėkus stoties) per kiek įmanoma trumpesnią laiką. Traukinys gali judėti neribotai dideliu greičiu, tačiau greitėjant jo pagreitis negali viršyti a , o stabdant pagreičio absoliutinis dydis negali būti didesnis nei b .

1. Raskite kelionės trukmę – per kiek laiko traukinys nuvyks iš miesto A į miestą B, jei atstumas tarp miestų lygus s ;
2. Nubraižykite traukinio greičio ir nukeliauto atstumo priklausomybes nuo laiko. Šiame punkte (ir tik šiame punkte!) apibrėžtumo dėlei galite laikyti, kad $b = 2a$;
3. Raskite didžiausią kelionės metu traukinio išvystomą greitį;
4. Raskite traukinio greitį pusiaukelėje;
5. Apskaičiuokite kiek kartų pailgės kelionės trukmė, jei traukinys turės papildomai stabtelėti kaime C, esančiame atstumu $s/3$ nuo miesto A ir atstumu $2s/3$ nuo miesto B. Stovėjimo trukmę laikykite labai maža palyginus su kitais laikais.

Užduotį parengė Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Teorinės fizikos katedros docentas, mokyklos „Fizikos olimpas“ dėstytojas dr. Egidijus Anisimovas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 10 20.

Aiškinamasis sprendimas / FT4-6 ▼

Pastebėsime, kad siekdamas iškelto tikslo greitasis traukinys privalo iš pradžių įsibėgėti greitėdamas didžiausiu įmanomu pagreičiu a , o po to iš karto imti stabdyti didžiausiu pagreičiu b . Judėti mažesniu pagreičiu (ar judėti tolygiai, kaip dažnai elgiasi lėtieji traukiniai) jam neleidžiama!

1. Pažymėkime t_1 ir t_2 greitėjimo ir stabdymo trukmę. Tada bendras nukeliautas atstumas lygus

$$s = \frac{at_1^2}{2} + \frac{bt_2^2}{2},$$

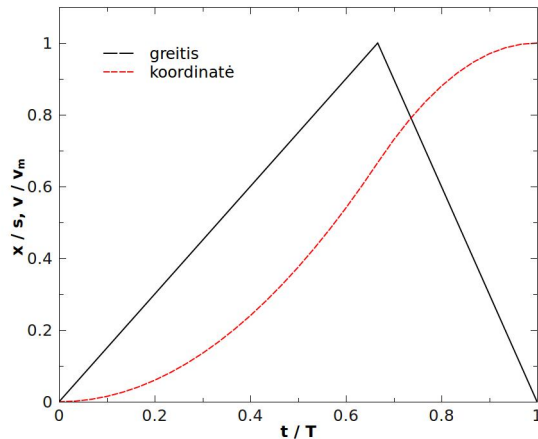
ir kadangi traukinys kelionės pabaigoje privalo visiškai sustoti, turi galioti sąlyga

$$at_1 = bt_2.$$

Išsprendę šias dvi lygtis, randame du nežinomuosius laikus ir jų sumą – kelionės trukmę

$$T = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2sb}{a(a+b)}} + \sqrt{\frac{2sa}{b(a+b)}} = \sqrt{\frac{2s(a+b)}{ab}}.$$

2. Greičio ir koordinatės grafikai pateikti paveiksle. Juos sudaro tolygiai greitėjančio ir lėtėjančio judėjimų dalys. Atkreipsime dėmesį, kad iš papildomos sąlygos $b = 2a$ seka, kad greitėjantis judėjimas užima du trečdalius viso judėjimo laiko, taipogi, greitėdamas traukinys nukeliauja du trečdalius viso atstumo.



3. Didžiausias išvystomas traukinio greitis atitinka lūžio tašką, ir yra randamas pasinaudojant pirmosios dalies rezultatais:

$$v_m = at_1 = \sqrt{\frac{2sab}{a+b}}.$$

4. Skaičiuojant greitį pusiaukelėje, svarbu atkreipti dėmesį, kad jei $a < b$ (traukinys greitėja mažesniu pagreičiu nei stabdo), jis pusiaukelę pasieks greitėdamas. Ir atvirkščiai, jei stabdymo pagreitis mažesnis, traukinys pusiaukelę pasieks jau stabdydamas. Abu atvejus nagrinėti atskirai galima, tačiau nėra būtina, kadangi abu atvejus sieja simetrija. Traukinį, kuris stabdo *lėčiau* nei greitėja galime nufilmuoti ir peržiūrėti juostą atvirkščiai. Pamatysime traukinį, kuris stabdo *greičiau* nei išibėgėja ir atvyksta į pusiaukelės tašką iš priešingos pusės.

Taigi, nemažindami bendrumo galime laikyti, kad $a < b$ ir randame $v_p = \sqrt{2a \cdot \frac{s}{2}} = \sqrt{as}$. Priešingu atveju, be abejo, randame $v_p = \sqrt{bs}$.

5. Siekdami suskaičiuoti, kiek pailgėja kelionė dėl papildomo sustojimo, pastebime, kad pirmoje uždavinio dalyje išsiaiškinome, kad kelionės trukmė proporcinga atstumo šakniai

$$T(s) = \sqrt{\frac{2s(a+b)}{ab}}.$$

Sustojimas suskaido kelionę į dvi dalis, kurių atstumai lygūs $s/3$ ir $2s/3$. Akivaizdu, kad kelionės trukmė lygi $T' = T(\frac{s}{3}) + T(\frac{2s}{3})$, o ieškomas trukmių santykis

$$k = \frac{T(\frac{s}{3}) + T(\frac{2s}{3})}{T(s)} = \sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} = 1,39.$$

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Egidijus Anisimovas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2011 03 16.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT4-6 ▼

Dauguma sprendusiųjų su uždaviniu susidorojo gerai arba netgi puikiai, tačiau dažnai kartojosi šios klaidos ir netikslumai:

1) Sunkiai sekėsi brėžti traukinio koordinatės priklausomybės nuo laiko grafiką. Elementarūs fizikiniai samprotavimai rodo, kad šis grafikas yra sulipdomas iš dviejų parbolių. Pirmosios (atitinkančios tolygiai greitėjantį judėjimą) šaka kyla į viršų, o antrosios

(atitinkančios tolygiai lėtėjantį judėjimą) šaka linksta žemyn. Šakos susijungia be lūžio, kadangi greitis negali kisti šuoliškai. Nemažai sprendusiųjų: (a) nemokėjo nubrėžti apverstos parabolės atkarpos, (b) parabolės sujungė su akivaizdžiu lūžiu, (c) iš viso nepateikė brėžinio.

2) Nemažai sprendusiųjų susipainiojo skaičiuodami greitį pusiaukelėje. Jei traukinio pagreitis išibėgėjęs didesnis nei pagreitis stabdant, traukinys pasiekia pusiaukelę jau pakeitęs judėjimo pobūdį iš greitėjančio į lėtėjantį. Tokiu atveju greitį pusiaukelėje lengvai randame nagrinėdami tik lėtėjantį judėjimą nuo pusiaukelės iki sustojimo. Dalis sprendusiųjų rinkosi sunkesnę kelią ir nagrinėjo kintančio pobūdžio traukinio judėjimą nuo starto iki pusiaukelės. Tačiau, aišku, galima sėkmingai padaryti, tačiau šio skaičiavimo būdo algebra ir logika reikalauja žymiai daugiau susikaupimo ir kruopštumo.

Užduoties sprendimo aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Egidijus Anisimovas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2011 03 16.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT4-6 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Kelionės optimalumo sąlyga, kelio ir greičio lygtys	2
2.	Gautas pagrindinis rezultatas – kelionės trukmė	2
3.	Nubrėžti greičio ir koordinatės grafikai	2
4.	Nustatytas didžiausias greitis	1
5.	Nustatytas greitis pusiaukelėje, aptarti abu variantai $a > b$ ir $a < b$	2
6.	Nustatytas kelionės trukmės pokytis dėl sustojimo	1
7.	Netikslumai	-0,5
8.	Pateikta ne pagal turnyro reikalavimus	-1
Maksimalus sprendimo įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Egidijus Anisimovas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2011 03 16.