

4-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
7-oji užduotis Nr. FT4-7 / 2010 11 08 – 2010 12 05

Sąlyga / FT4-7 ▼

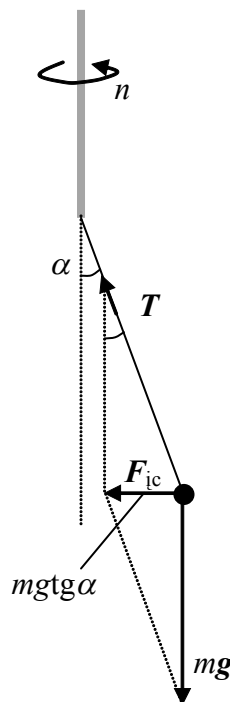
Sukasi siūlu pririštas rutuliukas

Prie orientuotos žemyn vertikalios elektros variklio ašies pririštas ilgio $l = 15$ cm siūlas, kurio gale pritvirtintas mažas masyvus rutuliukas. Kaip elgiasi siūlas su rutuliuku, keičiantis variklio sukimosi greičiui (apsisukimų per sekundę skaičiui) n ? Nubrėžti grafiką, rodantį, kaip siūlo atsilenkimo nuo vertikalės kampas α priklauso nuo variklio sukimosi greičio n . Koks šis atsilenkimo kampas α_1 , kai $n_1 = 2$ apsisukimai per sekundę? Laisvojo kritimo pagreitis $g \approx 10 \text{ m/s}^2$.

Užduotį parengė Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Puslaidininkų fizikos katedros profesorius habil. dr. Edmundas Kuokštis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 11 08.

Aiškinamasis sprendimas / FT4-7 ▼



Jei rutuliukas su siūlu pradiniu momentu yra vertikalėje, tiksliai sutampančioje su variklio sukimosi ašimi, sukantis variklio ašiai rutuliukas išliks toje pačioje padėtyje. Jei jis kiek išvedamas iš pusiausvyros padėties (tai realiu atveju neišvengiama dėl nedidelių nuokrypių nuo idealios situacijos, pvz., ne visiškai centre pats rutuliukas, šiek tiek necentruota ašis, padvelkia vėjo gūsis ir kt.), tai galimi du atvejai.

1) Tegul sukimosi greitis didelis, pvz., n . Tada rutuliuko siūlui atsilenkus kampu α nuo vertikalės jis liks toje padėtyje, sukdamasis apie ašį greičiu n , jei jį veiks atitinkama įcentrinė jėga F_{ic} (žiūr. brėž.), kuri atsiranda dėl sunkio jėgos mg ir siūlo tempimo jėgos T , t.y.

$$F_{ic} = \frac{mv^2}{R},$$

čia $F_{ic} = mgtg\alpha$, $R = l \sin \alpha$, $v = 2\pi nR$.

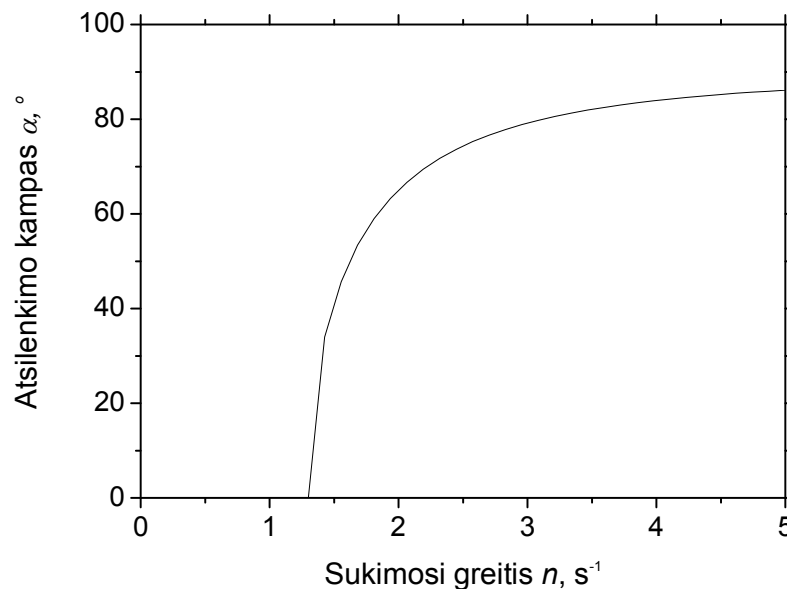
Iš šių lygčių randame $\alpha = \arccos \frac{g}{4\pi^2 l n^2}$.

Matome, kad yra tam tikras ribinis sukimosi greitis n_0 , kuris tenkina reikalavimą $\frac{g}{4\pi^2 l n_0^2} = 1$. Iš čia $n_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$. Jei $n < n_0$, kosinusas > 1 , o to būti negali. Vadinasi, jei sukimosi greitis per mažas, stabilios pusiausvyros nepasieksime jokiam siūlo atsilenkimo kampui. Taigi, jei $n < n_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} = 1,30 \text{ s}^{-1}$, net atsitiktinai nukrypus siūlui nuo vertikalės kampu α rutuliuką gražinanti į pusiausvyros padėtį jėga $mgtg\alpha$ bus didesnė už įcentrinę jėgą, reikalingą stabiliai orbitai išlaikyti. Taigi siūlas išlieka vertikalus, o pusiausvyra stabili.

2) Jei $n > n_0$, siūlui nukrypus nuo pusiausvyros, gražinanti link vertikalės jėga $mgtg\alpha$ bus mažesnė už įcentrinę jėgą, reikalingą stabiliai orbitai išlaikyti. Taigi siūlas atsilenks vis didesniu kampu, kol galiausiai pasiekiamą sąlyga $F_{ic} = mgtg\alpha$. Iš čia $\alpha = \arccos \frac{g}{4\pi^2 l n^2}$. Tai stabilios rutuliuko padėties kampas.

Atskiru atveju, kai $n_1 = 2 \text{ s}^{-1} > 1,30 \text{ s}^{-1}$, $\alpha_1 = \arccos \frac{g}{4\pi^2 l n_1^2} = 65^\circ$.

Grafinė priklausomybė pavaizduota brėžinyje.



Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius prof. habil. dr. Edmundas Kuokštis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2011 03 17.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT4-7 ▼

Tipines sprendusiųjų šią užduotį klaidas galima suskirstyti į kelias grupes:

1) Netikslus brėžinys arba jo visai nėra. Brėžinio netikslumas dažniausiai susijęs su įcentrinės jėgos pavaizdavimu. Būtina suvokti, kad apskritimu judantį kūną turi veikti įcentrinė jėga. Šiuo atveju – tai vektorinė suma sunkio ir siūlo įtempimo jėgų. Dažna klaida – vaizduojama nuo centro nukreipta jėga, jos neįvardinant kaip inercinės išcentrinės jėgos. Galima apsieiti ir be pastarosios sąvokos, bet tuomet neturi būti nuo centro nukreiptos jėgos.

2) Nedaugelis sprendusiųjų analizavo besisukančio rutuliuko ant siūlo pusiausvyros sąlygas ir rūšis. Būtina pastebėti, kad nedidelių apsisukimų greičių atveju $\left(n < n_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \right)$ pusiausvyra stabili vertikaliai siūlo orientacijai, o didelių greičių ($n > n_0$) – pusiausvyra stabili, kai siūlas atsilenkia kampu $\alpha = \arccos \frac{g}{4\pi^2 l n^2}$. Daugelis šį kampą apskaičiavo, bet detalesnės analizės neatliko.

3) Pažymėtini netikslumai, braižant atsilenkimo kampo priklausomybę nuo sukimosi greičio. Kai kas klaidingai nubraižė sritį, kai $n < n_0$ – čia kampas turi būti lygus 0. Kampas pradeda didėti, kai $n > n_0$. Dauguma teisingai nubraižė grafinę priklausomybę.

Užduoties sprendimo aptarimą parengė užduoties autorius prof. habil. dr. Edmundas Kuokštis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2011 03 17.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT4-7 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Pateiktas brėžinys su jėgomis kaip vektoriais	1
2.	Pastebėta, kad siūlas gali idealiu atveju visuomet išlikti vertikalus	1
3.	Suprasta, kad įcentrinės jėgos vaidmenį atlieka vektorinė rutuliuko sunkio jėgos ir siūlo tempimo jėgos suma.	1
4.	Užrašyta teisinga siūlo su rutuliuku atsilenkimo kampo išraiška, kai sukimosi greitis didelis	1
5.	Išanalizuota ir nustatytas ribinis sukimosi greitis n_0 , kurio nesiekiant ($n < n_0$) siūlas lieka vertikalus, o viršijus ($n > n_0$) atsilenkia baigtiniu kampu.	3
6.	Teisingai apskaičiuotas kampas, kai $n = 2 \text{ s}^{-1}$, $\alpha_1 = 65^\circ$	1
7.	Teisingai nubrėžta grafinė priklausomybė $\alpha(n)$	2
8.	Neišaiškinta, kodėl naudojama išcentrinės jėgos sąvoka	-1
9.	Pateikta ne pagal reikalavimus	-1
10.	Kiti smulkūs netikslumai	po -0,5
Maksimalus sprendimo įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius prof. habil. dr. Edmundas Kuokštis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2011 03 17.