

5-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
1-oji užduotis Nr. FT5-1 / 2011 07 04 – 2011 08 01

Užduoties sąlyga / FT5-1 ▼

Du susidaužiantys rutuliukai

Yra du vienodi tamprūs rutuliukai. Pirmasis iš jų iš 1,8 m aukščio nuo Žemės paviršiaus metamas 19,6 m/s greičiu stačiai aukštyn, o antrasis po 1 s iš 21,4 m aukščio paleidžiamas žemyn be pradinio greičio. Neatsižvelkite į oro pasipriešinimą rutuliukų judėjimui tame pačiame statmenyje Žemės paviršiui. Laisvojo kritimo pagreitis $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

1. Kokių greičių juda antrasis rutuliukas atžvilgiu pirmojo iki jų susidūrimo?
2. Kokiame aukštyje jie susiduria?
3. Kokie rutuliukų greičiai po susidūrimo, jei smūgis centrinis?
4. Po kiek laiko po susidūrimo rutuliukai nukris?

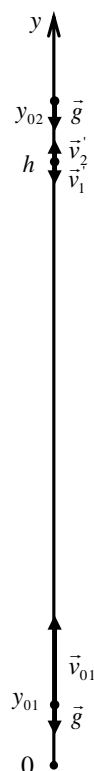
Užduotį parengė Vilniaus universiteto Taikomųjų mokslų instituto direktoriaus pavaduotojas, Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Puslaidininkių fizikos katedros docentas, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2011 07 04.

Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT5-1 ▼

Duota: $y_{01} = 1,8 \text{ m}$, $v_{01} = 19,6 \text{ m/s}$, $\Delta t = 1 \text{ s}$, $y_{02} = 21,4 \text{ m}$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Rasti: v_{21} , v_1' , v_2' , t_1 , t_2 .



Pirmojo rutuliuko greičio projekcija į koordinatinių ašį Y antrojo rutuliuko paleidimo momentu:

$$v_{1y} = v_{01} - g\Delta t,$$

o bet kuriuo laiko momentu t po antrojo rutuliuko paleidimo:

$$v'_{1y} = v_{1y} - gt = v_{01} - g(t + \Delta t).$$

Antrojo rutuliuko

$$v'_{2y} = -gt.$$

Antrojo rutuliuko greitis pirmojo atžvilgiu:

$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1,$$

$$v_{21y} = g\Delta t - v_{01},$$

$$v_{21y} = 9,8 \cdot 1 - 19,6 = -9,8 \text{ (m/s)},$$

čia „-“ reiškia, kad \vec{v}_{21} yra nukreiptas stačiai žemyn.

Rutuliukų koordinatės:

$$y_1 = y_{01} + v_0\Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2} + (v_{01} - g\Delta t)t - \frac{gt^2}{2} = y_{01} + v_{01}(t + \Delta t) - \frac{g}{2}(t + \Delta t)^2,$$

$$y_2 = y_{02} - \frac{gt^2}{2}.$$

Jas galime sulygtinti, kai rutuliukai maži:

$$y_{01} + v_{01}(t_s + \Delta t) - \frac{g}{2}(t_s + \Delta t)^2 = y_{02} - \frac{g}{2}t_s^2.$$

Iš čia rastume

$$t_s = 0,5 \text{ s}$$

ir

$$h = y_{02} - \frac{g}{2}t_s^2,$$

$$h = 21,4 - \frac{9,8}{2} \cdot 0,5^2 \approx 20,2 \text{ (m)}.$$

Rutuliukų greičių projekcijos į ašį Y prieš susiduriant yra vienodo dydžio ir priešingų krypčių:

$$v''_{1y} = v_{01} - g(t_s + \Delta t), \quad v''_{2y} = -gt_s,$$

$$v''_{1y} = 19,6 - 9,8 \cdot (0,5 + 1) = 4,9 \text{ (m/s)}, \quad v''_{2y} = -9,8 \cdot 0,5 = -4,9 \text{ (m/s)}.$$

Pagal impulso ir energijos tvermės dėsnius tampriam smūgiui (m – rutuliuko masė):

$$m\vec{v}_1'' + m\vec{v}_2'' = m\vec{v}_1' + m\vec{v}_2',$$

$$m\frac{v_1''^2}{2} + m\frac{v_2''^2}{2} = m\frac{v_1'^2}{2} + m\frac{v_2'^2}{2},$$

$$\begin{cases} v'_{1y} + v'_{2y} = 0, \\ v_{1y}^2 + v_{2y}^2 = 48,02. \end{cases}$$

$$v'_{1y} = -4,9 \text{ m/s}, \quad v'_{2y} = 4,9 \text{ m/s}.$$

Rutuliukų koordinatės po susidūrimo:

$$y_1' = h + v'_{1y}t - \frac{gt^2}{2},$$

$$y_2' = h + v'_{2y}t - \frac{gt^2}{2}.$$

Nukritus $y_1' = y_2' = 0$,

$$4,9t_1^2 + 4,9t_1 - 20,2 = 0,$$

$$4,9t_2^2 - 4,9t_2 - 20,2 = 0,$$

$$t_1 = \frac{-4,9 + \sqrt{4,9^2 + 4 \cdot 4,9 \cdot 20,2}}{2 \cdot 4,9} \approx 1,6 \text{ (s)},$$

$$t_2 = \frac{4,9 + \sqrt{4,9^2 + 4 \cdot 4,9 \cdot 20,2}}{2 \cdot 4,9} \approx 2,6 \text{ (s)}.$$

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2011 10 03.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT5-1 ▼

Užduotyje yra nagrinėjama dviejų kūnų – vienodų rutuliukų, o tai reiškia, kad ne tik jų masės, bet ir matmenys vienodi – tolygiai kintamo judesio Žemės gravitaciniame laike kinematika bei dinaminė sąveika tampriai susidūrus, apibūdinama impulso ir mechaninės energijos tvermės dėsniais. Sprendžiant užduotį yra patogiau tai daryti, kai rutuliukai yra labai maži – tada suprantamesni tampa ne tik ta pati jų susidūrimo vieta, bet ir nukritimas nuo tos vietos iki Žemės paviršiaus.

Dauguma turnyro dalyvių rutuliukus laikė mažais, bet buvo ir tokių, kurie rašė formules rutuliukams mažiems, o juos paveiksluose parodė net tokio skersmens, kuris prilyginamas būtų net pradiniam pirmojo rutuliuko aukščiui. Taigi, keleto turnyro dalyvių paveiksluose buvo itin dideli rutuliai, kurių susidūrimo vieta turėjo būti skirtinga, o taip pat ir komplikuočiau įvertinamas nukritimas iki Žemės paviršiaus. Vienas turnyro dalyvis įvertino ir rutulių matmenų įtaką.

Taigi, gerą sprendimo rezultatą gali komplikuoti netinkamas paveikslas. Gal čia buvo lengviau tiems, kurie paveikslu aplamai nepateikė, o surašė reikiamas lygtis įsivaizduojamam paveikslui su mažais rutuliukais. Kita vertus, sunku būtų įvykdyti tokį eksperimentą su itin mažais rutuliukais – pirmąjį išmesti duotu greičiu, o abu juos tiksliai nutaikyti centriniam smūgiui.

Užduoties sprendimo aptarimą parengė užduoties autorius dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2011 09 30.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT5-1 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1	Nustatytas antrojo rutuliuko greitis pirmojo atžvilgiu	2
2	Rasta susidūrimo vieta	3
3	Nustatyti greičiai po smūgio	2
4	Rastas kritimo laikas	3
5	Nenustatyta santykinio greičio kryptis	– 1
6	Netikslumai p. 1-4	po – 0,5
7	Pateikta ne pagal reikalavimus, be paaiškinimų	iki – 1
Didžiausias galimas sprendimo įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2011 09 30.