

6-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
13-oji užduotis Nr. FT6-13 / 2013 03 13 – 2013 04 08

Sąlyga / FT6-13 ▼

Baterijų sutvėrimas ir tyrimas

Yra trys vienodi, kiekvienas po 1,5 V elektrovaros ir po 1 Ω vidinės varžos elementai, kuriuos visus įvairiai sujungus tarpusavyje, galima turėti skirtingas baterijas.

1. Kiek tokių baterijų gali būti? Nubraižykite jungimo schemas.
2. Kokia įtampa tarp tų baterijų gnybtų?
3. Kokia naudingoji galia išsiskirtų prie gnybtų prijungus 2 Ω varžos apkrovą? Kokių baterijų atsisakytumėte tausodami turimus elementus?

Užduotį parengė Vilniaus universiteto Taikomųjų mokslų instituto direktoriaus pavaduotojas, Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Puslaidininkių fizikos katedros docentas, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2013 03 13.

Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT6-13 ▼

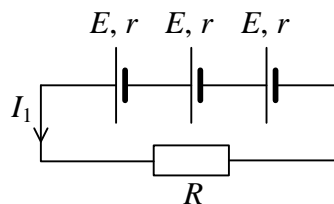
Duota: $E = 1,5 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$, $R = 2 \Omega$;

Rasti: N , U_n , P_n .

Yra 10 galimų baterijų ($N = 10$), kuriose nevienodai tausojami elementai.

A) Elementus sujungus nuosekliai yra sutveriamos dvi baterijos, kurių vidinė varža yra lygi elementų vidinių varžų sumai.

1. Elementus sujungus paeiliui



įtampa tarp neapkrautos baterijos gnybtų yra lygi elementų elektrovarų sumai

$$U_1 = 3E, U_1 = 3 \cdot 1,5 = 4,5 \text{ (V)}.$$

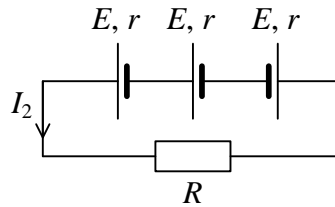
Pagal Omo dėsnį elektros srovės stipris apkrovoje yra

$$I_1 = \frac{3E}{R+3r},$$

o naudingoji galia

$$P_1 = I_1^2 R = \frac{9E^2 R}{(R+3r)^2}, P_1 = \frac{9 \cdot 1,5^2 \cdot 2}{(2+3 \cdot 1)^2} = 1,62 \text{ (W)}.$$

2. Pakeitus vietomis vieno iš elementų gnybtus



neapkrautos baterijos įtampa

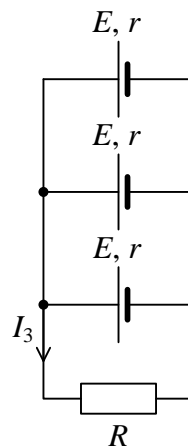
$$U_2 = 2E - E = E = 1,5 \text{ V},$$

o naudingoji galia apkrovoje

$$P_2 = I_2 R = \frac{E^2 R}{(R+3r)^2} = \frac{P_1}{9}, P_2 = \frac{1,69}{9} = 0,18 \text{ (W)}.$$

B) Elementus sujungus lygiagrečiai yra sutveriamos dvi baterijos, kurių vidinė varža lygi $r/3$.

3. Įtampa tarp vienodais poliais lygiagrečiai sujungtų elementų baterijos



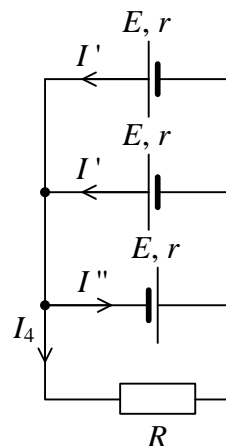
gnybtų lygi vieno elemento elektrovarai

$$U_3 = E = 1,5 \text{ (V)},$$

tai prijungus apkrovą

$$P_3 = I_3^2 R = \frac{E^2 R}{(R+\frac{r}{3})^2}, P_3 = \frac{1,5^2 \cdot 2}{(2+\frac{1}{3})^2} \approx 0,83 \text{ (W)}.$$

4. Vieno iš lygiagrečiai sujungtų elementų gnybtus sukeitus vietomis



įtampą tarp neapkrautos baterijos gnybtų galima rasti panaudojus Kirchhofo taisyklės itin didelę varžą (tarkime, R') apkrautai baterijai:

$$\begin{cases} 2I' - I'' - I_4 = 0, \\ I'r + I_4R' = E, \\ I''r - I_4R' = E, \end{cases}$$

tai

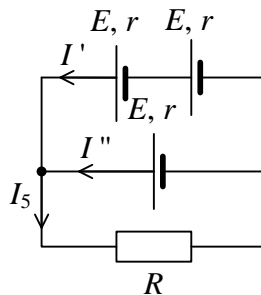
$$U_4 = I_4R' = \frac{ER'}{3R'+r} \approx \frac{E}{3}, \text{ kai } R' \gg r,$$

$$U_4 = \frac{1,5}{3} = 0,5 \text{ (V)};$$

$$P_4 = I_4^2R = \frac{E^2R}{(3R+r)^2}, \quad P_4 = \frac{1,5^2 \cdot 2}{(3 \cdot 2 + 1)^2} \approx 0,09 \text{ (W)}.$$

C) Prie dviejų nuosekliai sujungtų elementų prijungus trečiąjį elementą lygiagrečiai yra sutveriamos dar trys baterijos, kurių vidinė varža yra $r' = \frac{2r \cdot r}{2r+r} = \frac{2r}{3}$.

5. Apkrautai itin didele varža baterijai



pagal Kirchhofo taisykles

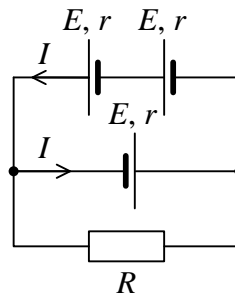
$$\begin{cases} I' + I'' - I_5 = 0, \\ I' \cdot 2r + I_5R' = 2E, \\ I''r + I_5R' = E \end{cases}$$

randame

$$U_5 = I_5R' = \frac{4ER'}{3R'+2r} \approx \frac{4E}{3}, \quad U_5 = \frac{4 \cdot 1,5}{3} = 2 \text{ (V)};$$

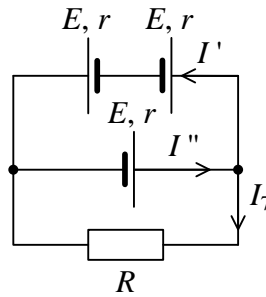
$$P_5 = I_5^2R = \frac{16E^2R}{(3R+2r)^2}, \quad P_5 = \frac{(16 \cdot 1,5^2 \cdot 2)}{(3 \cdot 2 + 2 \cdot 1)^2} = 1,125 \text{ (W)}.$$

6. Sukeitus trečiojo elemento gnybtus vietomis



baterijoje teka trumpojo jungimo srovė $I = \frac{E}{r} = \frac{1,5}{1} = 1,5 \text{ (A)}$, tada $U_6 = 0$ ir $P_6 = 0$.

7. Sukeitus vietomis dar ir antrojo elemento gnybtus



vėl galima taikyti Kirchhofo taisyklės itin didele varža apkrautai baterijai:

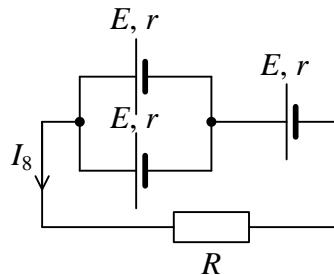
$$\begin{cases} -I' + I'' - I_7 = 0, \\ I''r + I_7R' = E, \\ I''r + I'2r = E, \end{cases}$$

iš čia randame

$$U_7 = I_7R' = \frac{2ER'}{2r+3R'} \approx \frac{2E}{3}, \text{ kai } R' \gg r, \\ U_7 = \frac{2 \cdot 1,5}{3} = 1 \text{ (V)}; \\ P_7 = I_7^2 R = \frac{4E^2 R}{(3R+2r)^2}, \quad P_7 = \frac{4 \cdot 1,5^2 \cdot 2}{(3 \cdot 2 + 2 \cdot 1)^2} \approx 0,28 \text{ (W)}.$$

D) Du elementus sujungus lygiagrečiai, o trečiąją prie jų – nuosekliai, yra sutveriamos dar trys baterijos, kurių vidinė varža yra $r'' = \frac{r}{2} + r = 1,5r$.

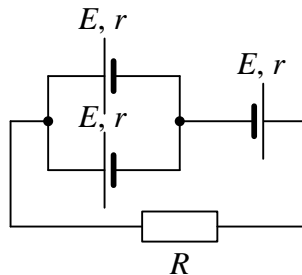
8. Kai jungimo schema yra



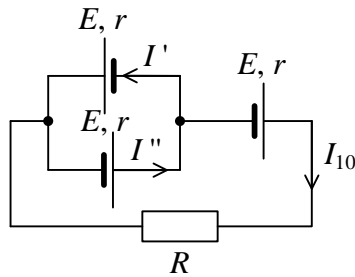
tada įtampa tarp baterijos gnybtų yra

$$U_8 = E + E = 2E, \quad U_8 = 2 \cdot 1,5 = 3 \text{ (V)}; \\ P_8 = I_7^2 R = \frac{4E^2 R}{(R+1,5r)^2}, \quad P_8 = \frac{4 \cdot 1,5^2 \cdot 2}{(2+1,5 \cdot 1)^2} \approx 1,47 \text{ (W)}.$$

9. Dviejų elementų, priešpriešiais sujungtų su trečiuoju, $U_9 = E - E = 0, P_9 = 0$.



10. Itin didele varža apkrautai baterijai



pagal Kirchhofo taisykles

$$\begin{cases} -I' + I'' - I_{10} = 0, \\ -I'r + I_{10}(r + R') = 0, \\ I''r + I_{10}(r + R) = 2E \end{cases}$$

randame

$$U_{10} = \frac{ER'}{R' + 1,5r} \approx E = 1,5 \text{ V, kai } R' \gg r.$$

Toks rezultatas yra akivaizdus ir be Kirchhofo taisyklių taikymo, nes be apkrovos du elementai yra užtrumpinti ($I' = I''$), todėl įtampa tarp neapkrautos baterijos gnybtų lygi trečiojo elemento elektrovarai.

$$P_{10} = I_{10}^2 R = E^2 R / (R + 1,5r)^2, \quad P_{10} = \frac{1,5^2 \cdot 2}{(2 + 1,5 \cdot 1)^2} \approx 0,37 \text{ (W)}.$$

Taigi, šeštojoje baterijoje visi elementai yra užtrumpinti, tad visai netausojami, o devintojoje baterijoje jie yra „itin tausojami“, nes prijungus apkrovą lieka nenaudojami. Reikėtų atsisakyti dešimtosios baterijos, kurioje du elementai yra užtrumpinti, taip pat – antrosios, ketvirtosios ir septintosios baterijų, kuriose šaltiniai sujungiami priešpriešiais. Nevienodai efektyviai panaudojami, ir tuo pačiu nevienodai išsieikvoja, elementai penktojoje ir aštuntojoje baterijose.

Tad be didesnės kritikos lieka nuosekliai ir lygiagrečiai sujungtų elementų baterijos. Dėl apkrovai tiekiamos galios (jei to reikia), pagal šios užduoties duomenis geresnė yra pirmoji baterija, tačiau tai priklauso nuo apkrovos varžos R . Galia abiem atvejais būtų vienoda ($P_{01} = P_{03}$), jei elektros srovių stipriai apkrovoje būtų vienodi:

$$\frac{3E}{R_0 + 3r} = \frac{E}{R_0 + \frac{r}{3}}, \text{ iš čia } R_0 = r = 1 \Omega,$$

t.y., apkrovos varža būtų lygi elemento vidinei varžai.

Visgi nepatartina trečiojoje baterijoje palikti elementus sujungtus lygiagrečiai, ypač jei jie yra šiek tiek nevienodi, nes bus eikvojami ir be apkrovos.

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2013 05 27.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT6-13 ▼

Visas galimas baterijas analizavo tik keturi, t.y. net pusė iki šios užduoties 6-ąjį Fizikos turnyrą ištvėrusių dalyvių. Dauguma jų įtampą tarp komplikuočiau sujungtų elementų baterijų gnybtų rado taikydami Kirchhofo taisykles apkrovus bateriją palyginti didele varža, o kiti ją pateikė be paaiškinimų. Braižant schemas vis dar pamirštama, kad daugiau nei dviejų laidų sujungimo vietos paryškinamos taškais. Vienas turnyro dalyvis nesilaikė reikalavimų ir pateikė fotografuotą rankraštį.

Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2013 05 27.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT6-13 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Nustatytas baterijų skaičius N ir pateiktos schemos	2
2.	Apskaičiuotos įtampos tarp neapkrautų baterijų gnybtų	3
3.	Rasta naudingoji galia	3
4.	Atlikta baterijų palyginamoji analizė	2
5.	Pateikta ne pagal reikalavimus	-1
6.	Netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-4)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimo įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2013 05 27.