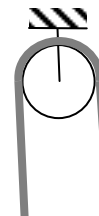


**6-ASIS FIZIKOS TURNYRAS**  
**15-oji užduotis Nr. FT6-15 / 2013 04 22 – 2013 05 20**

**Sąlyga / FT6-15 ▼**

**Plona lanksti juostelė ir skridinys**

Per cilindro formos nekilnojamą skridinį permesta plona lanksti juostelė. Skridinio spindulys  $r = 6$  cm, jo masė  $m = 0,4$  kg. Juostelės ilgis  $l = 3$  m, jos masė  $M = 1,5$  kg. Skridiniui sukantis jo ašies trintis sukuria pastovų stabdantį jėgos momentą  $J = 0,03$  Nm. Trinties jėga tarp skridinio ir juostelės proporcinga juostelės prispaudimo jėgai:  $F_{tr} = \mu N$ ,  $\mu = 0,2$ .



- 1) Kokiam aukščių skirtumui tarp juostelės galų esant skridinys pradės sukis?
- 2) Juostelė patraukiama taip, kad tarp galų būtų aukščių skirtumas  $\Delta l = 0,6$  m ir paleidžiama be pradinio greičio. Kokiu greičiu suksis skridinys aukščių skirtumui tarp juostelės galų padidėjus dvigubai?

*Užduotį parengė Užduotį parengė mokyklos „Fizikos olimpas“ steigėjų tarybos narys, ilgametis mokyklos direktorius (11 m.) ir šio Fizikos turnyro užduočių parengimo spęsti ir jų sprendimų vertinimo komisijos pirmininkas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2013 04 22.

**Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT6-15 ▼**

1) Juostelės sunkio sukurtas jėgos momentas turi būti ne mažesnis už skridinio sukimąsi stabdantį trinties sukurtą jėgos momentą:

$$\frac{Mgh_{\min}r}{l} = J, \quad h_{\min} = \frac{Jl}{Mgr}, \quad h_{\min} = 0,10 \text{ m.}$$

Taip pat trinties tarp juostelės ir skridinio sukurtas maksimalus jėgos momentas turi būti ne mažesnis už skridinio sukimąsi stabdantį trinties sukurtą jėgos momentą  $J_{tr}$ . Pagal Eulerio formulę maksimali trinties jėga tarp skridinio ir juostelės  $F_{tr\max}$  duotomis sąlygomis

$$F_{tr\max} = \frac{Mgh}{l} (e^{\mu\pi} - 1),$$

o maksimalus trinties jėgos momentas

$$J_{tr\max} = rF_{tr\max}, \quad J_{tr\max} = 0,35 \text{ Nm.}$$

Taigi, juostelė neslysta. Didėjant aukščių skirtumui  $h$  juostelė juda vis su didesniu pagreičiu  $a$ , todėl jos prispaudimo prie skridinio jėga, o tuo pačiu – ir trinties jėga mažėja ir esant aukščių skirtumui  $h_{\max}$  tos jėgos sukurtas momentas prilygsta  $J$ . Tada

$$a = \frac{1}{M} \left( \frac{Mh_{\max}g}{l} - \frac{J}{r} \right),$$

o trinties jėga

$$F_{tr} = \frac{J}{r} = \frac{Ml - h_{\max} - \pi r}{2} (g + a)(e^{\mu\pi} - 1).$$

Įrašę  $a$  gauname lygtį aukščių skirtumui  $h_{\max}$ :

$$\frac{J}{r} = \frac{Ml - h_{\max} - \pi r}{2} \left[ g + \frac{1}{M} \left( \frac{Mh_{\max}g}{l} - \frac{J}{r} \right) \right] (e^{\mu\pi} - 1),$$

$$h_{\max}^2 + h_{\max} \left( \pi r - \frac{Jl}{Mgr} \right) - l(l - \pi r) \left( 1 - \frac{J}{Mgr} \right) + \frac{2Jl^2}{Mgr(e^{\mu\pi} - 1)} = 0.$$

Tos lygties teigiamas sprendinys

$$h_{\max} = \frac{\left\{ -\pi r + \frac{Jl}{Mgr} + \sqrt{\left(1 - \frac{J}{Mgr}\right)^2 + 4 \left[ l(l - \pi r) \left(1 - \frac{J}{Mgr}\right) - \frac{2Jl^2}{Mgr(e^{\mu\pi} - 1)} \right]} \right\}}{2},$$

$$h_{\max} = 2,69 \text{ m.}$$

Taigi, paleidus juostelę be pradinio greičio skridinys pradės sukintis, kai tarp juostelės galų bus aukščių skirtumas  $0,10 \text{ m} < h < 2,69 \text{ m}$ .

2) Kadangi tarp juostelės galų aukščių skirtumas  $h_1$  yra nustatytose pirmojoje užduotyje ribose, kairioji juostelės dalis leis žemyn, jai leidžiantis sunkio jėga atliks darbą

$$A = \int_{h_1}^{2h_1} \frac{Mg}{l} h \frac{dh}{2} = \frac{3Mgh_1^2}{4l}, \quad A = 1,32 \text{ J.}$$

Tas darbas virs juostelės ir skridinio kinetine energija bei bus panaudotas skridinio sukimosi trinčiai nugalėti. Laikome, kad juostelė skridiniu neslysta ir įgauna greitį  $v = \omega r$ ,  $\omega$  – skridinio sukimosi kampinis greitis. Tada

$$A = \frac{Mv^2}{2} + \frac{mv^2}{4} + \frac{Jh_1}{2r},$$

$$v^2 = \frac{A - \frac{Jh_1}{2r}}{\frac{M}{2} + \frac{m}{4}},$$

$$\omega = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{A - \frac{Jh_1}{2r}}{\frac{M}{2} + \frac{m}{4}}}, \quad \omega = 19,6 \text{ s}^{-1}.$$

Patikriname prielaidą, kad juostelė skridiniu neslysta. Skridiniui sukantis su juo besiliečiančios juostelės dalies prispaudimas bus mažesnis dėl juostelės judėjimo su pagreičiu ir dėl išcentrinės jėgos, jis bus mažiausias esant  $h = 2h_1$ . Išcentrinė jėga

$$F_{i\ddot{s}} = \int_0^\pi \frac{M\omega^2 r^2}{l} \sin \varphi d\varphi = \frac{2M\omega^2 r^2}{l}.$$

Juostelė judės pagreičiu

$$a = \frac{2h_1 g}{l} - \frac{J}{Mr'},$$

todėl jos trumpesniosios dalies svoris

$$P = \frac{M(l - 2h_1 - \pi r)(g + a)}{l} - \frac{F_{i\ddot{s}}}{2},$$

todėl maksimali juostelės ir skridinio trinties jėga

$$F'_{tr} = P(e^{\mu\pi} - 1),$$

o jos sukuriama trinties jėgos momentas

$$J'_{tr} = r \left[ \frac{M(l - 2h_1 - \pi r) \left( g + \frac{2h_1 g}{l} - \frac{J}{Mr'} \right) - \frac{M\omega^2 r^2}{l}}{l} \right] (e^{\mu\pi} - 1),$$

$$J'_{tr} = 0,031 \text{ Nm.}$$

Kadangi  $J'_{tr} > J$ , juostelė skridiniu neslysta, todėl  $\omega = 19,6 \text{ s}^{-1}$ .

*Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2013 06 25.

### **Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT6-15 ▼**

Paskutinę užduotį sprendė tik keturi 6-ojo Fizikos turnyro dalyviai.  
Tik vienas iš jų atsižvelgė į lanksčios juostelės trinties ypatybes.

*Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2013 06 25.

### **Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT6-15 ▼**

<b>Nr.</b>	<b>Sprendimų vertinimo kriterijus</b>	<b>Vertė balais</b>
1.1.	Nustatytas minimalus aukščių skirtumas tarp juostelės galų, kuriam esant skridinys pradės sukstis.	2
1.2.	Parodyta, kad juostelė skridiniu neslysta.	1
1.3.	Nustatytas maksimalus aukščių skirtumas tarp juostelės galų, kuriam esant skridinys pradės sukstis.	1
2.1.	Nustatytas sunkio jėgos atliktas darbas kintant aukščių skirtumui tarp juostelės galų.	2
2.2.	Parašytas energijos tvermės dėsnis kintant aukščių skirtumui tarp juostelės galų.	1
2.3.	Nustatytas skridinio kampinis greitis.	2
2.4.	Parodyta, kad juostelė skridiniu neslysta.	1
Didžiausias galimas sprendimo įvertinimas		10

*Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2013 06 25.