

**6-ASIS FIZIKOS TURNYRAS**  
**7-oji užduotis Nr. FT6-7 / 2012 11 05 – 2012 12 03**

**Sąlyga / FT6-7 ▼**

**Šaltinis ir trys voltmetrai**

Prie įtampos šaltinio gnybtų prijungus pirmąjį voltmetrą, jis rodo 10 V įtampą. Vietoje pirmojo voltmetro prijungus antrąjį voltmetrą, jis rodo 15 V įtampą. Prijungus abu voltmetrus nuosekliai, jie rodo 4 ir 12 V įtampas. Raskite:

- 1) šaltinio elektrovarą;
- 2) pirmojo voltmetro rodomos įtampos pokytį, lygiagrečiai jam prijungus trečiąjį, tokį patį kaip ir antrasis, voltmetrą;
- 3) naudingumo koeficientą visais šiais atvejais;
- 4) didžiausią galimą naudingumo koeficientą grandinėje su šaltiniu ir voltmetrais.

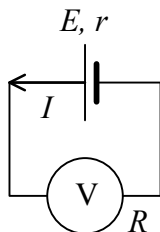
*Užduotį parengė Vilniaus universiteto Taikomųjų mokslų instituto direktoriaus pavaduotojas, Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Puslaidininkių fizikos katedros docentas, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2012 11 05.

**Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT6-7 ▼**

Duota:  $U_1 = 10 \text{ V}$ ;  $U_2 = 15 \text{ V}$ ;  $U_3 = 4 \text{ V}$ ;  $U_4 = 12 \text{ V}$ ,  $R_3 = R_2$ .

Rasti:  $E, \Delta U_3, \eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5$ .



Pagal Omo dėsnį pirmojo ir antrojo voltmetrų, atskirai prijungtų prie šaltinio, rodomos įtampos yra  $U_1 = I_1 R_1$  ir  $U_2 = I_2 R_2$ , čia  $I_1$  ir  $I_2$  – elektros srovės stipriai, o  $R_1$  ir  $R_2$  – voltmetrų varžos. Tada šaltinio, kurio vidinė varža yra  $r$ , elektrovara

$$E = I_1 (R_1 + r) = U_1 \left( 1 + \frac{r}{R_1} \right), E = I_2 (R_2 + r) = U_2 \left( 1 + \frac{r}{R_2} \right).$$

Šaltinio vidinę varžą nesunku eliminuoti perkėlus narius tik su įtampa į kairiąsias lygybių puses ir jas padalijus:

$$\frac{E - U_1}{E - U_2} = \frac{U_1 R_2}{U_2 R_1}.$$

Kai abu voltmetrai yra sujungti nuosekliai, tai jais teka vienodo stiprio elektros srovė ir rodomos įtampos yra tiesiai proporcingos jų varžoms:

$$\frac{U_3}{U_4} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Randame šaltinio elektrovarą:

$$\frac{E - U_1}{E - U_2} = \frac{U_1 U_4}{U_2 U_3}, E = \frac{U_1 U_2 (U_4 - U_3)}{U_1 U_4 - U_2 U_3}, E = \frac{10 \cdot 15 (12 - 4)}{10 \cdot 12 - 15 \cdot 4} = 20 \text{ (V)}.$$

Iš pirmųjų lygybių nesunku susieti tarpusavyje voltmetrų ir šaltinio elektrines varžas:

$$R_1 = \frac{U_1 r}{E - U_1}, R_1 = \frac{10r}{20 - 10} = r; R_2 = \frac{U_2 r}{E - U_2}, R_2 = \frac{15r}{20 - 15} = 3r.$$

Taigi, voltmetrų varžos yra tos pačios eilės, kaip ir šaltinio vidinė varža, o gautomis varžų sąsajomis pasinaudosime tolesniame užduoties sprendime.

Lygiagrečiai pirmajam voltmetrui prijungus trečiąjį voltmetrą, jų įtampa  $U_3 + \Delta U_3$  yra vienoda ir pagal Omo dėsnį elektros srovės stipris grandinėje yra: a) tiesiai proporcingas šaltinio elektrovarai ir atvirkščiai proporcingas visai grandinės varžai, kuri yra lygi lygiagrečiai sujungtų pirmojo ir trečiojo voltmetrų varžos, randamos pagal formulę

$$\frac{1}{R_{13}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}; R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}, R_{13} = \frac{3r^2}{4r} = 0,75r,$$

antrojo voltmetro ir šaltinio vidinės varžų sumai; b) tiesiai proporcingas pirmojo ir trečiojo voltmetrų įtampai ir atvirkščiai proporcingas jų varžai  $R_{13}$ :

$$I_4 = \frac{E}{R_{13} + R_2 + r} = \frac{U_3 + \Delta U_3}{R_{13}}.$$

Randame

$$\Delta U_3 = \frac{E R_{13}}{R_{13} + R_2 + r} - U_3, \Delta U_3 = \frac{20 \cdot 0,75r}{4,75r} - 4 \approx -0,84 \text{ (V)}.$$

Taigi, pirmojo voltmetro rodoma įtampa sumažėja apie 0,84 V.

Naudingumo koeficientas parodo, kuri naudojamos grandinėje galios dalis tenka šaltinio apkrovai – čia voltmetrams:

$$\eta_1 = \frac{I_1^2 R_1}{I_1^2 (R_1 + r)} = \frac{R_1}{R_1 + r}, \eta_1 = \frac{r}{2r} = 50\%; \eta_2 = \frac{R_2}{R_2 + r}, \eta_2 = \frac{3r}{4r} = 75\%;$$
$$\eta_3 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + r}, \eta_3 = \frac{4r}{5r} = 80\%; \eta_4 = \frac{R_{13} + R_2}{R_{13} + R_2 + r}, \eta_4 = \frac{3,75r}{3,75r + r} \approx 79\%.$$

Pastebime, kad naudingumo koeficientas tuo didesnis, kuo yra didesnė apkrovos varža. Didžiausią apkrovos varžą ir tuo pačiu didžiausią naudingumo koeficientą gausime visus tris voltmetrus prijungę nuosekliai:

$$\eta_5 = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + r}, \eta_5 = \frac{7r}{8r} \approx 87,5\%.$$

*Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2012 12 17.

### **Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT6-7 ▼**

Dauguma turnyro dalyvių rado visus ieškomus dydžius. Trys dalyviai trečiąjį voltmetrą prijungė lygiagrečiai pirmajam voltmetrui, iš elektrinės grandinės kažkodėl pašalinę antrąjį voltmetrą. Tai kam tada reikalingas trečiasis, toks pats kaip ir antrasis, voltmetras? Juk buvo galima lygiagrečiai sujungti pirmąjį ir antrąjį voltmetrus. Du dalyviai teisingai suprato, kad

naudingumo koeficientas didėja didinant šaltinio apkrovos varžą, ir nurodė didžiausią galimą naudingumo koeficientą, siekiantį 100 %. Deja, jis toks neįmanomas grandinėje su duotais šaltiniu ir voltmetrais.

*Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2012 12 17.

***Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT6-7 ▼***

<b>Nr.</b>	<b>Sprendimų vertinimo kriterijus</b>	<b>Vertė balais</b>
1	Šaltinio elektrovaros radimas	4
2	Pirmojo voltmetro rodomos įtampos pokyčio radimas	3
3	Naudingumo koeficiento radimas	2
4	Didžiausio galimo naudingumo koeficiento radimas	1
5	Nėra paaiškinimų	-1
6	Pateikta ne pagal reikalavimus	iki -1
7	Kiti netikslumai p. 1-4	po $-(0,1-0,5)$
Didžiausias galimas sprendimo įvertinimas		10

*Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2012 12 17.