1 uždavinio sprendimas

Virvės įtempimo jėga yra:

$$T = Mg\frac{\dot{l}_1}{l_2}$$

$$kur\, l_1 = 3\mathrm{m}, l_2 = 2\mathrm{m}, M = 4\mathrm{kg}$$

$$mg = 4\mathrm{T}$$

$$m = 4\mathrm{M}\frac{\dot{l}_1}{l_2}$$

Apačioje masė yra pakabinta ant dviejų skridinių sistemos.

$$mg = 4\mathrm{T}$$

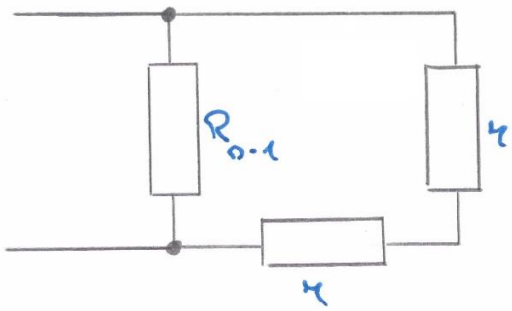
$$m = 4\mathrm{M}\frac{\dot{l}_1}{l_2} = 24\mathrm{kg}$$

2.

a) Tiesiog naudojame lygiagrečiai sujungtų varžų formulę. Šiuo atveju viena lygi r, kita – $R+r$:

$$R_{nauja} = r\frac{R+r}{R+2r}$$

b) Galima pamanyti, kad prijungus dar vieną bloką prie R_{n-1} grandinė bus tokia:



Tačiau taip nėra, kadangi naujas blokas nėra jungiamas lygiagrečiai <u>visai</u> buvusiai grandinei. Jis jungiamas tik daliai tos grandinės (t.y. naujas blokas jungiamas lygiagrečiai varžai r, o ši nauja sistema nuosekliai kitai varžai r ir t.t.) , tad tokiu būdu varžos R_{n-1} naujoje grandinėje neišskirsime.

Bet jeigu prijungę naują bloką „atsikratome“ dviejų pačių kairiausių varžų, gauname visiškai tokią pačią grandinę R_{n-1}. Sugrąžiname varžas, kurių „atsikratėme“ – ši kitaip išskirta grandinė R_{n-1} yra <u>visa</u> nuosekliai prijungta prie varžos r ir tuomet varža $R_{n-1}+r$ lygiagrečiai jungiama varžai r. Visai kaip a) atvejyje, kuriame gauta formulė ir yra tokia, kokią prašo įrodyti b), tik vietoj R figūruos R_{n-1}, vietoj R_{nauja} - R_n.

c) Jeigu tokių blokų yra begalybė, naujai prijungtas ar atimtas blokas neturės jokios įtakos grandinės varžai. Vadinasi, mūsų ieškoma varža $R_\infty = R_n = R_{n-1}$. Įsistatę tai į b) įrodytą formulę, gauname kvadratinę lygtį

$$R_\infty = r\frac{R_\infty + r}{R_\infty + 2r} \ ,$$

kurią išsprendę gauname

$$R_\infty = r\frac{\sqrt{5}-1}{2} \ .$$

(kitas kvadratinės lygties sprendinys duoda varžą, mažesnę už 0, tad jį atmetame)

3 uždavinio sprendimas

a) Plyta pasieks aukščiausią aukštį per

$t = \frac{v}{g}$,

o į pensininko galvos aukštį nukris per

$t_p = 2t$

$t_p = \frac{2v}{g}$

Pensininkui geriau pasitraukti greičiau nei per $t_p = 1s$.

b) Plyta aukštį h pasiekia per laiką t:

$h = vt - \frac{gt^2}{2}$,

pasirenkam $h = \frac{H_{max}}{2}$,

kur $H_{max} = \frac{v^2}{2g}$.

Įsistatę į pirmąją lygtį, gauname:

$\frac{v^2}{4g} = vt - \frac{gt^2}{2}$.

Kvadratinė lygtis turi du sprendinius:

$t = \frac{v}{g}\left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$,

kur - ir + atitinka vidurio kelio pasiekimą plytai skriejant į viršų ir žemyn.

Skriejant į viršų: $t_- = 0.1s$,

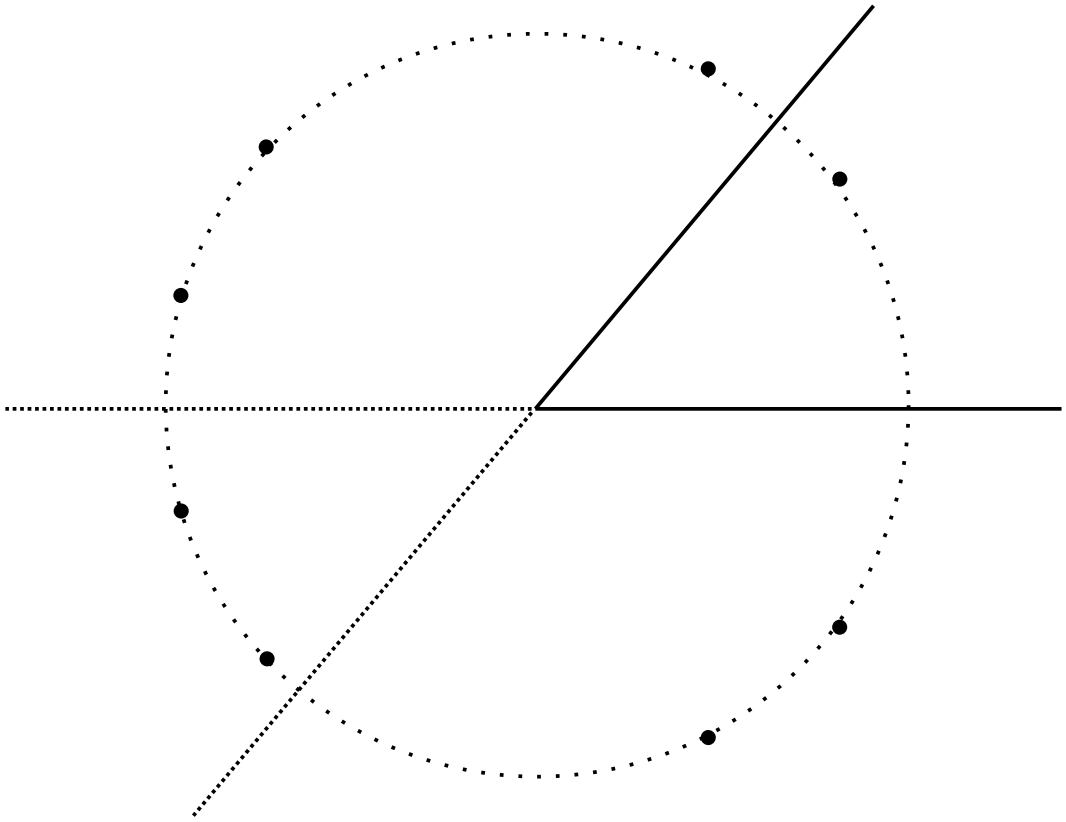
žemyn: $t_+ = 0.9s$.

Patikrinam logiką: $t_p > t_-, t_+$. Taip pat tikėjomės t_-palyginti (su t_p) mažo, o t_+ netoli t_p, nes kuo plyta žemiau, tuo ji greitesnė.

4 uždavinio sprendimas

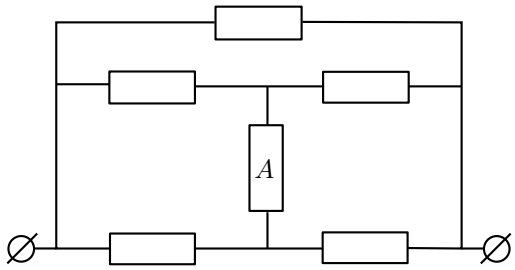
Sprendžiame geometriškai brėždami atvaizdus. Jų susidaro septyni.

Pastaba: Atvaizdai, esantys priešingame nei objektas kampe, nėra daugiau atspindimi, antraip atsirastų "atvaizdų" objekto pusėje. Stataus kampo atveju turime du sutampančius atvaizdus, tačiau tik vienas iš jų yra matomas bet kurioje realios erdvės pusėje, todėl, pavyzdžiui, sprendžiant elektrostatikos uždavinius toje vietoje turime tokio pat didumo krūvį, kaip ir realus krūvis. Tačiau, kai menamieji krūviai nesutampa, šio metodo taikyti negalima – elektrinis laukas nebūtų tolygus. Tuo tarpu atspindimos šviesos intensyvumas gali kisti staiga.



5. Tetraedras

Tetraedrą pajungę prie elektros šaltinio gauname tokią schemą:



Per varžą A srovė neteka (tas turėtų būti akivaizdu dėl simetrijos). Vienos varžos vertė yra

$$R = \frac{\rho L}{6S} = \frac{4\rho L}{6\pi d^2} = \frac{2\rho L}{3\pi d^2}. \tag{1}$$

Todėl per viršutinę varžą srovė bus

$$\frac{3\pi\varepsilon d^2}{2\rho L}. \tag{2}$$

Per kitas varžas srovė yra

$$\frac{3\pi\varepsilon d^2}{4\rho L}. \tag{3}$$

Bendra srovė yra

$$\boxed{I = \frac{3\pi\varepsilon d^2}{\rho L}.} \tag{4}$$

6 uždavinio sprendimas

a) Kiekvienas plūduriuojantis kūnas išstumia tokį kiekį vandens, kiek pats sveria. Tuo metu, kai laivas lauks ant tilto, jis nuo tilto nustums tiek pat vandens, keik sveria jis pats, todėl tilto apkrova nepakis. Apie šią problemą galima mąstyti ir kitaip: slėgis ties kanalo dugnu viename gylyje vienodas, nes vanduo yra skystis ir perduoda slėgį izotropiškai. Taigi bet kada galime apskaičiuoti slėgį kanalo dugne ties ta vieta, kur nėra laivo, ir jis visada bus lygus slėgiui ties ta vieta, kur yra laivas. Tačiau mąstydami taip mes pastebime, kad slėgis ties dugnu nepriklauso nuo laivo buvimo padėties ir tilto apkrova nesikeičia.

b) Pagal Archimedo dėsnį kiekvienas kūnas išstumia tiek vandens, kiek užimtų vietos vanduo, lygus to kūno svoriui. Kitaip tariant, panirusios ledo gabalo dalies tūris lygus vandens tūriui, kiek užimtų tas pats ledo gabalas, jei jis ištirptų. Jei ledo gabalo panirusi dalis užėmė tūrį V, ištirpęs vanduo irgi užims tą patį tūrį V ir bendras vandens lygis inde nepakis.

c) Tiesiog naudojamės b) dalies rezultatu. Ištirpę plūduriuojantys ledynai vandens lygio nepakels ir Olandijos neužlies.

7 uždavinio sprendimas

Petriukas, atsispirdamas į autobuso grindis, pradeda judėti 1m/s greičiu jų atžvilgiu, todėl atlieka darbą $E_p = \frac{1}{2} m v^2$, kur m = 100kg, v = 1m/s, $E_p = 50\text{J}$. *Petriukui nėra jokio skirtumo, kokiu greičiu juda autobusas, nes fizikos dėsniai yra vienodi visose inercinėse atskaitos sistemose. Tačiau autobusui nėra tas pats: tuo metu, kai Petriukas atsispyrė į priekį, autobusas buvo veikiamas jėga atgal ir dėl to kažkiek sulėtėjo jo greitis žemės atžvilgiu, ir vairuotojas turėjo sunaudoti daugiau kuro greičiui atgauti. Tą energijos nuostolį galima rasti arba skaičiuojant momentų perdavimą, arba tiesiog naudojant energijos tvermės dėsnį. Kadangi klausiama autobuso kinetinės energijos pokyčio žemės atžvilgiu, naudojame žemės atžvilgiu nejudančią atskaitos sistemą. Pasižymime autobuso greitį raide u = 10m/s. Petriukas iš pradžių judėjo greičiu u žemės atžvilgiu, o galiausiai judėjo greičiu (u+v) žemės atžvilgiu. Todėl jo gauta energija žemės atžvilgiu buvo:* $E_ž = \frac{1}{2} m * ((v+u)^2 - u^2)$. $E_ž = \frac{1}{2} 100\text{kg}(121-100) = 21\, E_p = 1050\text{J}.$. *Tačiau Petriukas atliko mažiau darbo, vadinasi darbo skirtumą turėjo prarasti autobusas. Taigi autobuso prarasta energija buvo:* $\Delta E_{autobuso} = \frac{1}{2} m * ((v+u)^2 - u^2 - v^2) = mvu = 1000\text{J}$.

8 uždavinio sprendimas

Pirmiausia patikrinam, ar vanduo garavo, kol buvo kaitinamas kibirų kaitintuve. Jei ne, tada sprendimas labai paprastas: šaldomas kibiras su vandeniu praras tiek pat energijos, kiek buvo gavęs kaitinant:

$Q_{šaldant} = Wt$, kur t - kaitinimo laikas.

Šildant gautas šilumos kiekis: $Q_{šildant} = Wt$.

Ledui sušildyti reikia: $Q_1 = (C + V\rho c_1)(T_0 - T_5)$,

ledui ištirpinti: $Q_2 = V\rho\lambda$,

vandeniui sušildyti: $Q_3 = (C + V\rho c_v)(T_{100} - T_0)$,

kur C - kibiro šiluminė talpa, T_y - atitinkama kibiro temperatūra y.

Įsistatę skaičius, gauname: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3.83 \cdot 10^6 J$,

$Q_{šildant} = 8.40 \cdot 10^6 J$

$\Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 < Q_{šildant}$, vadinasi, vanduo garuos.

Garavimui reikalingas šilumos kiekis: $Q_4 = xV\rho L$, kur x - išgaravusi vandens dalis. Jei $x > 1$, reikštų, kad vandens neliks ir Marytė greičiausiai nešaldys kibiro be vandens.

Šilumos balanso lygtis: $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = Q_{šildant}$

$\Rightarrow x = \frac{Q_{šildant} - Q_1 - Q_2 - Q_3}{V\rho L}$

$x = 0.4$ - Marytei grįžus dar liks vandens.

Naujieji šilumos kiekiai $Q_1^{'}, Q_2^{'}, Q_3^{'}$ yra analogiški šilumos kiekiams Q_1, Q_2, Q_3, su vandens mase pakeista į $(1-x)V\rho$:

$Q_1^{'} = (C + (1-x)V\rho c_1)(T_0 - T_5)$

$Q_2^{'} = (1-x)V\rho\lambda$

$Q_3^{'} = (C + (1-x)V\rho c_v)(T_{100} - T_0)$

Šilumos balanso lygtis, kur Q yra ieškomas šilumos kiekis:

$Q = (C + (1-x)V\rho c_1)(T_0 - T_5) + (1-x)V\rho\lambda + (C + (1-x)V\rho c_v)(T_{100} - T_0)$,

$Q = 2.3 \cdot 10^6 J$

Loginis patikrinimas: nugaravo mažiau nei pusė vandens ir liko sveikas kibiras, todėl tikimės $\frac{1}{2}(Q_1 + Q_2 + Q_3) < Q < Q_1 + Q_2 + Q_3$. Atsakymas toks ir yra.

9 uždavinio sprendimas

Lazeris yra monochromatinis šviesos šaltinis, todėl raudonos ir mėlynos bangos ilgiai yra fiksuoti ir yra iš duotųjų intervalų. Abiejų šviesos bangų maksimumas duotame taške bus, jeigu bus tenkinama sąlyga:

$d^{-1}sin\alpha = n_m\lambda_m = n_r\lambda_r$, kur $n \in N$.

Maksimumas ties kažkokiu kitu kampu β bus tik tada, jeigu maksimumo eilių santykis $\frac{n'_m}{n'_r}$ bus lygus pirmųjų maksimumo eilių santykiui $\frac{n_m}{n_r}$, nes tik tada bus tenkinama lygtis $n'_m\lambda_m = n'_r\lambda_r$, kadangi bangų ilgiai nekinta. Į pirmą lygtį įsistatome ribines λ reikšmes ir randame, kokiose ribose yra n ir m: $n_{r-min} = 1.9$, $n_{r-max} = 2.2$, $n_{m-min} = 2.8$, $n_{m-max} = 3.1$. $\Rightarrow n_r = 2$, $n_m = 3$. Pro gardelę praėjusi banga turi ribotą kiekį maksimumų, paskutinis maksimumas gali būti rastas iš lygties $k\lambda = d^{-1}sin(90^o)$, kur $k \in N$, ir gautą k suapvalinus į apačią. Įsistatom pirmą lygį ir gauname: $k = n\frac{sin(90^o)}{sin\alpha} \rightarrow k_r = 4$, $k_m = 7$. $\frac{n_m}{n_r} = 1.5$, $n'_m = \frac{n_m}{n_r} \cdot n'_r = 1.5 \cdot n'_r$. Keisdami $n'_r = 1; 3; 4$ reikšmes (nulinis maksimumas yra akivaizdus), randame, kuriems $n'_m \leq 7$ galioja lygybė. Tik su $n'_r = 4$ (tada $n'_m = 6$).

$d^{-1}sin\beta = n'_r\lambda_r$, įsistatome bangos ilgį iš pirmos lygties:

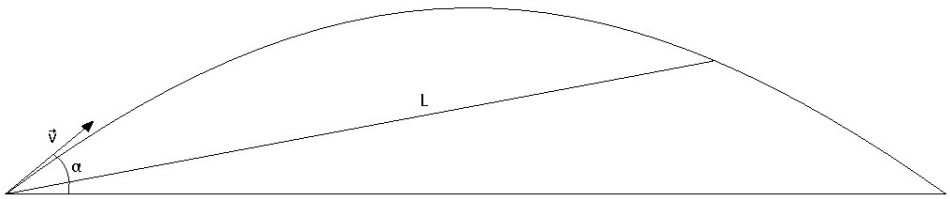
$sin\beta = \frac{n'_r}{n_r} sin\alpha$

$sin\beta = 2\, sin\alpha$

$\beta = 55.26^o$

Pastaba: jei intervale $\left(n_{r(m)-min}; n_{r(m)-max}\right)$ tilptų daugiau nei vienas sveikas skaičius, uždavinio sąlygą tenkintų keli tos pačios spalvos, bet skirtingo λ lazeriai, todėl reikėtų analizuoti visus raudonų ir mėlynų lazerių variantus.

10 uždavinio sprendimas



Kad kopūstas visą laiką toltų, atstumo L išvestinė pagal laiką visą laiką turi būti teigiama.

$\frac{dL}{dt} > 0$

$L = \sqrt{x^2 + y^2}$

$x = v\,t\,cos\alpha$

$y = v\,t\,sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$

v - pradinis greitis

Įsistačius:

$L = \sqrt{v^2t^2 + \frac{g^2t^4}{4} - gt^3v\,sin\alpha}$

Kadangi $L > 0$, todėl vietoj L išvestinės

$\frac{dL}{dt} > 0 \Rightarrow \frac{dL^2}{dt} > 0.$

Išdiferencijuojame, kas yra po šaknimi:

$2v^2t + g^2t^3 - 3gt^2v\,sin\alpha > 0$

Kadangi $t > 0$, $g^2t^2 - 3g\,t\,v\,sin\alpha + 2v^2 > 0$

Tai yra parabolė šakomis į viršų, todėl sąlyga bus tenkinama, kai diskriminantas $D < 0$:

$D = g^2v^2(9\,sin^2\alpha - 8) \Rightarrow sin^2\alpha < \frac{8}{9}$

$sin\alpha > 0$, vadinasi, $sin^2\alpha < \frac{8}{9} \rightarrow sin\alpha < \frac{2\sqrt{2}}{3}$

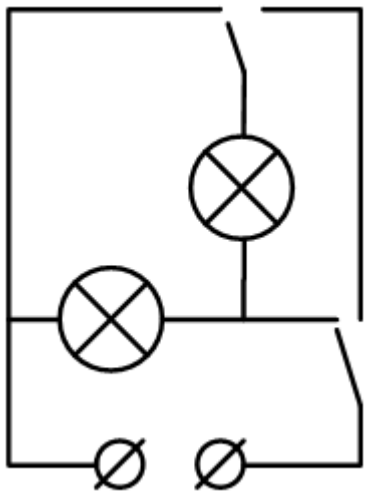
$sin\alpha$ yra tolygiai didėjanti funkcija mus dominančiame intervale $(0,\, 90^o)$, todėl $\alpha < arcsin\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$

Didžiausias kampas:

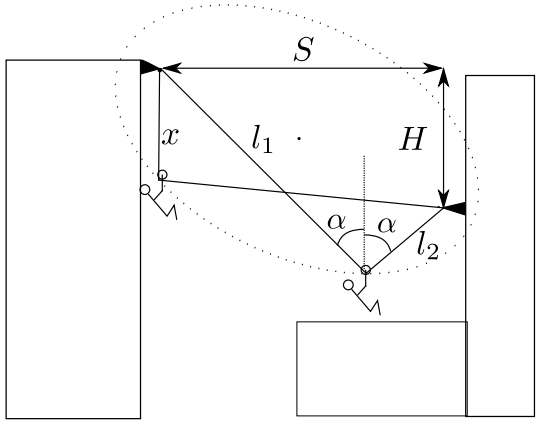
$\alpha = 71^o$

11 uždavinio sprendimas

Brėžinyje pavaizduota teisinga schema:



Pastaba: schemos, kuriose sąlyga “visiškai išjungta” įvykdoma užtrumpinant grandinę, nėra teisingos.



1 pav.: Brėžinys sprendimui

12 uždavinio sprendimas

Lynas netamprus ir visada įtemptas, nes agentą veikia žemyn nukreipta sunkio jėga, bet jis laisvai kristi negali. Atstumų suma nuo agento iki lyno pakabinimo taškų yra pastovi — agentas judės elipse, o lyno pakabinimo taškai yra elipsės židiniai. Žemiausiame trajektorijos taške agento greitis bus horizontalus, be to, tas greitis visada eina išilgai elipsės liestinės. Iš geometrinės optikos žinome, jog šviesos spinduliai, išėję iš vieno elipsės židinio, sueis į kitą, arba, kitaip tariant, kampai tarp lyno ir elipsės kreivumo spindulio yra lygūs.

Jei pažymime atstumą nuo pradinės agento padėties iki aukštesniojo lyno pakabinimo taško x, tada

$$\frac{mv^2}{2} = mg\left(H + l_2\cos\alpha - x\right)$$

Dar galime užrašyti

$$l_1\sin\alpha + l_2\sin\alpha = l\sin\alpha = S$$

$$l_1\cos\alpha - l_2\cos\alpha = l\cos\alpha - 2l_2\cos\alpha = H$$

Be to, pagal Pitagoro teoremą

$$\left(H - x\right)^2 + S^2 = \left(l - x\right)^2$$

$$H^2 - 2Hx + S^2 = l^2 - 2lx$$

$$x = \frac{l^2 - H^2 - S^2}{2\left(l - H\right)}$$

$$v = \sqrt{2g\left(H + \frac{l\cos\alpha - H}{2} - \frac{l^2 - H^2 - S^2}{2\left(l - H\right)}\right)} = \sqrt{2g\left(\frac{\sqrt{l^2 - S^2}}{2} - \frac{l}{2} + \frac{S^2}{2\left(l - H\right)}\right)}$$

13 uždavinio sprendimas

Dviejų krūvių q_1 ir q_2 , atskirtų atstumu r, elektrostatinės sąveikos energija:

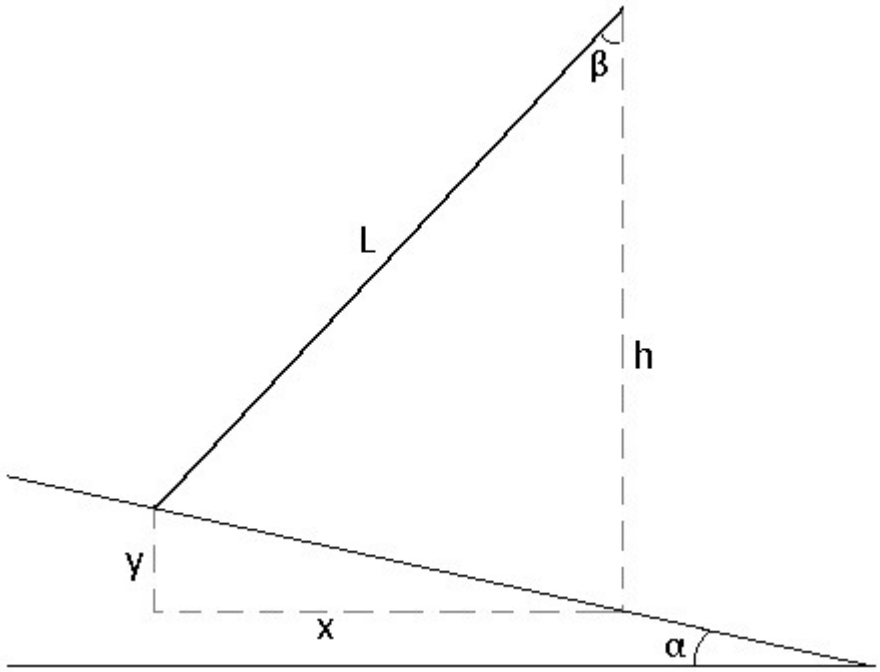
$E = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$. Taigi, pirmojo kūno potencinė energija yra 2008-ių sąveikų su kiekvienu iš krūvių apskritime energijų suma, o antrojo kūno potencinė energija prieš paleidimą yra lygiai tokia pati, išskyrus sąveiką su pirmuoju kūnu, nes šiam nuskridus toli, jų sąveikos energija tampa nepalyginamai maža. Po pakankamai ilgo laiko krūviai nuskrenda toli nuo sistemos ir vienas nuo kito, jog visa jų pradinė energija virsta kinetine, taigi:

$K = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$, r – pradinis atstumas tarp krūvių, $r = \frac{2\pi R}{2009}$.

Taigi:

$q = \frac{2\pi}{7}\sqrt{\frac{2}{41}RK\varepsilon_0}$, arba $q = \sqrt{\frac{8\pi^2}{2009}KR\varepsilon_0}$

14 uždavinio sprendimas



Iš brėžinio matome, kad viela yra iš kairės pusės, nes dešinėje, esant tam pačiam kampui β, taškas B būtų žemiau.

Viela karoliukui yra nuožulnioji plokštuma be trinties:

$L = \frac{at^2}{2}$

$a = g\,cos\beta$

o kitos lygtys yra geometrija:

$L\,sin\beta = x$

$y = x\,tan\alpha$

$x = (h - y)\,tan\beta$

Iš geometrinių lygčių:

$L = \frac{h}{cos\beta + tan\alpha\,sin\beta}$

Viską susistatome į pirmąją lygtį:

$t^2 = \frac{2h}{g(cos^2\beta + tan\alpha\,sin\beta\,cos\beta)}$

Mūsų kintamasis yra β ir galima arba išdiferencijuoti vardiklį ir rasti minimumą, arba pertvarkyti taip, kad išsiverstume be to. Čia nagrinėsime pastarąjį

būdą.

Pasinaudosime $cos^2\beta = \frac{1+cos(2\beta)}{2}$ ir $2sin\beta\, cos\beta = sin(2\beta)$

$t^2 = \frac{4h}{g(1+cos(2\beta)+tan\alpha\, sin(2\beta))}$,

pakeisdami $tan\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$, gauname: $t^2 = \frac{4h\, cos\alpha}{g(cos\alpha+cos\alpha\, cos(2\beta)+sin\alpha\, sin(2\beta))}$

Kita trigonometrinė lygybė: $cos\alpha\, cos(2\beta) + sin\alpha\, sin(2\beta) = cos(\alpha - 2\beta)$

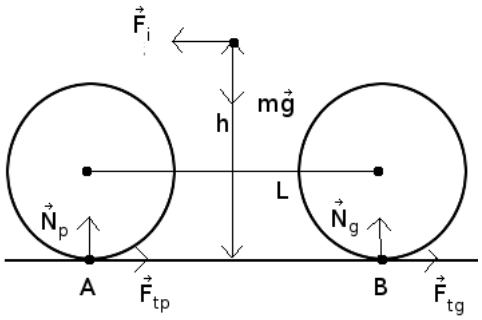
$t^2 = \frac{4h\, cos\alpha}{g(cos\alpha+cos(\alpha-2\beta))}$

Viskas, $cos\alpha$ yra konstanta, o vienintelis narys su β yra $cos(\alpha - 2\beta)$. Norint mažiausio laiko, reikia didžiausio vardiklio, todėl pasirenkam maksimalią $cos(\alpha - 2\beta)$ reikšmę $cos(\alpha - 2\beta) = 1$.

$t^2 = \frac{4h\, cos\alpha}{g(cos\alpha+1)}$

$t = 2\sqrt{\frac{h}{g}\frac{cos\alpha}{1+cos\alpha}}$

15 uždavinio sprendimas



Brėžinyje pavaizduotos dviratį veikiančios jėgos stabdant (dviračio atskaitos sistemoje). Čia $m\vec{g}$ - dviračio su dviratininku sunkis, $\vec{N_p}$ ir $\vec{N_g}$ - atitinkamai priekinį ir galinį ratą veikiančios reakcijos jėgos, $\vec{F_{tp}}$ ir $\vec{F_{tg}}$ - atitinkamai priekinį ir galinį ratą veikiančios trinties jėgos, $\vec{F_i}$ - inercijos jėga/
(a) Stabdoma priekiniu ratu, todėl $\vec{F_{tg}} = \vec{0}$ (galinis ratas laisvai sukasi), $F_i = F_{tp}$, nes pagreitį dviračiui suteikia $\vec{F_{tp}}$. Ribiniu tarp virtimo ir nevirtimo atveju galinis ratas neprispaustas prie asfalto ($\vec{N_g} = \vec{0}$). Tada, kadangi dviratis juda be vertikalaus pagreičio, $mg = N_p$. Pritaikius momentų taisyklę (atramos taškas A) gauname

$$\frac{mgL}{2} = F_i h \quad \Rightarrow \quad F_i = \frac{mgL}{2h}$$

$$\mu N_p \geq F_{tp} = F_i \quad \Rightarrow \quad \mu N_p \geq \frac{mgL}{2h}$$

Pasinaudoję lygybe $mg = N_p$ turime

$$\mu \geq \frac{L}{2h} \qquad \mu_{min} = \frac{L}{2h} \qquad \mu_{min} = 0,54$$

(b) Kadangi $\mu > \mu_{min}$, didžiausias stabdymo pagreitis stabdant periekiniu ratu pasiekiamas tuo atveju, kai stabdymo jėgos didinti nebegalima, nes dviratis virs. Remiantis (a) dalies sprendimu, tuo atveju turime $F_i = \frac{mgL}{2h}$. Jei dviračio pagreitis tada a_p, tai $F_i = ma_p$, $a_p = \frac{gL}{2h}$. Stabdant galiniu ratu $\vec{F_{tp}} = \vec{0}$, $F_i = F_{tg}$. Kadangi šiuo atveju pavojaus apvirsti nėra, galima ratą blokuoti, t.y. stabdyti maksimalia įmanoma trinties jėga $F_{tg} = \mu N_g$. Pasinaudoję momentų taisykle (atramos taškas B) ir tuo, kad dviratis juda be vertikalaus pagreičio, turime

$$\begin{cases} mg &= N_p + N_g \\ LN_p &= \frac{mgL}{2} + F_i h \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} mg &= N_p + N_g \\ LN_p &= \frac{mgL}{2} + \mu N_g h \end{cases}$$

Išsprendę šią lygčių sistemą turime N_g išraišką, iš kurios gauname stabdymo galiu ratu pagreitį a_g

$$N_g = \frac{mgL}{2(\mu h + L)} \quad \Rightarrow \quad a_g = \frac{F_i}{m} = \frac{\mu N_g}{m} = \frac{\mu g L}{2(\mu h + L)}$$

Tada stabdymo galiniu ir priekiniu ratu kelių s_g ir s_p santykis

$$\frac{s_g}{s_p} = \frac{v_0^2/a_g}{v_0^2/a_p} = \frac{a_p}{a_g} = \mu + \frac{L}{h} \qquad \frac{s_g}{s_p} = 1,9$$

16 uždavinio sprendimas

Dalelę veikia dvi priešingų krypčių jėgos: Saulės gravitacinė ir šviesos slėgio. Gravitacinė jėga proporcinga dalelės masei, taigi jos spindulio trečiajam laipsniui, o šviesos slėgis veikia dalelės skerspjūvio plotą, tad stumiančioji jėga yra proporcinga spindulio kvadratui, todėl didesnės dalelės bus traukiamos, mažesnės – stumiamos.

Gravitacinė Saulės trauka $F_G = G\frac{Mm}{R^2}$, kur R – dalelės atstumas nuo Saulės, m – jos masė, $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$. Šviesos impulsas, perduodamas dalelei per vienetinį laiko tarpą:

$p = m_E c$, kur $m_E = \frac{E}{c^2}$ ir E yra energija, perduodama per vienetinį laiko tarpą:

$E = \frac{\pi r^2}{4\pi R^2} W$, kadangi πr^2 yra daleles skerspjūvio plotas, o $\frac{W}{4\pi R^2}$ yra spinduliuotės energijos tankis R atstumu nuo Saulės.

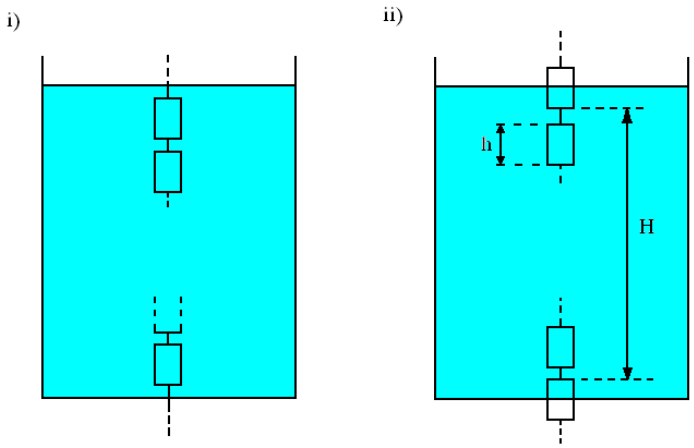
Kadangi dalelė visą impulsą sugeria, tai ją veikianti jėga ir yra impulsas, perduodamas per vienetinį laiko tarpą.

Sulyginus jėgas gauname:

$$r = \frac{3W}{16\pi G\rho Mc}$$

$$r = 6\text{nm}$$

17 uždavinio sprendimas



Prisimename Archimedo jėgos prigimtį - kūną veikiančio slėgio iš viršaus ir iš apačios skirtumas.

a) Nagrinėjame dvi sistemos pozicijas:
Pirmuoju atveju i) (žr. pav.) Archimedo jėga akivaizdžiai kelia kiekvieną kūną, nes jie pilnai panirę, taigi atstojamoji jėga suka sistemą pagal laikrodžio rodyklę.
Antruoju atveju ii) slėgio jėgų, veikiančių įneriantį bei išnyrantį kūnus, skirtumas yra $F=\rho gHS$, o pilnai panirusį i-ajį kūną veikianti Archimedo jėga yra $F_i = \rho g h_i S$, kur S – kūno horizontalaus skerspjūvio plotas, ρ – skysčio tankis, h_i – i-ojo kūno aukštis. Matome, jog visų pilnai panirusių kūnų aukščių suma yra mažesnė nei H ir $\sum F_i < F$, taigi šioje būsenoje sistemą veikianti papildoma jėga suka sistemą prieš laikrodžio rodyklę. Ciklo metu sistema turi pereiti abi būsenas, tad įrodėme, jog šis amžinasis variklis neveikia.

b) Šiuo atveju Archimedo jėga sistemos neveikia, nes nėra slėgio iš viršaus ar apačios. Taigi, amžinasis variklis neveikia.

18 uždavinio sprendimas

Antrojoje ritėje susidaro elektrovara $\varepsilon = N_2 \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$, kur Φ - kiekvieną kiekvienos iš ričių viją veriantis magnetinis srautas. Pagal indktyvumo apibrėžimą, jei pirmosios ritės induktyvumas L_1, tai ritę veriantis magnetinis srautas $\Phi_1 = LI$, kur I - ta rite tekanti srovė, todėl kiekvieną viją veria srautas $\Phi = \frac{L_1 I}{N_1}$. Ritės induktyvumas $L_1 = \frac{\mu_0 N_1^2 S}{L}$, kur $S = \pi r^2$ - ritės skerspjūvio plotas. Taigi $\Phi = L_1 = \frac{\mu_0 N_1 S I}{L}$, todėl

$$\varepsilon = N_2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mu_0 N_1 \pi r^2 I}{L}\right) = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r^2}{L}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \qquad \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \approx \frac{I}{\tau}$$

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r^2 I}{L\tau} \qquad \varepsilon = 6,8\,\mathrm{kV}$$

19 uždavinio sprendimas

Kad balionas pakiltų nuo žemės paviršiaus, Archimedo jėga turi viršyti baliono sunkį, taigi

$$mg + V_0\rho'_{He}g < V_0\rho'_o g \Rightarrow m + V_0\rho'_{He} < V_0\rho'_o$$

čia ρ'_o ir ρ'_{He} atitinkamai oro ir helio tankiai žemės paviršiuje. Išreiškiame juos per dujų būsenos lygtį ir įsistatome

$$pV = \frac{m}{M}RT \quad \Rightarrow \quad p = \frac{\rho}{M}RT \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{pM}{RT}$$

$$m + V_0\frac{p_0 M_{He}}{RT} < V_0\frac{p_0 M_o}{RT} \quad \Rightarrow \quad V_0 > \frac{mRT}{p_0(M_o - M_{He})}$$

Kadangi balionas kyla lėtai, tai jo viduje esantis helis plečiasi izotermiškai, todėl jei jei kažkokiame aukštyje helio slėgis slėgis p, o tūris V, tai $pV = p_0V_0$. Remdamiesi tuo ir priešpaskutine nelygybe gauname, kad kol $V < V_B$, Archimedo jėga nekinta, t.y. jei balionas pakyla nuo žemės, tai jis kils ir toliau, kol helio tūrio neribos maksimali baliono talpa V_B (t.y. kol helis izotermiškai plėsis). Kai balionas pilnai išsipučia ($V = V_B$), Arhimedo jėga balionui kylant ima mažėti, nes mažėja aplinkinio oro tankis, o helio tūris nebekinta. Taigi kažkuriuo momentu balionas nustos kilti. Jei tuo metu aplinkinio oro slėgis p_1, tai

$$mg + m_{He}g = V_B\rho_o g \quad \Rightarrow \quad m + V_0\frac{p_0 M_{He}}{RT} = V_B\frac{p_1 M_o}{RT}$$

čia m_{He} - balione esančio helio masė, ρ_o - oro tankis, kai jo slėgis p_1. Iš čia matome, kad p_1 įgis minimalią vertę (maksimalus baliono pakilimo aukštis), kai V_0 minimalus. Todėl žemės paviršiuje į balioną reikia užpildyti helio tūriu $V_0 = \frac{mRT}{p_0(M_o - M_{He})}$, $V_0 = 48,2\,\mathrm{m}^3$, o maksimalų pakilimo aukštį randame įsistatę į paskutinę lygybę V_0 išraišką ir pasinaudoję nurodyme pateikta formule

$$m + \frac{mRT}{p_0(M_o - M_{He})}\frac{p_0 M_{He}}{RT} = V_B\frac{p_1 M_o}{RT} \quad \Rightarrow \quad p_1 = \frac{mRT}{(M_o - M_{He})V_B}$$

$$p_1 = p_0\exp(-\tfrac{M_O gH}{RT}) \quad \Rightarrow \quad H = \frac{RT}{M_o g}\ln\left(\frac{p_0}{p_1}\right)$$

$$H = \frac{RT}{M_o g}\ln\left(\frac{p_0 V_B(M_o - M_{He})}{mRT}\right) \qquad H = 15,6\,\mathrm{km}$$

20 uždavinio sprendimas

Pastebime, kad $h\frac{c}{\lambda} \approx 3{,}55$ eV. Taigi elektronai bus išmušami tik iš cezio rutuliuko. Jie nusės ant išorinės sferos. Pirmu atveju įžeminimas lemiamos įtakos neturi, nes elektrinio lauko išorėje negali būti, tai yra visas išmuštas krūvis pasiliks ant išorinės sferos. Aliuminio sferos kuriamas potencialas yra pastovus, todėl tereikia atsižvelgti į potencialų skirtumą dėl cezio rutuliuko ties jo paviršiumi ir sfera.

$$\Delta\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$$

Krūvis nustos didėti, kai elektronai neturės pakankamai energijos nulėkti iki sferos.

$$e\Delta\varphi_1 = h\nu - A_1$$

$$q_1 = \frac{4\pi\varepsilon_0}{e}\frac{h\frac{c}{\lambda} - A_1}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}$$

Sferos krūvis bus $-q_1 \approx -8{,}03 \times 10^{-13}$ C

Antru atveju rutuliuko potencialas yra nulinis. Todėl

$$\frac{-q_R}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q_r}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Kadangi krūvis ant cezio rutuliuko nepriklauso nuo aliuminio sferos krūvio, jis įsikraus tiek pat. Todėl

$$q_R = -q_1\frac{R}{r} \approx 8{,}03 \times 10^{-12}\ \text{C}$$