

Mokykla „FIZIKOS OLIMPAS“
Mokomoji fizikos olimpiada (2011 03 20)
Užduotys ir jų sprendimai

1. Kamuoliukas išmetamas 60 m/s greičiu kryptimi, sudarančia 60° kampą su gulsčiu paviršiumi. Kamuoliuko smūgiai į tą paviršių yra netamprūs – kiekvieno smūgio metu vertikaloji greičio dedamoji sumažėja k kartų. Laisvojo kritimo pagreitis lygus 9,8 m/s². Jautrus detektorius, įtaisytas kamuoliuko paleidimo vietoje, fiksuoja garso signalus, atsirandančius dėl kamuoliuko smūgių į paviršių. Pirmasis garso signalas užfiksuojamas po 11,50 s, o antrasis – po 17,25 s nuo kamuoliuko išmetimo momento. Reikia rasti garso greitį ir k . (Užduotis I, II ir III kursams).

$$v = 60 \text{ m/s}; \alpha = 60^\circ; g = 9,8 \text{ m/s}^2; t_1 = 11,50 \text{ s}; t_2 = 17,25 \text{ s}$$

u - ?

Kamuoliuko pradinis greitis gulsčia kryptimi $v_x = v \cos \alpha$, o stačia – $v_y = v \sin \alpha$, tai lėkio gulsčia kryptimi iki pirmojo smūgio trukmė $t' = 2v_y/g$, o nuotolis

$$l_1 = v_x t' = \frac{2v_x v_y}{g},$$

Po smūgio garsas sklinda iki detektoriaus per laiką $t'' = l_1/u$, tai

$$t_1 = t' + t'' = \frac{2v_y}{g} \left(1 + \frac{v_x}{u} \right).$$

$$u = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{gt_1 - 2v \sin \alpha}; u = \frac{60^2 \sin 120^\circ}{9,8 \cdot 11,5 - 2 \cdot 60 \cdot \sin 60^\circ} \approx 360 \text{ (m/s)}.$$

Pradinis greitis stačia kryptimi po pirmojo smūgio $v_{y1} = v_y/k$, tai

$$t_2 - t_1 = \frac{2v_y}{kg} \left(1 + \frac{v_x}{u} \right) = \frac{t_1}{k}; k = \frac{t_1}{t_2 - t_1}; k = \frac{11,5}{17,25 - 11,5} = 2.$$

2. 1 kg masės kūno koordinatės $x = \sin \pi t$, $y = \cos \pi t$. Reikia apskaičiuoti kūną veikiančią jėgą ir parodyti ją brėžinyje kartu su trajektorija. (Užduotis I ir II kursams).

$$m = 1 \text{ kg}; x = \sin \pi t; y = \cos \pi t$$

F - ? $y(x)$ - ?

$$\text{Spindulys vektorius } \vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} = \sin \pi t \cdot \vec{i} + \cos \pi t \cdot \vec{j}.$$

$$\text{Greitis } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \pi (\cos \pi t \cdot \vec{i} - \sin \pi t \cdot \vec{j}).$$

Pagreitis $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\pi^2 (\sin \pi t \cdot \vec{i} + \cos \pi t \cdot \vec{j})$.

Pagal antrąjį Niutono dėsnį

$$F = ma = m\pi^2 \sqrt{(\sin^2 \pi t + \cos^2 \pi t)} = m\pi^2; F = 1 \cdot 3,14^2 \approx 9,9 \text{ (N)}.$$

Taigi, kūnas juda tolygiai 3,14 m/s greičiu 1 m spindulio apskritimu, veikiamas 9,9 N įcentrinės jėgos.

3. Ant gulsčio slidaus paviršiaus padėtą 500 g masės tašelį pradeda veikti jėga $\vec{F} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$. Reikia nustatyti išsvystomos galios priklausomybę nuo laiko. (Užduotis I, II ir III kursams).

$$m = 500 \text{ g} = 0,5 \text{ kg}; \vec{F} = 2t \cdot \vec{i} + 3t^2 \cdot \vec{j};$$

$N(t)$ - ?

Antrasis Niutono dėsnis $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{1}{m} (2t \cdot \vec{i} + 3t^2 \cdot \vec{j})$.

Geitis $\vec{v} = \int \vec{a} dt = \frac{1}{m} (t^2 \cdot \vec{i} + t^3 \cdot \vec{j})$.

Galia $N(t) = \vec{F} \cdot \vec{v} = \frac{1}{m} (2t^3 + 3t^5)$,

nes $i^2 = j^2 = 1$; $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$. Tada $N(t) = 2(2t^3 + 3t^5)$.

4. Mažas kūnelis pradeda be trinties slysti nuo pusrutulio viršaus ir atitrūksta nuo jo paviršiaus nusileidęs 10 cm žemyn. Koks yra pusrutulio tūris?

$$h = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

V - ?

Pagal mechaninės energijos tvermės dėsnį masės m kūnelio pradinė potencinė energija virsta kinetine energija jam atitrūkstant:

$$mgh = \frac{mv^2}{2}.$$

Jei spindulys vektorius pasisuko kampą α , tai atitrūkstant veikia įcentrinė jėga

$$mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{R},$$

čia R – pusrutulio spindulys. Padalijus lygtis ir įrašius

$$\cos \alpha = \frac{R-h}{R}$$

gauname $R = 3h$. Pusrutulio tūris

$$V = \frac{2}{3}\pi R^3 = 18\pi h^3; V = 18 \cdot 3.14 \cdot 0,1^3 \approx 57 \text{ (dm}^3\text{)}.$$

5. Keturių vienodų po 1,5 V elektrovaros šaltinių vidinės varžos yra vienodos ir lygios 0,2 Ω apkrovos varžai. Kokio didžiausio stiprio elektros srovė gali tekėti apkrovoje, kokia šaltinių gnybtų įtampa ir koks tada yra naudingumo koeficientas (procentais)?

$$n = 4; E = 1,5 \text{ V}; r = R = 0,2 \Omega$$

$$I - ? \quad U = ? \quad \eta - ?$$

Panagrinėjus galimas nuoseklaus, lygiagretaus ir mišraus šaltinių jungimo schemas galima įsitikinti, kad tinkamiausia yra juos sujungti poromis nuosekliai, o tas dvi poras – tarpusavyje lygiagrečiai. Tada pagal Omo dėsnį

$$I = \frac{2E}{R + \frac{2r \cdot 2r}{2r + 2r}} = \frac{2E}{R + r}; I = \frac{2 \cdot 1,5}{0,2 + 0,2} = 7,5 \text{ (A)}.$$

Šaltinių teka du kartus silpnesnė elektros srovė, todėl gnybtų įtampa

$$U = E - \frac{I}{2}r = \frac{ER}{R + r}; U = \frac{1,5 \cdot 0,2}{0,2 + 0,2} = 0,75 \text{ (V)}.$$

Naudingumo koeficientas

$$\eta = \frac{U}{E} = \frac{R}{R + r}; \eta = \frac{0,2}{0,2 + 0,2} = 100 \text{ \%}.$$

6. Kokia yra elektrono potencinė energija (elektronvoltais) vandenilio atomo pirmojoje Boro orbitoje?

$$\varepsilon_0 = 8,85 \text{ pF/m} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}; \quad m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}; \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}; \quad h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

$$W - ?$$

$$\text{Orbitos spindulys } r = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}.$$

Potencinė energija yra neigiama:

$$W = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{m e^4}{4\varepsilon_0^2 h^2}; W = -\frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6^4 \cdot 10^{-76}}{4 \cdot 8,85^2 \cdot 10^{-24} \cdot 6,62^2 \cdot 10^{-68} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx -27,1 \text{ (eV)}.$$

Užduotis ir jų sprendimus pateikė

VU FF doc. Stasys Tamošiūnas

2011 03 20

Mokykla "FIZIKOS OLIMPAS"
Mokomoji fizikos olimpiada (2011 03 20)
Užduotys ir jų sprendimai

1. 100 kg masės vežimėlis su smėliu pradamas gulsčiai tempti 1 N jėga. Pro angą vežimėlio dugne kas sekundę išbyra 1 kg smėlio. Nustatykite vežimėlio greičio priklausomybę nuo laiko ir ją paaiškinkite. (Užduotis I kursui).

$$m = 100 \text{ kg}; F = 1 \text{ N}; u = 1 \text{ kg/s}$$

$$v(t) - ?$$

Vežimėlio masės priklausomybė nuo laiko $m = m_0 - ut$. Jei neatsižvelgsime į pasipriešinimo judėjimui jėgas, tai pagal antrąjį Niutono dėsnį pagreitis

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F}{m_0 - ut}.$$

Greitis randamas integruojant pagreitį:

$$v(t) = \int a dt = F \int \frac{dt}{m_0 - ut} = \frac{F}{u} \ln \frac{m_0}{m_0 - ut}; v(t) = \ln \frac{100}{100 - t}.$$

Matyti, kad laikui bėgant didėja trupmenos po logaritmu vardiklis. Greitis didės tol, kol vežimėlis ištuštės.

2. Kokios masės kiekvienas buvo du vienodi vandens (1 g/cm^3) lašai, jei jiems susiliejus paviršiaus energija pakito 380 nJ? Vandens paviršiaus įtempties koeficientas lygus 73 mN/m. (Užduotis II ir III kursams).

$$\rho = 1 \text{ g/cm}^3 = 1.10^3 \text{ kg/m}^3; \Delta W = -380 \text{ nJ} = 3,8 \cdot 10^{-7} \text{ J}; \sigma = 73 \text{ mN/m} = 0.073 \text{ N/m}$$

$$m - ?$$

$$\text{Susilieję lašams tūris nepakinta: } \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{8}{3} \pi r^3, \text{ tai } R = \sqrt[3]{2} r.$$

Energija sumažėjo: sumažėjus paviršiaus plotui: $\Delta W = \sigma \Delta S = \sigma \cdot 4\pi r^2 (\sqrt{4} - 2)$, tai masė

$$m = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4\pi\rho}{3} \left[\frac{-\Delta W}{4\pi\sigma(2 - \sqrt[3]{4})} \right]^{3/2}; m = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^3}{3} \left[\frac{3,8 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 3,14 \cdot 0,073(2 - \sqrt[3]{4})} \right]^{3/2} \approx 4,2 \text{ (mg)}.$$

Užduotis ir jų sprendimus pateikė

VU FF magistrantė Milda Tamošiūnaitė

2011 03 20