

**LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ X ČEMPIONATAS**  
1998 12 05

1. 1 kg masės etalonas pagamintas iš lydinio, kurį sudaro 90 % platinos ir 10 % iridžio. Platinos tankis  $21,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , iridžio –  $22,4 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Etalonas yra ritinys, kurio aukštis lygus pagrindo skersmeniui. Apskaičiuokite etalono aukštį (lydinio tūris yra lygus atskirų metalų tūrių sumai).

Sprendimas

Ritinio aukštį pažymime  $h$ . Jo tūris  $V = \pi r^2 h = \pi h^3 / 4$ . Kadangi  $V = \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = m \left( \frac{0,9}{\rho_1} + \frac{0,1}{\rho_2} \right)$ ,

gauname  $h = \sqrt[3]{\frac{4m}{\pi} \left( \frac{0,9}{\rho_1} + \frac{0,1}{\rho_2} \right)}$ . Apskaičiavus  $h=39 \text{ mm}$ .

Ats.: etalono aukštis 39 mm.

---

2. Per kalvą, kurios vertikalus pjūvis – lygiašonis trikampis, o šlaitai su gulsčiąja plokštuma sudaro kampą  $\alpha$ , kopia žmogus. Į viršų jis kyla greičiu  $v_1$ , žemyn leidžiasi greičiu  $v_2$ . Koks žmogaus judėjimo vidutinis greitis visame kelyje? Koks jo vidutinis poslinkio greitis?

Sprendimas

Žmogaus nueitą kelią pažymime  $s$ . Kopdamas į kalną žmogus sugaišo laiką  $t_1=s/2v_1$ , leisdamasis  $t_2=s/2v_2$ . Todėl jo vidutinis greitis

$$v_{\text{vid}} = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}.$$

Kadangi poslinkis  $s_0=s \cos \alpha$ , vidutinis poslinkio greitis

$$v' = v_{\text{vid}} \cos \alpha = \frac{2v_1 v_2 \cos \alpha}{v_1 + v_2}.$$

Ats.: Vidutinis greitis  $v_{\text{vid}} = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$ , vidutinis poslinkio greitis

$$v' = v_{\text{vid}} \cos \alpha = \frac{2v_1 v_2 \cos \alpha}{v_1 + v_2}.$$

---

3. 1000 kg masės automobilio bake yra 40 l benzino. Automobilio traukos jėga yra lygi 0,1 automobilio svorio, variklio naudingumo koeficientas 25 %. Benzino degimo šiluma 46 MJ/kg, benzino tankis  $700 \text{ kg/m}^3$ . Automobilis važiuoja pastoviu greičiu horizontaliu keliu. Kiek kilometrų galės nuvažiuoti automobilis?

Sprendimas

Pažymime automobilio masę  $M$ , jo traukos jėgą  $F$ , nuvažiuotą kelią  $s$ , benzino tūrį  $V$ , jo masę  $m$ , tankį  $\rho$ , degimo šilumą  $q$ , naudingumo koeficientą  $\eta$ . Važiuojant atliktas darbas:

$$A = Fs = 0,1Mgs.$$

Kadangi  $A = \eta Q = \eta qm = \eta q \rho V$ , gauname

$$s = A / F = \eta q \rho V / (0,1Mg), \quad s = 328 \text{ km}.$$

---

4. Automobilis, kurio masė 1000 kg, važiuoja pastoviu 100 km/h greičiu iš rytų į vakarus išilgai lygiagrečios Vilniaus geografinėje platumoje  $\varphi=54^{\circ}41'$ . Raskite automobilio svorį. Žemės spindulys 6380 km.

Sprendimas

Kadangi automobilis važiuoja apskritimu, įcentrinį pagreitį jam suteikia jėga, išreikiama jo sunkio jėgos  $Mg$  ir Žemės reakcijos jėgos skirtumu, kuri lygi automobilio svoriui  $P$ . Gauname:

$$a = \frac{v^2}{r} = g - P / M, \quad P = M \left( g - \frac{v^2}{r} \right).$$

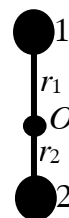
Kadangi Žemė sukasi iš vakarų į rytus, automobilio greitį  $v$  gauname iš Žemės paviršiaus taškų linijinio greičio  $v_0$  atėmę automobilio judėjimo keliu greitį  $v'$ . Gauname:

$$v = \omega r - v' = \omega R \cos \varphi - v'.$$

Čia  $\omega$  – Žemės sukimosi kampinis greitis,  $\omega = 2\pi / 86400 \text{ s}^{-1}$ . Tada automobilio svoris

$$P = M \left( g - \frac{(\omega R \cos \varphi - v')^2}{R \cos \varphi} \right), \quad P = 9794 \text{ N}.$$

5. Lengvas kietas strypas gali laisvai sukis apie jam statmeną horizontalią ašį  $O$ , nutolusią atstumais  $r_1=30 \text{ cm}$  ir  $r_2=20 \text{ cm}$  nuo strypo galų. Strypo galuose pritvirtinti du vienodos masės rutuliukai. 1 rutuliuką lėtai pastūmus iš nepastoviosios pusiausvyros padėties strypas pradeda sukis. Raskite to rutuliuko greitį žemiausioje padėtyje.



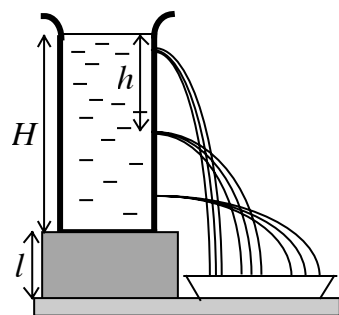
Sprendimas

Pasinaudojame mechaninės energijos tvermės dėsniu:

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = 2mgr_1 - 2mgr_2.$$

Kadangi  $v_1/r_1 = v_2/r_2 = \omega$ , gauname:

$$v_1 = 2r_1 \sqrt{\frac{g(r_1 - r_2)}{r_1^2 + r_2^2}}, \quad v_1 = 1,65 \text{ m/s}.$$



6. Šis paveikslėlis iš VIII klasės vadovėlio. Ten parašyta: "Paaiškinkite paveiksle pavaizduoto bandymo rezultatus". Pažymėkime skysčio gylį  $H$ , atstumą nuo skysčio paviršiaus iki kurios nors skylutės  $h$ , stulio aukštį  $l$ . Kokiam  $h$  esant tekančio pro skylutę skysčio srovė pasieks apatinį indą didžiausiam atstume? Kam lygus tas didžiausias atstumas? Skysčio klampumo ir oro pasipriešinimo nepaisykite.

Sprendimas

Pagal Bernulio lygtį ištekančio pro skylutę vandens greitis  $v = \sqrt{2gh}$ .

Iš aukščio  $H-h+l$  kūnas laisvai nukrinta per laiką  $t = \sqrt{2(H-h+l)/g}$  ir per tą laiką horizontalia kryptimi pasislenka atstumą  $L = vt = 2\sqrt{h(H+l-h)}$ . Pertvarę po šaknimi esantį reiškinį į

$$\left( \frac{H+l}{2} \right)^2 - \left( \frac{H+l}{2} - h \right)^2$$

matome, kad didžiausią vertę jis įgauna kai  $h=(H+l)/2$ , tada  $L=H+l$ , ( $l \leq H$ ).

7. Paprasčiausia dekompresijos kamera narams yra vertikalus cilindras atviru dugnu. Kokios didžiausios masės geležinė kamera, kurios ertmės tūris  $8 \text{ m}^3$ , o aukštis  $2 \text{ m}$ , dar plūduriuos vandenyje? Geležies tankis  $7900 \text{ kg/m}^3$ , vandens temperatūra  $25^\circ\text{C}$ , jūros vandens tankis  $1025 \text{ kg/m}^3$ , atmosferos slėgis  $10^5 \text{ Pa}$ , esančio kameroje oro masės nepaisome.

Plūduriuojanti maksimalios masės kamera lynu lėtai nuleidžiama į  $50 \text{ m}$  gyli, kur vandens temperatūra  $12^\circ\text{C}$ . Kokia kamerą laikančio lino įtempimo jėga?

Sprendimas

Pažymime ieškomąją kameros masę  $m$ , jos aukštį  $h_0$ , geležies tankį  $\rho$ , vandens tankį  $\rho_0$ , atmosferos slėgį  $p_0$ , panirimo gyli  $H$ , absoliutines vandens temperatūras  $T_0$  ir  $T$ . Tada pagal Archimedo dėsnį kamerai plūduriuojant gauname

$$mg = \rho_0 g \left( V + \frac{m}{\rho} \right), \quad m = \frac{\rho_0 V}{1 - \rho_0 / \rho}.$$

Čia  $V$  – kameroje esančio oro tūris, plūduriuojančioje kameroje jis mažesnis už  $V_0$  dėl vandens slėgio gylyje  $h$ . Tūrį randame iš lygčių

$$Vp = V_0 p_0, \quad p = p_0 + \rho_0 gh, \quad V = Sh, \quad V_0 = Sh_0,$$

čia  $S$  – kameros ertmės skerspjūvio plotas. Eliminavę  $p$ ,  $h$  ir  $S$  gauname lygtį:

$$\rho_0 gh_0 V^2 + p_0 V_0 V - p_0 V_0^2 = 0.$$

Teigiamas šios lygties sprendinys:

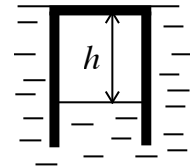
$$V = \frac{V_0 \left( \sqrt{p_0 (p_0 + 4\rho_0 gh_0)} - p_0 \right)}{2\rho_0 gh_0},$$

ir ieškomoji masė

$$m = \frac{V_0 \left( \sqrt{p_0 (p_0 + 4\rho_0 gh_0)} - p_0 \right)}{2gh_0 (1 - \rho_0 / \rho)}, \quad m = 7840 \text{ kg}.$$

Kamerą nuleidus į gyli  $H$  oro tūris pakinta ir dėl padidėjusio slėgio, ir dėl sumažėjusios temperatūros. Tą tūrį randame iš dujų būvio lygties. Tada lino įtempimo jėgą gauname kaip kameros sunkio jėgos ir Archimedo jėgos skirtumą:

$$F = mg - \rho_0 g \left( \frac{V_0 p_0 T}{(p_0 + \rho_0 gH) T_0} + \frac{m}{\rho} \right), \quad F = 54500 \text{ N}.$$



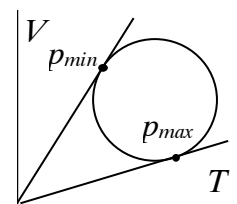
8. Šiluminė mašina dirba ciklu, kuris  $V-T$  diagramoje vaizduojamas apskritimu. Nubrėžkite diagramą ir joje nurodykite taškus, atitinkančius didžiausią ir mažiausią dujų slėgį.

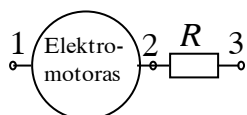
Sprendimas

8. Izobarinis procesas  $V-T$  diagramoje vaizduojamas tiesė

$$V = \frac{mR}{\mu p} T.$$

Matome, kad kuo didesnis  $p$ , tuo mažesnis tiesės krypties koeficientas. Taigi, didžiausią ir mažiausią slėgį atitiks apskritimo liestinės, einančios per koordinatinių pradžių, o jų lietimosi su apskritimu taškai yra ieškomieji  $p_{\min}$  ir  $p_{\max}$ .



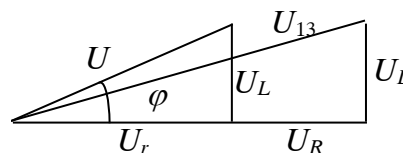


9. Elektromotoras ir varžas  $R=10\ \Omega$  sujungti nuosekliai ir įjungti į kintamosios srovės grandinę. Elektromotoras dirba  $P=40\ \text{W}$  galia, grandine teka  $I=1\ \text{A}$  stiprio srovė, o tarp taškų 1 ir 2 yra įtampa  $U=60\ \text{V}$ . Kokia įtampa yra tarp taškų 1 ir 3?

Sprendimas

Iš kintamosios srovės galios išraiškos  $P=IU \cos\varphi$  gauname  $\varphi$ . Tada nustatome įtampos kritimą elektromotore aktyviojoje ir reaktyviojoje (induktyviojoje) varžose:

$$U_r = U \cos\varphi = \frac{P}{I}, U_L = \sqrt{U^2 - \frac{P^2}{I^2}}.$$



Varžai tarp taškų 1 ir 3 rasti vektoriškai sudedame  $U$  ir  $U_R=IR$ . Gauname:

$$U_{13} = \sqrt{(IR + P/I)^2 + U^2 - (P/I)^2} = \sqrt{U^2 + 2PR + I^2R^2}, U_{13} = 66\ \text{V}.$$

10. Mokinys fotografavo Mėnulio pilnatį fotoaparatu, kurio objektyvo židinio nuotolis  $F$ . Pirmą kartą fotografuodamas jis aparato nesufokusavo, todėl nufotografavo antrą kartą jau sufokusavęs. Išryškinius juostą pirmoje nuotraukoje gautas skersmens  $d$  neryškus skritulys, antroje – skersmens  $d_0$  ryškus skritulys. Kokiu atstumu pasislinko objektyvas fokusuojant?

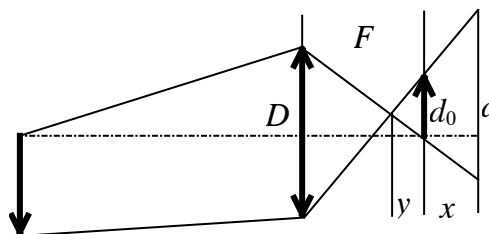
Sprendimas

Kadangi Mėnulis yra toli, jo ryškus vaizdas susidaro lęšio (fotoaparato objektyvo) židinio plokštumoje. Labiausiai besiskleidžiančių spindulių eiga nesufokusavus pateikta paveiksle (patogumui vienas daikto (Mėnulio) kraštas parinktas ant pagrindinės optinės ašies). Tada iš trikampių panašumo sąlygų gauname:

$$\begin{cases} \frac{d}{d_0} = \frac{x+y}{y}, \\ \frac{x+y}{d} = \frac{F-y}{D}. \end{cases}$$

Išsprendę gauname

$$x = \frac{Fd}{D+d-d_0}.$$



Ši informacija interneto svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiama nuo 2008 11 18.