

**51-osios Lietuvos moksleivių fizikos olimpiados
12 klasės teorinės užduotys**

1. Nuožulnioji plokštuma padaryta iš dviejų skirtingų medžiagų: viršutinė dalis metalinė, o apatinė medinė. Plokštumos aukštis 4 metrai, jos pagrindo ilgis 9 metrai. Nuo plokštumos viršaus slysta kūnas. Koks yra mažiausias metalinės ir medinės dalių ilgių santykis, kuriam esant kūnas nuslysta nuo plokštumos? Kūno trinties į metalą ir į medį koeficientai yra, atitinkamai, 0,2 ir 0,6.

Sprendimas

Pažymėkime visą plokštumos ilgį l , jos metalinės dalies ilgį x . Tuomet medinės dalies ilgis bus $l - x$. Užrašome antrąjį Niutono dėsnį kūnui, judančiam nuožulniaja plokštuma:

$$mg \sin \alpha - F_{tr} = ma,$$

$$N - mg \cos \alpha = 0,$$

kur $\sin \alpha = h / \sqrt{s^2 + h^2}$, $\cos \alpha = s / \sqrt{s^2 + h^2}$.

Slystant metaline dalimi, pagreitis $a_1 = g(h - \mu_1 s) / \sqrt{s^2 + h^2}$, o greitis

$$v_1 = a_1 t_1, \text{ kur } t_1 \text{ yra slydimo šia dalimi trukmė } t_1 = 2x / a_1, \text{ šios dalies ilgis } x = a_1 t_1^2 / 2.$$

Pradėjus slysti medine dalimi, kūno greitis yra v_1 . Judėdamas metaline dalimi, jis lėtėja nes pagreitis a_2 yra neigiamas:

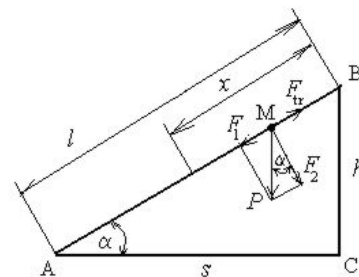
$$a_2 = \frac{g}{\sqrt{s^2 + h^2}} (h - \mu_2 s) = - \frac{g}{\sqrt{s^2 + h^2}} (\mu_2 s - h)$$

Poslinkio ir greičio lygtys slystant mediniu paviršiumi yra:

$$l - x = v_1 t_2 - \frac{a_2 t_2^2}{2}, \quad v_1 - a_2 t_2 = 0$$

Tada $2a_2 (l - x) = v_1^2$ ir metalinės ir medinės dalių ilgių santykis:

$$\frac{x}{l - x} = \frac{|a_2|}{a_1} = \frac{\mu_2 s - h}{h - \mu_1 s} \approx 0,64.$$



2. Molio vienatomių idealiųjų dujų atliktas procesas pV diagramoje vaizduojamas tiesia linija. Pradinė dujų būsena nusakoma slėgiu p_1 ir tūriu V_2 , o galinė, atitinkamai, $p_2 = 2 p_1/5$ ir $V_2 = 5V_1/2$. 1) Raskite dujų temperatūros priklausomybę nuo tūrio $T(V)$ šio proceso metu. 2) Kiek kartų proceso metu maksimali dujų temperatūra didesnė už pradinę dujų temperatūrą? 3) Raskite temperatūros didėjimo metu dujų gauto šilumos kiekio santykį su viso proceso metu gautu šilumos kiekiu.

Sprendimas

1) Proceso lygtis $p(V)$ yra tiesės lygtis: $p = A V + B$.

A ir B randame iš pradinės ir galinės būsenos parametrų:

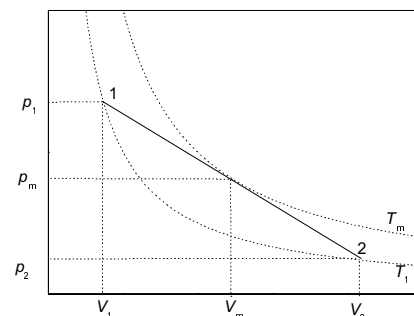
$$p_1 = A V_1 + B, \quad p_2 = A V_2 + B.$$

Pasinaudoję šiomis lygtimis gauname:

$$p(V) = - \frac{2}{5} \frac{p_1}{V_1} V + \frac{7}{5} p_1,$$

o pasinaudoję idealiųjų dujų būsenos lygtimi vienam moliui $pV = RT$, gauname priklausomybę $T(V)$:

$$T(V) = - \frac{2}{5} \frac{p_1}{V_1 R} V^2 + \frac{7}{5} \frac{p_1}{R} V.$$



2) Dujų temperatūra pradinėje ir galinėje būsenoje yra vienoda ($p_1 V_1 = p_2 V_2$). Rasti maksimalią temperatūrą galima tokiu būdu: apskaičiuoti funkcijos $T(V)$ ekstremumą. Apskaičiavę išvestinę ir prilyginę ją 0, gauname didžiausios temperatūros vertę bei kitus dujų būsenos parametrus tame taške:

$$T_m = 49T_1/40; \quad V_m = 7V_1/4; \quad p_m = 7p_1/10$$

$$\text{arba } T_m = \frac{49}{40} \frac{p_1 V_1}{R};$$

3) Visas gautas šilumos kiekį randame remiamės pirmuoju termodinamikos dėsniu: $Q_{\text{visas}} = \Delta U + A$. Proceso pradinė ir galinė temperatūros lygios, tai $\Delta U = 0$. Darbą A skaičiuojame pagal plotą pV diagramoje:

$$Q_{\text{visas}} = A = p_2(V_2 - V_1) + (p_1 - p_2)(V_2 - V_1) / 2 = 21 p_1 V_1 / 20.$$

Temperatūros didėjimo metu gautas šilumos kiekis Q_+ randamas panašiai:

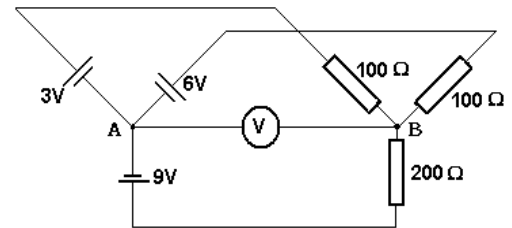
$$\Delta U = 3/2 R (T_m - T_1) = 27 p_1 V_1 / 80.$$

$$A_m = (p_1 + p_m)(V_m - V_1) / 2 = 51 p_1 V_1 / 80$$

$$Q_+ = \Delta U + A_m = 49/40 p_1 V_1$$

Tada ieškomas santykis lygus: $Q_+ / Q_{\text{visas}} = 7/6$.

3. 3V, 6V ir 9 V šaltiniai sujungti “žvaigžde”, prie jų prijungti “žvaigžde” 100 Ω , 100 Ω ir 200 Ω varžos rezistoriai taip kaip pavaizduota paveiksle. 1) Kokią įtampą rodo idealus voltmetras, įjungtas tarp “žvaigždžių” mazgų? 2) Kokį srovės stiprį rodytų idealus ampermetras, įjungtas vietoj voltmetro? 3) Kokio stiprio srovė tekėtų 17 Ω rezistoriumi, jeigu jį įjungtume vietoj ampermetro?



Sprendimas

a) Taško **A** potencialą prilyginame 0. Tarkime, kad voltmetras rodo įtampą U , t.y. taško **B** potencialas lygus $+U$. Visų į mazgą sutekančių srovių stiprių suma lygi 0, todėl:

$$\frac{U_1 - U}{R_1} + \frac{U_2 - U}{R_2} + \frac{U_3 - U}{R_3} = 0 \quad \text{arba} \quad \frac{3 - U}{100} + \frac{6 - U}{100} + \frac{9 - U}{200} = 0 \quad \text{.Iš čia gauname} \quad U = 5,4 \text{ V.}$$

b) Įjungus ampermetrą, **B** potencialas bus lygus 0, todėl

$$I = \frac{U_1 - 0}{R_1} + \frac{U_2 - 0}{R_2} + \frac{U_3 - 0}{R_3} \quad \text{gauname} \quad I = 0,135 \text{ A.}$$

c) Kai įjungtas rezistorius R , taško **B** potencialą pažymėkime φ . Tada

$$\frac{U_1 - \varphi}{R_1} + \frac{U_2 - \varphi}{R_2} + \frac{U_3 - \varphi}{R_3} = \frac{\varphi - 0}{R} \quad \text{iš čia}$$

$$\varphi = \frac{U_1 R_2 R_3 + U_2 R_1 R_3 + U_3 R_1 R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + (R_1 R_2 R_3) / R}; \quad \varphi \approx 1,6 \text{ V}$$

ir per rezistorių teka srovė

$$I_R = \frac{\varphi}{R} = \frac{U_1 R_2 R_3 + U_2 R_1 R_3 + U_3 R_1 R_2}{R_1 R_2 R + R_1 R_3 R + R_2 R_3 R + R_1 R_2 R_3} \approx 0,095 \text{ A}$$

Atsakymas: $U = 5,4 \text{ V}$; $I = 0,135 \text{ A}$, $I_R = 0,095 \text{ A}$.

4. Svyruoklė, susidedanti iš plono 50 cm ilgio strypo ir galuose pritvirtintų dviejų metalinių 5 cm spindulio rutuliukų, viduriniame taške laidžia viela pritvirtinta prie įžemintos pakabos ir svyruoja horizontalioje plokštumoje. Svyravimų amplitudė 10° , periodas 1 s. Vienalytis 0,1 T indukcijos magnetinis laukas nukreiptas vertikaliai. Rasti, kaip laikui bėgant kinta srovės stipris svyruoklės strype.

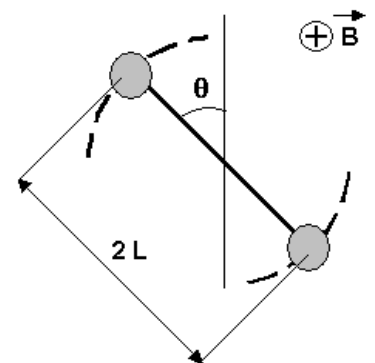
Sprendimas

Strypas atlieka harmoninius svyravimus, kampinis poslinkis θ nuo pusiausvyros padėties laiko momentu t yra $\theta = \theta_0 \sin(\omega t)$, kur θ_0 yra svyravimų amplitudė, o ω kampinis dažnis.

Pagal elektromagnetinės indukcijos dėsnį indukuota elektros jėga yra potencialų skirtumas tarp strypo galų:

$$E_{\text{vj}} = V = l \cdot B \cdot 2 \frac{dS}{dt} = 2Bl \frac{l}{2} \frac{d\theta}{dt} = Bl^2 \frac{d\theta}{dt};$$

kur B - magnetinio lauko indukcija (kryptis vertikali), $2l$ - strypo



ilgis, dS – strypo nubrėžiamas plotas per laiką dt .

Laiko momentu t rutuliukų potencialas ir krūvis yra V ir q

$$V = q/C = B \cdot I^2 \cdot d\theta/dt, \text{ kur } C = 4\pi\epsilon_0 a.$$

$$\text{Kadangi } I = \frac{dq}{dt}, \text{ tai } I = B \cdot I^2 \cdot C \cdot d^2\theta/dt^2 = \omega^2 \cdot \theta \cdot B \cdot I^2 \cdot C \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Atsakymas: Srovė kinta pagal sinuso dėsnį su periodu 1s ir amplitude $2,4 \cdot 10^{-13}$ A.

5. Į spektrografo praleidžiančiąją difrakcijos gardelę statmenai krenta lygiagrečių spindulių pluoštas, kurį sudaro dviejų bangos ilgių šviesa: $\lambda_r = 600$ nm (raudona) ir $\lambda_z = 500$ nm (žalia). Už gardelės stovi glaudžiamasis lęšis, atvaizduojantis antrosios eilės spektrą į foto plokštelę. Kokių kampų ir kaip reikia pasukti foto plokštelę pagrindinės lęšio optinės ašies atžvilgiu, kad abi spektro linijos fotografijoje būtų ryškios? Spektrografo gardelės konstanta $d = 3,95$ μm , lęšio stiklo lūžio rodiklis raudonai šviesai $n_r = 1,502$, žaliai šviesai $n_z = 1,510$, už gardelės antrosios eilės spektro žalios šviesos pluoštas sklinda išilgai lęšio pagrindinės optinės ašies.

Sprendimas

Iš gardelės formulės $d \sin \phi = k\lambda$ antros eilės spektre ($k = 2$) raudonos šviesos difrakcijos kampas

$$\phi_r = \arcsin\left(\frac{2\lambda_r}{d}\right) = 17,686^\circ, \text{ o žalios - } \phi_z = 14,665^\circ, \text{ o}$$

difrakcijos kampų skirtumas $\Delta\phi = \phi_r - \phi_z = 3,021^\circ$.

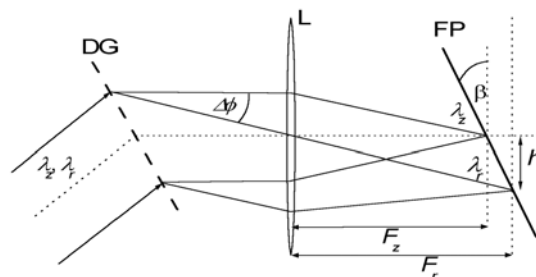
Kadangi dėl chromatinės aberacijos lęšio židinio nuotoliai raudonai ir žaliai šviesai skiriasi, tai norint gauti fotografijoje ryškias abi spektro linijas foto plokštelę reikia pasukti kampu β taip, kad plokštelė

butų toliau nuo lęšio raudonai šviesai ir arčiau žaliai. Iš brėžinio $\tan(\beta) = (F_r - F_z)/h$, o $\tan(\Delta\phi) = \frac{h}{F_r}$,

$$\text{todėl } \tan(\beta) = \frac{1}{\tan(\Delta\phi)} \left(1 - \frac{F_z}{F_r}\right).$$

Pritaikę lęšio laužiamosios gebos formulę $\frac{1}{F_{r,m}} = (n_{r,m} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$, randame pasukimo kampą

$$\beta = \arctan\left(\frac{1}{\tan(\Delta\phi)} \frac{(n_z - n_r)}{(n_z - 1)}\right) = 16,55^\circ.$$



Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 04 21.