

Teorinės užduotys

1. Kosminio laivo, skriejančio apie Žemę apskritimine orbita 100 km aukštyje virš Žemės paviršiaus, tam tiktu momentu greitis padidinamas iki 11 km/s (koordinacių sistemoje, kurioje Mėnulis nejuda Žemės atžvilgiu), ir kosminis laivas nuskrieja link Mėnulio, kaip pateikta paveiksle. Kosminio laivo trajektorija eina per tašką, kuriame Žemės ir Mėnulio trauka vienoda. Koks bus kosminio laivo greitis tame taške? Koks bus kosminio laivo greitis jam praskriejant pro Mėnulį 10 000 km atstumu nuo Mėnulio paviršiaus? Kokių greičiu kosminis laivas įskries į Žemės atmosferą? Žemės masė $5,98 \cdot 10^{24}$ kg, jos spindulys 6370 km, Mėnulio masė $7,37 \cdot 10^{22}$ kg, jo spindulys 1740 km, atstumas nuo Žemės iki Mėnulio 384 000 km, $G=6,67 \cdot 10^{-11}$ N m²·kg⁻².

Sprendimas

Pradiniu momentu kosminio laivo energija $E = mv^2/2 - GmM/(R+h)$, į Mėnulio poveikį neatsižvelgiame. Taško, kuriame Žemės ir Mėnulio trauka vienoda atstumas nuo Žemės centro x randamas iš lygties $GmM/x^2 = GmM_M/(R-x)^2$, kurios sprendinys, mažesnis už atstumą nuo Žemės iki mėnulio, $x = L/(1 + \sqrt{M_M/M})$. Tame taške $E = mv'^2/2 - GmM/x - GmM_M/(L-x)$. Įrašę E ir x , gauname ieškomąjį greitį $v' = \sqrt{v^2 - 2G[M/(R+h) - (M + \sqrt{M \cdot M_M})/L]}$, $v' = 465$ m/s. Už Mėnulio laivo greitis $v'' = \sqrt{v^2 - 2G[M/(R+h) - M/(L+R_M+h') - M_M/(R_M+h')]}$, $v'' = 746$ m/s. Į Žemės atmosferą kosminis laivas įskrieja Žemės sukimosi kryptimi, jo greitis $v''' = v - \omega(R+h')$, čia ω – Žemės sukimosi apie ašį kampinis greitis, h' – Žemės atmosferos storis. Mūsų naudojamoje koordinacių sistemoje (Mėnulis nejuda) reikėtų iš Žemės sukimosi kampinio greičio atimti Mėnulio sukimosi apie Žemę kampinį greitį, tačiau pastarasis yra žymiai mažesnis. Gauname $v''' = 10,5$ km/s.

2. 0,4 kmol dujų tūrį V keičiant nuo 1 m³ iki 2 m³ jų slėgis p (MPa) kinta taip: $p = (5 - 2V)/3$. Kokiose ribose proceso metu kito dujų temperatūra (°C)? $R=8,31$ J/(K·mol).

Sprendimas

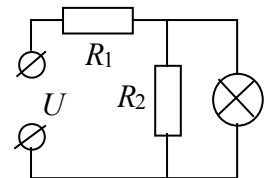
Iš dujų būvio lygties $T = pV/(3nR) = (5V - 2V^2)/(3nR)$ gauname $t_1 = T_1 - 273 = 28$ °C, $t_2 = T_2 - 273 = -72$ °C. Be to T maksimali vertė gaunama iš sąlygos $T'_V = 0$, $5 - 4V = 0$, $V = 1,25$ m³, $T_{\max} = 313$ K, $t_{\max} = 40$ °C. Taigi, dujų temperatūra iš pradžių didėja nuo 28 °C iki 40 °C, po to mažėja iki -72 °C.

3. Du metaliniai rutuliai yra toli vienas nuo kito. Pirmojo rutulio spindulys $R_1=2,5$ cm, krūvis $q_1=8$ nC, antrojo spindulys $R_2=1,2$ cm, potencialas $\varphi_2=8$ kV. Rutuliai sujungiami plona vielyte. 1) Koks susidarė sujungtų rutulių potencialas? 2) Kaip ir kodėl pakito rutulių energija juos sujungus? $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m.

Sprendimas

Visas rutulių krūvis $q = q_1 + 4\pi\epsilon_0\varphi_2R_2$, sujungtų rutulių elektrinė talpa $C = 4\pi\epsilon_0(R_1 + R_2)$, todėl potencialas $\varphi = q/C = (q_1/\epsilon_0 + 4\pi\varphi_2R_2)/4\pi(R_1 + R_2)$, $\varphi = 4,4$ kV. Prieš sujungiant rutulius jų energija buvo $E = q_1^2/8\pi\epsilon_0R_1 + 2\pi\epsilon_0\varphi_2^2R_2$, o rutulius sujungus ji tapo $E' = q^2/2C = (q_1 + 4\pi\epsilon_0\varphi_2R_2)^2/8\pi\epsilon_0(R_1 + R_2)$. Energijos pokytis $\Delta E = E - E' = q_1^2/8\pi\epsilon_0R_1 + 2\pi\epsilon_0\varphi_2^2R_2 - (q_1 + 4\pi\epsilon_0\varphi_2R_2)^2/8\pi\epsilon_0(R_1 + R_2)$, $\Delta E = 23,8$ μJ. Energija išsiskiria kaip šiluma tekant vielyte elektros srovei ir išspinduliuojama kaip elektromagnetinės bangos kintant laukams.

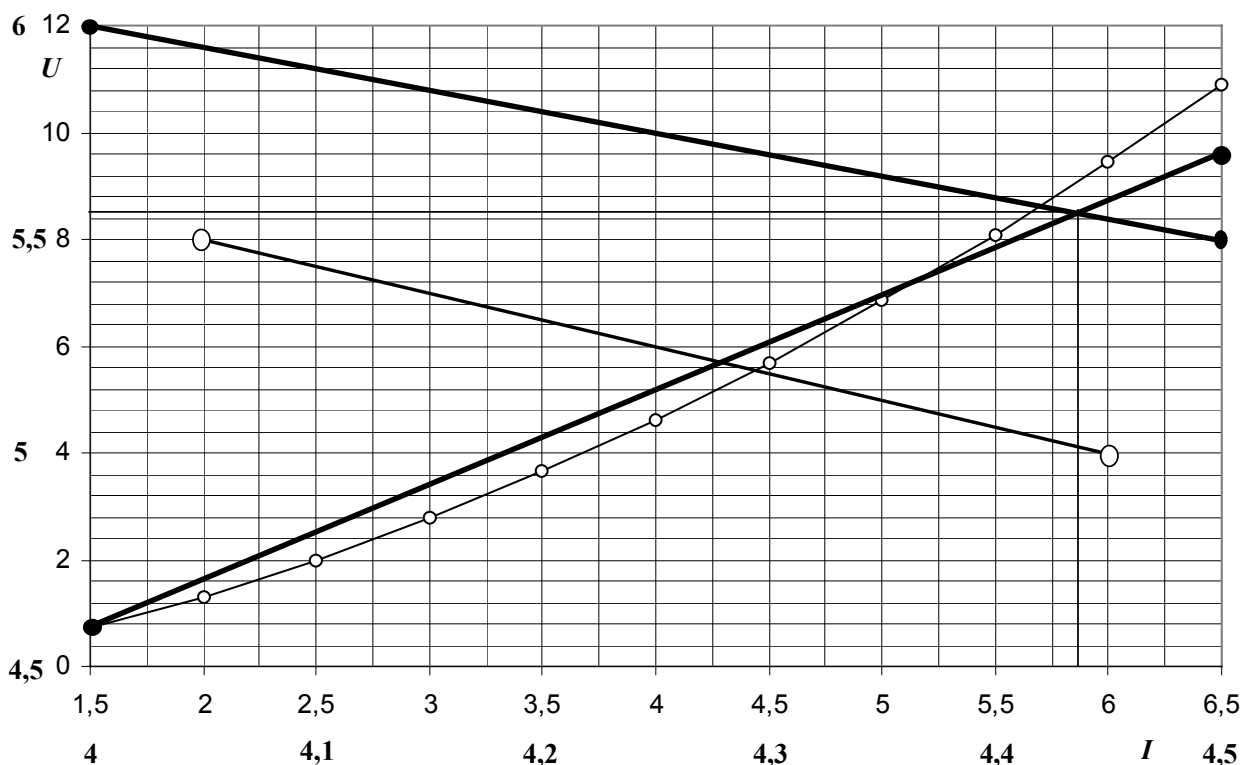
4. Sujungta elektrinė grandinė pagal pateiktą paveikslę schemą. Kokią galią naudoja elektros lemputė? $U=12\text{ V}$, $R_1=1,2\ \Omega$, $R_2=6\ \Omega$. Lemputė tekančios elektros srovės stiprio priklausomybė nuo įtampos lemputės gnybtuose pateikta lentelėje. Sprendimui galite panaudoti pridedamą languotą popierių.



U_L, V	0,73	1,30	2,00	2,78	3,65	4,62	5,68	6,84	8,09	9,44	10,88
I_L, A	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00	6,50

Sprendimas

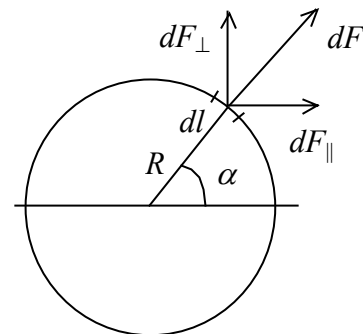
Panaudodami Omo dėsnį gauname $U = I_1 R_1 + U_L$, $U_L = I_2 R_2$. Kadangi $I_1 = I_2 + I_L$, gauname $U_L = UR_2 / (R_1 + R_2) - I_L R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$, $U_L = 10 - I_L$. Languotame popieriuje pavaizduojame gautą tiesę ir lentelėje duotą kreivę. Jų susikirtimo taškas atitinka lemputė tekančios elektros srovės stiprio ir įtampos lemputės gnybtuose vertes (šviesesni žymėjimai). Tačiau iš grafiko tos vertės gaunamos netikslios. Todėl padidintu masteliu pavaizduojame grafiko dalį susikirtimo taško aplinkoje (tamsesni žymėjimai) ir atsižvelgiame į tai, kad nedideliu I_L skirtumui kreivę galime pakeisti tiese, gauname $I_L=4,43\text{ A}$, $U_L=5,57\text{ V}$, $P_L=24,7\text{ W}$.



5. Tekant elektros srovei ilgo solenoido vijomis jo viduje sukuriama vienalytis magnetinis laukas, kurio indukcija lygiagreti solenoido ašiai ir lygi $B = \mu_0 NI / L$, čia μ_0 – magnetinė konstanta, N – vijų skaičius, I – srovės stipris, L – solenoido ilgis, kuris yra žymiai didesnis už solenoido spindulį R . Solenoido išorėje $B=0$. Kokiam srovės stipriui esant gali nutrūkti solenoido vijas sudaranti viela, jei ji nutrūksta tempiant jėga F_0 ?

Sprendimas

Sakykime, kad viena vija sukuria magnetinę indukciją B_1 , o visos kitos vijos tos vijos aplinkoje sukuria magnetinę indukciją B' . Tada solenoido viduje $B = B_1 + B'$, solenoido išorėje $0 = B_1 - B'$. Matome, kad $B' = B_1 = B/2$. Pagal Ampero dėsnį vijos ilgio elementą dl veikia jėga $dF = B dl / 2$, nukreipta į solenoido išorę statmenai dl . Sąlyginai suskirstome viją į dvi dalis, kaip parodyta paveiksle. Tada viršutinę dalį veikiančių jėgų atstojamoji bus nukreipta statmenai dalijimo linijai ir lygi



$$F = \int_0^\pi dF \sin \alpha = \frac{BIR}{2} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \mu_0 NI^2 R / L. \text{ Vija nutrūks kai } F > 2F_0. \text{ Taigi, } I > \sqrt{\frac{2LF_0}{\mu_0 RN}}.$$

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 06 06.