

15-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
1-oji užduotis Nr. FT15-1 / 2021 07 07 – 2021 08 03

Ar pavyktų taip pakabinti rutulį?

Sąlyga / FT15-1 ▼

Vienalytis rutulys visada būna pusiausviras, jį taške A pakabinus prie stačios sienos lengvu siūlu AB, jei rutulio masės centras C yra to siūlo tęsinyje, nepriklausomai nuo trinties tarp rutulio ir sienos. Rutulį ties siena šiek tiek pakėlus aukštyn ir pasukus tiek, kad siūlo galas B būtų tiksliai virš rutulio masės centro C, po to priglaustą prie sienos paleidus, jis išlieka pusiausviras tik tada, kai yra pakankama trintis tarp rutulio ir sienos. Pateikite aiškinamąjį brėžinį ir ištyrinkite tuos du 2 kg masės rutulio pusiausvyros atvejus, kai siūlo ilgis yra lygus rutulio skersmeniui, atsakydami į šiuos klausimus:

Kiek dėl tų veikslių pakito siūlo įtempimo jėga ir jėga, kuria rutulys slekia sieną?

Koks turi būti trinties tarp rutulio ir sienos koeficientas, kad taip pavyktų jį pakabinti?

Gravitacinio lauko stipris $g = 9,8 \text{ N/kg}$.

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas - Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto inžinierius, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 07 07.

Aiškinamasis sprendimas / FT15-1 ▼

Duota: $m = 2 \text{ kg}$; $l = 2R$; $g = 9,8 \text{ N/kg}$.

Rasti: ΔF ; ΔP ; μ .

Rutulį veikia sunkio jėga $m\vec{g}$, siūlo įtempimo jėgos \vec{F}_0 ir \vec{F} bei sienos reakcijos jėgos \vec{N}_0 ir \vec{N} . Pateiktame paveiksle yra parodytos sienos reakcijos jėgos \vec{N} tik sudaromosios dalys: \vec{N}_X , kuria siena spaudžia rutulį, ir \vec{N}_Y , kuri pasireiškia kaip trinties jėga \vec{F}_t . Rutulio pusiausvyros sąlyga pagal pirmąjį Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{F}_0 + \vec{N}_0 = 0; m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} = 0.$$

Pagal trečiąjį Niutono dėsnį sieną veikiančios jėgos yra to paties dydžio ir priešingos krypties, nei rutulį veikiančios jėgos (\vec{F}'_t - trinties jėga, kuria rutulys veikia sieną):

$$\vec{P}_0 = -\vec{N}_0; \vec{P} = -\vec{N}_X; \vec{F}'_t = -\vec{F}_t; P_0 = N_0; P = N_X; F'_t = F_t.$$

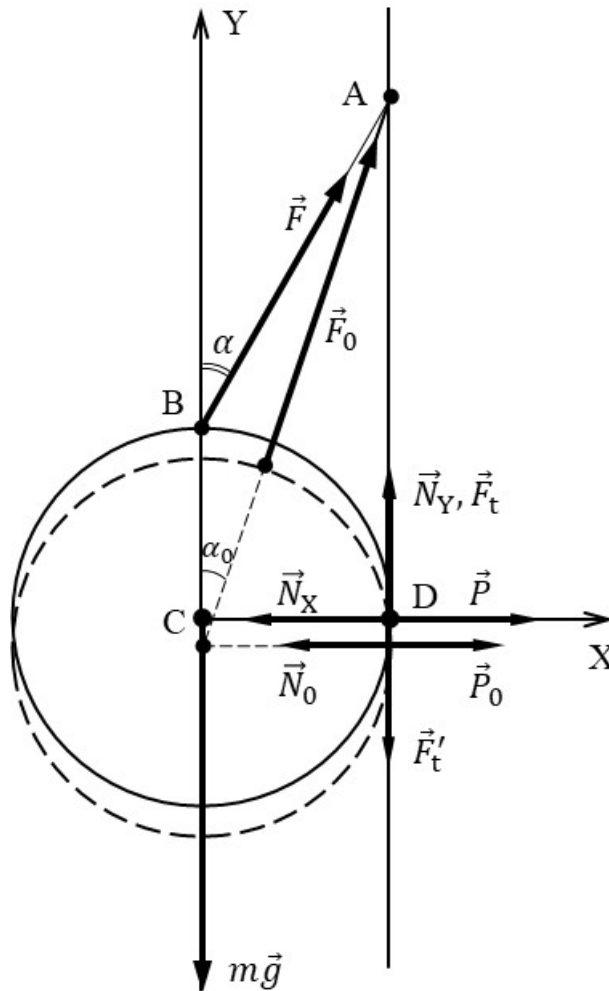
Suprojektavę vektorius į pasirinktas gulsčią ir stačią ašis X ir Y, turime tokias lygtis:

$$F_0 \sin \alpha_0 - N_{0X} = 0; F \sin \alpha - N_X = 0;$$

$$-mg + F_0 \cos \alpha_0 + N_{0Y} = 0; -mg + F \cos \alpha + N_Y = 0.$$

Lygtyse įrašytų trigonometrinių funkcijų vertės:

$$\sin \alpha_0 = \frac{R}{l+R} = \frac{1}{3}; \sin \alpha = \frac{R}{l} = \frac{1}{2}; \cos \alpha_0 = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_0} = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



Turimų lygčių užduoties sprendimui nepakanka, tad parašome ir lygtis rutulio pusiausvyros sąlygai pagal jį veikiančių jėgų momentų taisyklę, kai sukimosi ašis eina per jo lietimosi su siena tašką D, ir iš jų randame siūlo įtempimo jėgos dydžio pokytį, o iš ankstesnių lygčių – ir jėgos, kuria rutulys slegia sieną, pokytį:

$$-mgR + F_0R\cos\alpha_0 = 0; \quad -mgR + F(l\cos\alpha + R)\sin\alpha = 0;$$

$$F_0 = \frac{mg}{\cos\alpha_0}; \quad F = \frac{mgR}{(l\cos\alpha + R)\sin\alpha}; \quad \Delta F = F - F_0 = mg \left[\frac{1}{(2\cos\alpha + 1)\sin\alpha} - \frac{1}{\cos\alpha_0} \right];$$

$$\Delta F = 2 \cdot 9,8 \left(\frac{2}{\sqrt{3} + 1} - \frac{3\sqrt{2}}{4} \right) \approx -6,44 \text{ (N)}.$$

$$N_{0X} = F_0\sin\alpha_0 = mgtg\alpha_0; \quad N_{0Y} = mg - F_0\cos\alpha_0 = 0; \quad N_0 = N_{0X}.$$

Tai reiškia, kad trintis į sieną neturi įtakos rutulio pusiausvyrai pirmuoju atveju.

$$N_X = F\sin\alpha = \frac{mg}{2\cos\alpha + 1}; \quad N_Y = mg - F\cos\alpha = mg \left[1 - \frac{\cos\alpha}{(2\cos\alpha + 1)\sin\alpha} \right];$$

$$\Delta P = \Delta N = N_X - N_0 = mg \left[\frac{1}{2\cos\alpha + 1} - tg\alpha_0 \right];$$

$$\Delta P = 2 \cdot 9,8 \left[\frac{1}{\sqrt{3} + 1} - \frac{\sqrt{2}}{4} \right] \approx 0,24 \text{ (N)}.$$

Taigi, pakėlus, pasukus ir paleidus rutulį siūlas yra įtemptas apie 6,44 N mažiau, o siena spaudžiama apie 0,24 N daugiau. Rutulį veikiančios sienos reakcijos jėgos sudaromoji dalis N_Y atitinka rimties trinties jėgą, tai trinties koeficientas:

$$\mu = \frac{N_Y}{N_X} = 2\cos\alpha + 1 - \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}; \quad \mu = \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} = 1.$$

Toks ribinis trinties koeficientas pasiektas antruoju rutulio pusiausvyros atveju, tik čia nereikia pamiršti užduoties sąlygos, kad taip gauta būtent tada, kai siūlo ilgis lygus rutulio skersmeniui. Nesunku parodyti, kad esant trumpesniajam siūlui ir tokiam trinties koeficientui nepavyktų rutulį pakabinti taip, kad siūlo galas B būtų tiksliai virš masės centro C.

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 08 27.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT15-1 ▼

Dauguma turnyro dalyvių pateikė nekokybiškus, nors ir kompiuteriu parengtus, aiškinamuosius brėžinius, devyni dalyviai įkėlė ranka pieštus eskizus, du dalyviai projektavo vektorius net nepateikę brėžinio, o vieno dalyvio sprendimo pateikimas įvertintas tik raide „b“. Trys dalyviai ieškojo jėgų santykio, nors žodis „kiek“ nėra tas pats, kaip „kiek kartų“.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 08 27.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT15-1 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Aiškinamasis brėžinys	2
2.	Siūlo įtempimo jėgos pokytis	3
3.	Slėgio jėgos pokytis	3
4.	Trinties koeficiento įvertinimas	2
5.	Pateikta ne pagal reikalavimus (nerodomi skaičiavimai)	-1(-0,5)
6.	Vėlavimas pateikti sprendimą (vienai parai)	-1
7.	Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-4)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 08 27.