

15-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
6-oji užduotis Nr. FT15-6 / 2021 10 18 – 2021 11 14

Įklimpę rutuliukai

Sąlyga / FT15-6 ▼

Kiek palengvėja du maži švininiai rutuliukai, kurių masės lygios 48 mg ir 480 mg, juos panardinus į gliceriną? Švino tankis yra $11,3 \text{ g/cm}^3$, o glicerino – $1,3 \text{ g/cm}^3$; gravitacinio lauko stipris – $9,8 \text{ N/kg}$.

Rutuliukus paleidus laisvai skęsti giliame inde, pripildytame glicerino, jie iš pradžių greitėja, tačiau didėjant greičiui, dėl vidinės trinties vis didėjant ir glicerino pasipriešinimo rutuliukų judėjimui jėgai – vadinamajai dinaminės klampos jėgai – tam tikru metu nusistovi pastovūs rutuliukų greičiai. Matuojant rutuliukų nusistovėjusio tolyginio judėjimo trukmę, buvo nustatyta, kad tol, kol įveikė 30 cm nuotolį, belikusį iki indo dugno, lengvesnis rutuliukas užtruko 15,8 s ilgiau, nei sunkesnis. Raskite glicerino dinaminės klampos koeficientą η , greičiu v judantį r spindulio rutuliuką veikiančią dinaminės klampos jėgą išreiškę Stokso formule $F = 6\pi\eta r v$.

Kaip priklauso dinaminės klampos jėga nuo rutuliuko spindulio? Pavaizduokite grafike tą priklausomybę rutuliukų spindulių intervale.

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas - Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto inžinierius, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 10 18.

Aiškinamasis sprendimas / FT15-6 ▼

Duota: $m_1 = 4,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$; $m_2 = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$; $\rho_1 = 11,3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$; $g = 9,8 \text{ N/kg}$; $l = 0,3 \text{ m}$; $\Delta t = 15,8 \text{ s}$.

Rasti: F_{A1} ; F_{A2} ; η ; $F(r)$.

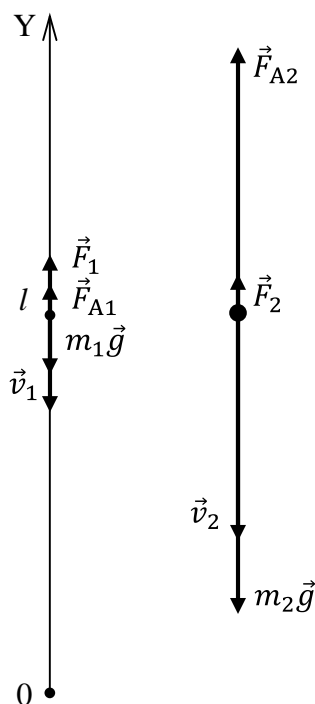
Pagal Archimedo dėsnį rutuliukai palengvėja veikiami jėgos, lygios jų išstumto glicerino svoriui:

$$F_{A1} = \rho_2 V_1 g = \rho_2 \frac{m_1}{\rho_1} g; F_{A2} = \rho_2 V_2 g = \rho_2 \frac{m_2}{\rho_1} g;$$

$$F_{A1} = 1,26 \cdot 10^3 \frac{4,8 \cdot 10^{-5}}{11,3 \cdot 10^3} 9,8 \approx 54,1 \text{ (}\mu\text{N)}; F_{A2} = 1,26 \cdot 10^3 \frac{4,8 \cdot 10^{-4}}{11,3 \cdot 10^3} 9,8 \approx 541 \text{ (}\mu\text{N)}.$$

Paleistus kristi glicerine rutuliukus veikia sunkio jėgos $m_1 \vec{g}$ ir $m_2 \vec{g}$, Archimedo jėgos \vec{F}_{A1} ir \vec{F}_{A2} , kurios jiems greitėjant nekinta, tuo tarpu dinaminės klampos jėgos \vec{F}_1 ir \vec{F}_2 didėja iki tol, kol rutuliukai daugiau nebegreitėja. Nusistovėjus pastoviams greičiams rutuliukus veikiančios sunkio,

Archimedo ir dinaminės klamos jėgos kompensuojasi, taigi, jų atstojamoji jėga tampa lygi nuliui. Suprojektavę paveiksle parodytus vektorius į pasirinktą stačią ašį Y, turime tokias lygtis:



$$-m_1g + F_{A1} + F_1 = 0; \quad -m_2g + F_{A2} + F_2 = 0.$$

Rutuliukų tūriai ir iš jų išreiškiami spinduliai:

$$\frac{4}{3}\pi r_1^3 = \frac{m_1}{\rho_1}; \quad r_1 = \sqrt[3]{\frac{3m_1}{4\pi\rho_1}}; \quad r_2 = \sqrt[3]{\frac{3m_2}{4\pi\rho_1}}.$$

Rutuliukų greičiai ir jų tolyginio judėjimo trukmės susiję taip:

$$v_1 = \frac{l}{t_1}; \quad v_2 = \frac{l}{t_2}.$$

Visa tai įrašome į turimas lygtis:

$$-m_1g + \frac{\rho_2}{\rho_1}m_1g + 6\pi\eta \frac{l}{t_1} \sqrt[3]{\frac{3m_1}{4\pi\rho_1}} = 0; \quad -m_2g + \frac{\rho_2}{\rho_1}m_2g + 6\pi\eta \frac{l}{t_2} \sqrt[3]{\frac{3m_2}{4\pi\rho_1}} = 0.$$

Pagal užduoties sąlygą:

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{6\pi\eta l}{m_1g(1-\frac{\rho_2}{\rho_1})} \sqrt[3]{\frac{3m_1}{4\pi\rho_1}} - \frac{6\pi\eta l}{m_2g(1-\frac{\rho_2}{\rho_1})} \sqrt[3]{\frac{3m_2}{4\pi\rho_1}} = \frac{\eta l^3 \sqrt[3]{162\pi^2\rho_1^2}}{(\rho_1 - \rho_2)g} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{m_1^2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{m_2^2}} \right).$$

Randame dinaminės klamos koeficientą:

$$\eta = \frac{(\rho_1 - \rho_2)g\Delta t}{\left(\sqrt[3]{m_2^2} - \sqrt[3]{m_1^2} \right) l} \sqrt[3]{\frac{m_1^2 m_2^2}{162\pi^2\rho_1^2}};$$

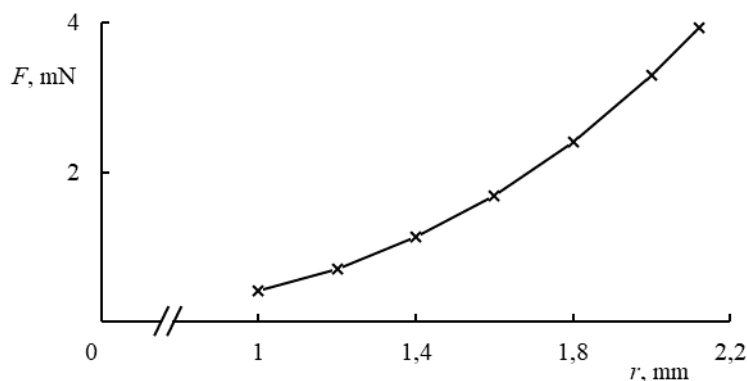
$$\eta = \frac{(11,3-1,3)10^3 \cdot 9,8 \cdot 15,8}{(\sqrt[3]{4,8^2 \cdot 10^{-8}} - \sqrt[3]{4,8^2 \cdot 10^{-10}})0,3} \sqrt[3]{\frac{4,8^4 \cdot 10^{-18}}{162 \cdot 3,14^2 \cdot 11,3^2 \cdot 10^6}} \approx 1,48 \text{ (Pa}\cdot\text{s)}.$$

Tegu bendru atveju rutuliuko masė yra m , jo spindulys – r , tai skystyje nusistovėjęs jo greičiui galima teigti, kad dinaminės klamos jėga atsveria rutuliuko sunkio ir Archimedo jėgų atstojamąją jėgą:

$$F(r) = mg - F_A = \frac{4}{3}\pi(\rho_1 - \rho_2)gr^3;$$

$$F(r) = \frac{4}{3}3,14(11,3 - 1,3)10^3 \cdot 9,8r^3 \approx 4,1 \cdot 10^5 r^3.$$

Taigi, rutuliuką veikiančios dinaminės klamos jėgos priklausomybė nuo jo spindulio yra kubinė, o ne tiesinė, kaip galėtų atrodyti neatidžiai pažvelgus į Stokso formulę, nes klampiam skystyje nusistovėjęs greitis yra tiesiai proporcingas rutuliuko spindulio kvadratui. Įdomu čia ir tai, kad tokio paties dydžio ir prigimties, o pagal III Niutono dėsnį priešingos krypties jėga tolygiai besileidžiantis rutuliukas savo „svoriu“ spaudžia skystį, o per skystį – ir indą. Svorio jėgos modulis lygus sunkio ir Archimedo jėgų skirtumui, taip pat, kaip ir tais atvejais, kai panardintas skystyje ir pakabintas ant siūlo rutuliukas tempia siūlą arba paniręs iki indo dugno spaudžia dugną.



Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 12 06.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT15-6 ▼

Trys turnyro dalyviai rutuliukų svorio pokytį išreiškė jų masės pokyčiu, nors rutuliukų masė panardinus nepakinta, o penki dalyviai rastą dinaminės klamos koeficientą paliko bedimensinį. Vis dar prarandama balų dalis pagal sprendimų vertinimo kriterijų Nr. 4, kuomet nepateikiami fizikinių dydžių skaičiavimai, o ir nepasimokoma braižyti.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 12 06.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT15-6 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Archimedo jėgos	2
2.	Dinaminės klampos koeficientas	5
3.	Jėgos priklausomybė nuo rutuliuko spindulio	3
4.	Pateikta ne pagal reikalavimus (nerodomi skaičiavimai, kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-3)	-1(-0,5)
5.	Vėlavimas pateikti sprendimą (vienai parai)	-1
6.	Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-3)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 12 06.