

15-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
8-oji užduotis Nr. FT15-8 / 2021 11 29 – 2021 12 26

Du kondensatoriai ir varžas

Sąlyga / FT15-8 ▼

Kondensatorius, kurio elektrinė talpa yra $3,1 \mu\text{F}$ ir krūvis lygus $590 \mu\text{C}$, buvo $21 \text{ k}\Omega$ varžu sujungtas su kitu $4,7 \mu\text{F}$ talpos kondensatoriumi, įelektrintu $190 \mu\text{C}$ krūviu. Dėl to pirmojo kondensatoriaus įtampa sumažėjo 139 V .

Pateikite ir apibūdinkite galimą junginio schemą ir atsakykite į šiuos klausimus:

- 1) kaip ir kiek pakito antrojo kondensatoriaus įtampa?
- 2) koks šilumos kiekis išsiskyrė varže?

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas - Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto inžinierius, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

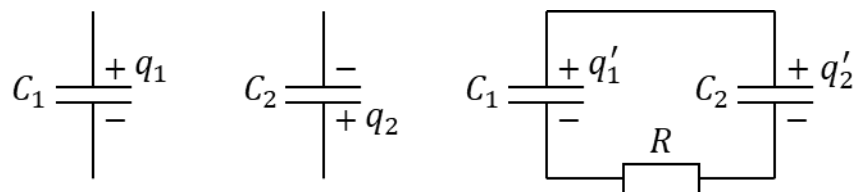
▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 11 29.

Aiškinamasis sprendimas / FT15-8 ▼

Duota: $C_1 = 3,1 \cdot 10^{-6} \text{ F}$; $q_1 = 5,9 \cdot 10^{-4} \text{ C}$; $R = 2,1 \cdot 10^4 \Omega$; $C_2 = 4,7 \cdot 10^{-6} \text{ F}$; $q_2 = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ C}$; $\Delta U_1 = -139 \text{ V}$.

Rasti: ΔU_2 ; Q .

Kondensatoriai sujungti nuosekliai suglaudus po vieną iš jų elektrodų su priešingų ženklų krūviais, o kiti du taip pat priešingų krūvių elektrodai yra sujungti duotu varžu. Tekant varžu elektros srovei jis išyla, o srovės stipriui pagal eksponentinę priklausomybę nuo laiko mažėjant iki nulio, tuo pačiu nebelieka potencialų skirtumo tarp juo sujungtų elektrodų ir šis junginys tampa analogišku lygiagrečiai sujungtų kondensatorių baterijai.



Kondensatorių pradinės elektrinės įtampos prieš juos sujungiant:

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1}; U_2 = \frac{q_2}{C_2}.$$

Pagal elektros krūvio tvermės dėsnį baterijos krūvis q yra lygus kondensatorių pradinių krūvių skirtumui, o tuo pačiu ir naujai pasiskirsčiusių jų krūvių q'_1 bei q'_2 sumai:

$$q = q_1 - q_2 = q'_1 + q'_2.$$

Baterijos elektrinė talpa lygi kondensatorių talpų sumai:

$$C = C_1 + C_2.$$

Kondensatorių įtampos sujungus tampa vienodos ir tuo pačiu lygios baterijos įtampai:

$$U'_1 = \frac{q'_1}{C_1} = U'_2 = \frac{q'_2}{C_2} = U = \frac{q}{C} = \frac{q_1 - q_2}{C_1 + C_2}.$$

Pirmojo kondensatoriaus įtampos pokytis:

$$\Delta U_1 = U'_1 - U_1 = \frac{q_1 - q_2}{C_1 + C_2} - \frac{q_1}{C_1};$$

$$\Delta U_1 = \frac{590 - 190}{3,1 + 4,7} - \frac{590}{3,1} \approx -139 \text{ (V)}.$$

Šis įtampos pokytis atitinka užduoties sąlygoje duotą^{x)}, o tai rodo, kad junginio elektrinė schema yra pasirinkta teisingai.

Antrasis kondensatorius persielektrino į priešingo, nei buvo pradinis, ženklo krūvį (jo elektrodas, turėjęs neigiamą krūvį $-q_2$, po sujungimo įgijo teigiamą krūvį q'_2), tai jo įtampos pokytis:

$$\Delta U_2 = U'_2 + U_2 = \frac{q_1 - q_2}{C_1 + C_2} + \frac{q_2}{C_2};$$

$$\Delta U_2 = \frac{590 - 190}{3,1 + 4,7} + \frac{190}{4,7} \approx 91,7 \text{ (V)}.$$

Verta pažymėti, kad kondensatorių įtampų pokyčius galima susieti su jų krūvio pokyčiu Δq , nes $q'_1 = q_1 - \Delta q$, $q'_2 = \Delta q - q_2$, tada lygiagrečiai sujungtų kondensatorių įtampų lygybę $U'_1 = U'_2$ galima parašyti taip:

$$\frac{q_1 - \Delta q}{C_1} = \frac{\Delta q - q_2}{C_2}; \quad \frac{q_1}{C_1} + \Delta U_1 = \Delta U_2 - \frac{q_2}{C_2};$$

$$\Delta U_2 = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \Delta U_1;$$

$$\Delta U_2 = \frac{590}{3,1} + \frac{190}{4,7} - 139 \approx 91,7 \text{ (V)}.$$

Pastaruoju atveju jau yra panaudoti visi užuoties sąlygoje pateikti kondensatorių duomenys, įskaitant ir duotą pirmojo kondensatoriaus įtampos pokytį po sujungimo.

Taigi, antrojo kondensatoriaus įtampa padidėjo apie 91,7 V, o įtampos modulio pakytis būtų žymiai mažesnis:

$$\Delta U'_2 = U'_2 - U_2 = \frac{q_1 - q_2}{C_1 + C_2} - \frac{q_2}{C_2};$$

$$\Delta U'_2 = \frac{590 - 190}{3,1 + 4,7} - \frac{190}{4,7} \approx 10,9 \text{ (V)}.$$

Kondensatorių elektrinio lauko energijos prieš jų sujungimą ir po sujungimo:

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1}; \quad W_2 = \frac{q_2^2}{2C_2}; \quad W' = \frac{q^2}{2C}.$$

Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$W_1 + W_2 = W' + Q.$$

Varže R išsiskyrusios šilumos kiekis:

$$Q = W_1 + W_2 - W' = \frac{q_1^2}{2C_1} + \frac{q_2^2}{2C_2} - \frac{(q_1 - q_2)^2}{2(C_1 + C_2)};$$

$$Q = \frac{0,59^2}{2 \cdot 3,1} + \frac{0,19^2}{2 \cdot 4,7} - \frac{0,4^2}{2(3,1 + 4,7)} \approx 49,7 \text{ (mJ)}.$$

^{x)}Pastaba: sujungus vienodo krūvio ženklo elektrodus, baterijos krūvis pagal elektros krūvio tvermės dėsnį būtų lygus kondensatorių pradinių krūvių sumai ir pirmojo kondensatoriaus įtampa pakistų mažiau, nei užduoties sąlygoje duota, nes mažiau krūvio nutekėtų iš jo į antrąjį kondensatorių:

$$\Delta U'_1 = \frac{q_1+q_2}{C_1+C_2} - \frac{q_1}{C_1}; \Delta U'_1 = \frac{590+190}{3,1+4,7} - \frac{590}{3,1} \approx -90,3 \text{ (V)}.$$

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2022 01 05.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT15-8 ▼

Tik vieno turnyro dalyvio sprendimas buvo pateiktas be priekaištų, o dauguma rado antrojo kondensatoriaus įtampos dydžio 10,9 V pokytį, neįvertinę jo perelektravimo priešingo, nei pradinis, ženklo elektros krūviu.

Du dalyviai nepateikė junginio schemas, dauguma įdėjo eskizų nuotraukas. Kiti du dalyviai nesilaikė reikalavimo pateikti sprendimą PDF formatu, vienas iš jų nerodė skaičiavimų, o keturiems dalyviams buvo sumažinti balai proporcingai vėlavimui pateikti sprendimą.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2022 01 05.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT15-8 ▼

| Nr. | Sprendimų vertinimo kriterijus | Vertė balais |
|---|---|---------------------|
| 1. | Junginio schemas pagrindimas | 2 |
| 2. | Antrojo kondensatoriaus įtampos pokytis | 4 |
| 3. | Šilumos kiekis | 4 |
| 4. | Pateikta ne pagal reikalavimus (nerodomi skaičiavimai, kiekvienam iš kriterijų Nr. 2,3) | -1(-0,5) |
| 5. | Vėlavimas pateikti sprendimą (vienai parai) | -1 |
| 6. | Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-3) | iki (-1) |
| Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas | | 10 |

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2022 01 05.