

17-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
7-oji užduotis Nr. FT17-7 / 2023 11 27 – 2023 12 24

Kūno judėjimo tyrimas

Sąlyga / FT17-7 ▼

Kūnas, kurio masė $m = 1$ kg, pajuda veikiamas kintamos jėgos, kurios priklausomybė nuo judėjimo laiko t yra $\mathbf{F}(t) = t\mathbf{i} - t^2\mathbf{j}$ (N), čia \mathbf{i} ir \mathbf{j} - koordinacių ašių X ir Y vienetiniai vektoriai stačiakampėje Dekarto sistemoje XOY. Raskite:

- 1) Pagreičio, greičio, poslinkio ir jėgos išvystomos galios priklausomybes nuo laiko;
- 2) Šių fizikinių dydžių vertes laiko momentu $t_1 = 2,5$ s;
- 3) Kampus, kuriuos tuo laiko momentu rasti vektoriai sudaro su gulsčia ašimi X.

Pateikite ir aiškinamąjį brėžinį, kuriame būtų matoma kūno trajektorijos dalis laiko intervale nuo 0 iki 3 s, o taip pat ir vektoriai laiko momentu t_1 masteliu, kai 1 cm atkarpa atitinka 2 m/s^2 pagreičio, 2 m/s greičio ir 1 m poslinkio.

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas – Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto senjoras, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2023 11 27.

Aiškinamasis sprendimas / FT17-7 ▼

Duota: $m = 1$ kg; $\mathbf{F}(t) = t\mathbf{i} - t^2\mathbf{j}$ (N); $t_1 = 2,5$ s.

Rasti: $\mathbf{a}(t)$; $\mathbf{v}(t)$; $\mathbf{s}(t)$; $P(t)$; a_1 ; v_1 ; s_1 ; P_1 ; α ; β ; φ .

Pagal antrąjį Niutono dėsnį pagreitis yra tiesiai proporcingas veikiančiai jėgai ir atvirkščiai proporcingas kūno masei:

$$\mathbf{a}(t) = \frac{\mathbf{F}(t)}{m} = \frac{1}{m}(t\mathbf{i} - t^2\mathbf{j}) = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j}.$$

Greitį randame integruodami pagal laiką pagreitį, o poslinkį – integruodami pagal laiką greitį:

$$\mathbf{v}(t) = \int \mathbf{a}(t)dt = \frac{1}{m}\left(\frac{t^2}{2}\mathbf{i} - \frac{t^3}{3}\mathbf{j}\right) = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j};$$

$$\mathbf{s}(t) = \int \mathbf{v}(t)dt = \frac{1}{m}\left(\frac{t^3}{6}\mathbf{i} - \frac{t^4}{12}\mathbf{j}\right) = s_x\mathbf{i} + s_y\mathbf{j}.$$

Trajektorijos braižymui sudarome s_x ir s_y verčių lentelę įvairiais laiko momentais t :

t, s	1	1,5	2	2,3	2,5	2,8	3
s_x , m	0,17	0,56	1,33	2,03	2,6	3,66	4,5
s_y , m	-0,08	-0,42	-1,33	-2,33	-3,26	-5,12	-6,75

Momentinė galia randama kaip skaliarinė jėgos ir greičio vektorių sandauga:

$$P(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{v}(t) = \frac{1}{m}(t\mathbf{i} - t^2\mathbf{j})\left(\frac{t^2}{2}\mathbf{i} - \frac{t^3}{3}\mathbf{j}\right) = \frac{1}{m}\left(\frac{t^3}{2} + \frac{t^5}{3}\right),$$

nes vienetinių vektorių skaliarinės sandaugos $\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = 1$; $\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{i} = 0$.

Randame kūno judėjimą apibūdinančius fizikinius dydžius laiko momentu t_1 , kai jis pasiekia paveiksle parodytą vietą A:

$$a_1 = \sqrt{a_X^2 + a_Y^2} = \frac{1}{m} \sqrt{t_1^2 + t_1^4}; \quad a_1 = \sqrt{2,5^2 + 2,5^4} \approx 6,73 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

$$v_1 = \sqrt{v_X^2 + v_Y^2} = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{t_1^4}{4} + \frac{t_1^6}{9}}; \quad v_1 = \sqrt{\frac{2,5^4}{4} + \frac{2,5^6}{9}} \approx 6,07 \text{ (m/s)}.$$

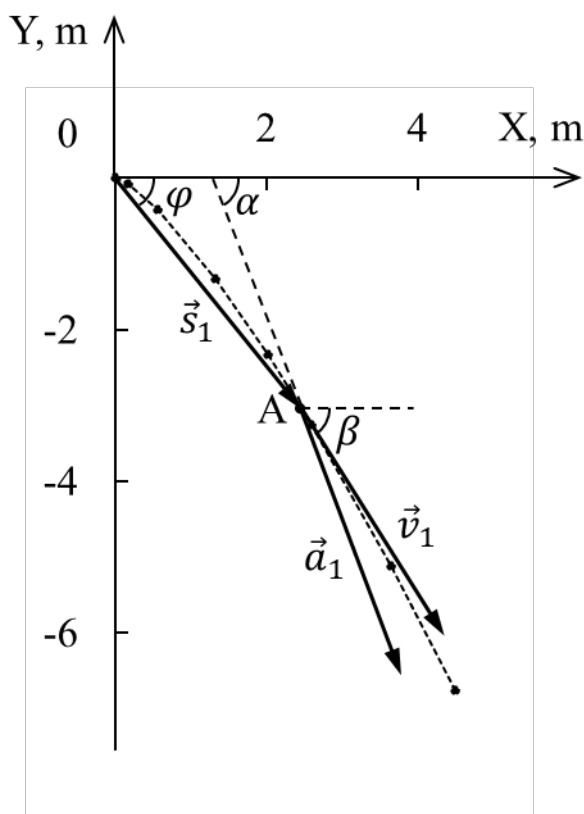
$$s_1 = \sqrt{s_X^2 + s_Y^2} = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{t_1^6}{36} + \frac{t_1^8}{144}}; \quad s_1 = \sqrt{\frac{2,5^6}{36} + \frac{2,5^8}{144}} \approx 4,17 \text{ (m)}.$$

$$P_1 = \frac{2,5^3}{2} + \frac{2,5^5}{3} \approx 40,36 \text{ (W)}.$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{a_Y}{a_X} = \operatorname{arctg}(-t_1); \quad \alpha = \operatorname{arctg}(-2,5) \approx -68^\circ.$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{v_Y}{v_X} = \operatorname{arctg}\left(-\frac{2t_1}{3}\right); \quad \beta = \operatorname{arctg}\left(-\frac{2 \cdot 2,5}{3}\right) \approx -59^\circ.$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{s_Y}{s_X} = \operatorname{arctg}\left(-\frac{t_1}{2}\right); \quad \varphi = \operatorname{arctg}\left(-\frac{2,5}{2}\right) \approx -51^\circ.$$



Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 01 22.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT17-7 ▼

Visų keturių fizikinių dydžių algebrines išraiškas ir jų vertes prašomu laiko momentu rado penki turnyro dalyviai. Dalyje aiškinamųjų brėžinių pasigendama koordinačių verčių parodymo, dar ir mastelių laikymosi.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 01 22.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT17-7 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Pagreitis	2
2.	Greitis	2
3.	Poslinkis	2
4.	Galia	2
5.	Brėžinys	2
6.	Nerodomi skaičiavimai (kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-4)	-0,5
7.	Netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-5)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 01 22.