

17-ASIS FIZIKOS TURNYRAS

8-oji užduotis Nr. FT17-8 / 2023 12 18 – 2024 01 14

Lisažu kreivė

Sąlyga / FT17-8 ▼

Materialaus taško, tuo pačiu metu harmoningai svyruojančio dviem statmenomis kryptimis, judėjimo lygtys (koordinatų priklausomybės nuo judėjimo laiko t): $x = 4\sin 2t$ ir $y = 2\sin 4t$ (cm).

Raskite:

- 1) Taško trajektoriją $y(x)$ ir ją nubraižykite;
- 2) Pradinį greitį;
- 3) Laiko momentą t_1 (ms), kai taškas toliausiai pasislenka nuo pradinės padėties;
- 4) Didžiausią poslinkį nuo pradinės padėties;
- 5) Greitį laiko momentu t_1 .

Greičius parodykite brėžinyje masteliu, kai 1 cm ilgio atkarpą atitinka 4 cm/s greitis.

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas – Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto senjoras, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2023 12 18.

Aiškinamasis sprendimas / FT17-8 ▼

Duota: $x = 4\sin 2t$; $y = 2\sin 4t$.

Rasti: $y(x)$; \vec{v}_0 ; t_1 ; \vec{s} ; \vec{v}_1 .

Dviejų tarpusavyje statmenų harmoninių svyravimų sudėties rezultatas – Lisažu kreivė, taip pavadinta pagerbiant kompleksinio harmoninio judėjimo 1857 m. tyrėją prancūzą J. A. Lissajous.

Duotų harmoninių svyravimų amplitudės ir cikliniai dažniai:

$$x_m = 4 \text{ cm}; \omega_1 = 2 \text{ rad/s}; y_m = 2 \text{ cm}; \omega_2 = 4 \text{ rad/s}.$$

Pastebėję, kad $\omega_2 = 2\omega_1$, turime dvigubo kampo sinuso išraišką: $\sin \omega_2 t = 2\sin \omega_1 t \cos \omega_1 t$, o trajektorijos lygtį randame eliminavę laiką t (tuo pačiu ir ciklinį dažnį ω_1):

$$y = 4\sin 2t \cos 2t = 4\sin 2t \sqrt{1 - \sin^2 2t} = x \sqrt{1 - \frac{x^2}{16}}.$$

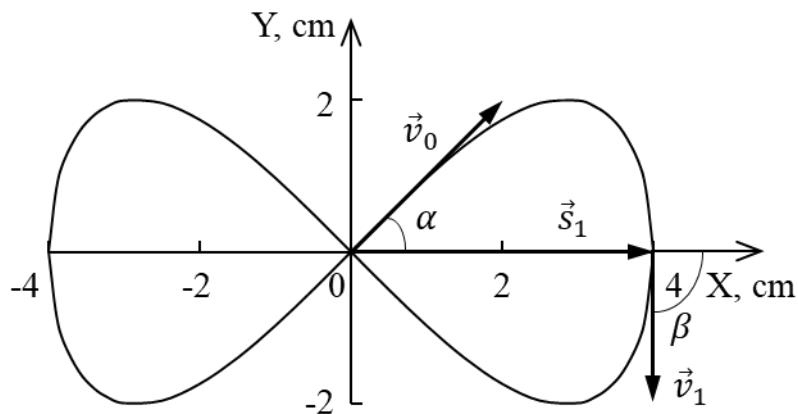
Pasirinkę x vertes intervale nuo -4 cm iki 4 cm, randame y vertes intervale nuo -2 cm iki 2 cm ir nubraižome uždara Lisažu kreivę.

Greičius randame iš koordinatų išvestinių pagal laiką:

$$v_x = 8\cos 2t; v_y = 8\cos 4t.$$

Čia $v_{0x} = v_{0y} = 8$ cm/s, tai taško pradinis greitis ir vektoriaus kampas su X ašimi:

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}; v_0 = 8\sqrt{2} \approx 11,3 \text{ (cm/s)};$$



$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{v_{0Y}}{v_{0X}}; \quad \alpha = \operatorname{arctg} 1 = 45^\circ.$$

Atstumą nuo pradinės padėties išsireiškiame pasinaudoję trajektorijos lygtimi:

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2x^2 - \frac{x^4}{16}}.$$

Atstumas yra didžiausias, kai $x_1 = x_m$ (tada $y = 0$):

$$s_m = \sqrt{2 \cdot 4^2 - \frac{4^4}{16}} = 4 \text{ (cm)}.$$

Randame laiko momentą t_1 ir greičio tuo momentu modulį v_1 bei vektoriaus \vec{v}_1 sudaromą kampą su X ašimi:

$$\sin 2t_1 = 1; \quad t_1 = \frac{1}{2} \arcsin 1 \approx \frac{3,14}{4} \text{ (s)} = 785 \text{ (ms)};$$

$$v_{1X} = 8 \cos 2t_1 = 8 \cos \frac{3,14}{2} = 0;$$

$$v_1 = v_{1Y} = 8 \cos 4t_1 = 8 \cos 3,14 = -8 \text{ (cm/s)}; \quad \beta = -90^\circ.$$

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 03 12.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT17-8 ▼

Užduotį teisingai išsprendė keturi turnyro dalyviai.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 03 12.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT17-8 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Trajektorija	4
2.	Pradinis greitis	2
3.	Laiko momentas ir momentinis greitis	2
4.	Didžiausias poslinkis	2
5.	Nerodomi skaičiavimai (kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-4)	-0,5
6.	Netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-4)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 03 12.