

18-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
13-oji užduotis Nr. FT18-13 / 2025 03 17 – 2025 04 13

Virpesių kontūro tyrimas

Sąlyga / FT18-13 ▼

Virpesių kontūras sudarytas iš $C = 25 \text{ nF}$ talpos kondensatoriaus ir $L = 10 \text{ } \mu\text{H}$ induktyvumo ritės. Pradiniu laiko momentu elektros srovė kontūru neteka, kondensatoriaus energija $W_0 = 0,2 \text{ } \mu\text{J}$. Kontūro aktyviąją varžą laikydami labai artima nuliui, raskite:

- 1) Elektromagnetinių virpesių dažnį;
- 2) Elektros krūvio, įtampos ir srovės stiprio priklausomybes nuo laiko;
- 3) Šių fizikinių dydžių didžiausias vertes;
- 4) Mažiausią laiko tarpą iki momento, per kurį magnetinio lauko energija tampa $n = 3$ kartus didesnė nei elektrinio lauko energija;
- 5) Elektros srovės stiprį tuo momentu.

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas – Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto senjoras, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2025 03 17.

Aiškinamasis sprendimas / FT18-13 ▼

Duota: $C = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ F}$; $L = 1 \cdot 10^{-5} \text{ H}$; $W_0 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ J}$; $n = 3$.

Rasti: f_0 ; $q(t)$; $u(t)$; $i(t)$; q_0 ; u_m ; i_m ; t_1 ; i_1 .

Pradėjus išsielektrinti kondensatoriui, ritėje indukuojama elektrovara, proporcinga elektros srovės stiprio kitimo greičiui, tai įtampų pasiskirstymo kontūre lygtis:

$$u_C - L \frac{di}{dt} = 0.$$

Įtampa tarp kondensatoriaus elektrodų yra tiesiai proporcinga kondensatoriaus elektros krūviui $u_C = q/C$, o srovės stipris – krūvio kitimo greitis $i = -dq/dt$, tai turime diferencialinę lygtį:

$$\frac{q}{C} + L \frac{d^2q}{dt^2} = 0; \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0.$$

Diferencialinės lygties sprendinys yra periodinė laiko funkcija:

$$q(t) = q_0 \cos \omega_0 t.$$

Elektromagnetinių virpesių dažnis:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}; \quad f_0 = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{1 \cdot 10^{-5} \cdot 2,5 \cdot 10^{-8}}} \approx 318,5 \text{ (kHz)}.$$

Kondensatoriaus energija $W_0 = q_0^2/2C$, tai elektros krūvio priklausomybė nuo laiko:

$$q(t) = \sqrt{2W_0C} \cos \frac{t}{\sqrt{LC}};$$

$$q(t) = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 10^{-7} \cdot 2,5 \cdot 10^{-8}} \cos \frac{t}{\sqrt{1 \cdot 10^{-5} \cdot 2,5 \cdot 10^{-8}}}; \quad q(t) = 100 \cos(2 \cdot 10^6 t) \text{ (nC)}.$$

Didžiausias krūvis $q_0 = 100 \text{ nC}$.

Įtampos $u = q/C$ priklausomybė nuo laiko:

$$u(t) = \frac{q_0}{C} \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}; \quad u(t) = 4 \cos(2 \cdot 10^6 t) \text{ (V)}.$$

Didžiausia įtampa $u_m = 4 \text{ V}$.

Elektros srovės stiprio $i = dq/dt$ priklausomybė nuo laiko:

$$i(t) = 100[-\sin(2 \cdot 10^6 t)] \cdot 2 \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^8 \cos(2 \cdot 10^6 t + 0,5\pi) \text{ (nA)}.$$

Didžiausias elektros srovės stipris $i_m = 0,2 \text{ A}$.

Pagal energijos tvermės dėsnį laiko momentu t_1 elektrinio lauko ir magnetinio lauko energijų W_{1e} ir W_{1m} suma lygi pradinei energijai, o pagal užduoties sąlygą $W_{1m} = nW_{1e}$, tai randame kondensatoriaus elektros krūvį tuo momentu:

$$W_{1e} + W_{1m} = W_0; \quad (1+n)q_1^2 = q_0^2; \quad q_1 = \frac{q_0}{\sqrt{1+n}} = q_0 \cos(2 \cdot 10^6 t_1);$$

$$t_1 = \frac{1}{2 \cdot 10^6} \arccos \frac{1}{\sqrt{1+3}} \approx 0,52 \text{ (}\mu\text{s)}.$$

$$i_1 = 2 \cdot 10^8 \cos(2 \cdot 10^6 \cdot 0,52 \cdot 10^{-6} + 0,5 \cdot 3,14) \approx -0,17 \text{ (A)}.$$

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2025 04 17.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT18-13 ▼

Dauguma turnyro dalyvių pateikė teisingus sprendimus, dalis jų elektros krūvio, įtampos ir srovės stiprio teorines išraiškas paliko be įrašytų užduoties sąlygos duomenų.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2025 04 17.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT18-13 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Virpesių dažnis	2
2.	Krūvio, įtampos ir srovės stiprio priklausomybės nuo laiko	2
3.	Didžiausios vertės	2
4.	Mažiausias laiko tarpas	2
5.	Momentinis elektros srovės stipris	2
6.	Netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-5)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2025 04 17.