

18-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
3-oji užduotis Nr. FT18-3 / 2024 08 19 – 2024 09 15

Nuožulniosios plokštumos tyrimas

Sąlyga / FT18-3 ▼

Nuožulniosios plokštumos aukščio, slydimo paviršiaus ilgio ir pagrindo ilgio santykis yra $h: l: b = 1: 3: 2\sqrt{2}$. Bandymų metu nustatyta, kad kūno tolygiam pakėlimui šia plokštuma aukštyje pakanka lygiagrečiai slydimo paviršiui nukreiptos jėgos, lygios $n_1 = 0,55$ daliai jo sunkio. Nors ir pastebėta, kad tokiam pakėlimui reiktų šiek tiek didesnės jėgos, jei ji būtų nukreipta lygiagrečiai nuožulniosios plokštumos pagrindui, deja, nebuvo nustatyta, kokią kūno sunkio dalį tai sudarytų.

Raskite:

- 1) Slydimo trinties koeficientą;
- 2) Pakėlimo jėgą (kūno sunkio dalimis), kai ji veiktų lygiagrečiai plokštumos pagrindui;
- 3) Plokštumos naudingumo koeficientus abiem atvejais (procentais);
- 4) Pagreitį, kuriuo slystų ant tos plokštumos padėtas kūnas.

Gravitacinio lauko stipris $g = 9,8 \text{ N/kg}$.

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas – Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto senjoras, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 08 19.

Aiškinamasis sprendimas / FT18-3 ▼

Duota: $h: l: b = 1: 3: 2\sqrt{2}$; $n_1 = 0,55$; $g = 9,8 \text{ N/kg}$.

Rasti: μ ; n_2 ; η_1 ; η_2 ; a .

Keliamą kūną veikia sunkio jėga $m\vec{g}$, plokštumos reakcijos jėga $\vec{N}_1$, kai tempiama lygiagrečiai slydimo paviršiui, ($\vec{N}_2$, kai tempiama lygiagrečiai pagrindui), jėga $\vec{F}_1$ ($\vec{F}_2$) ir trinties jėga $\vec{F}'_1$ ($\vec{F}'_2$). Pagal pirmąjį Niutono dėsnį:

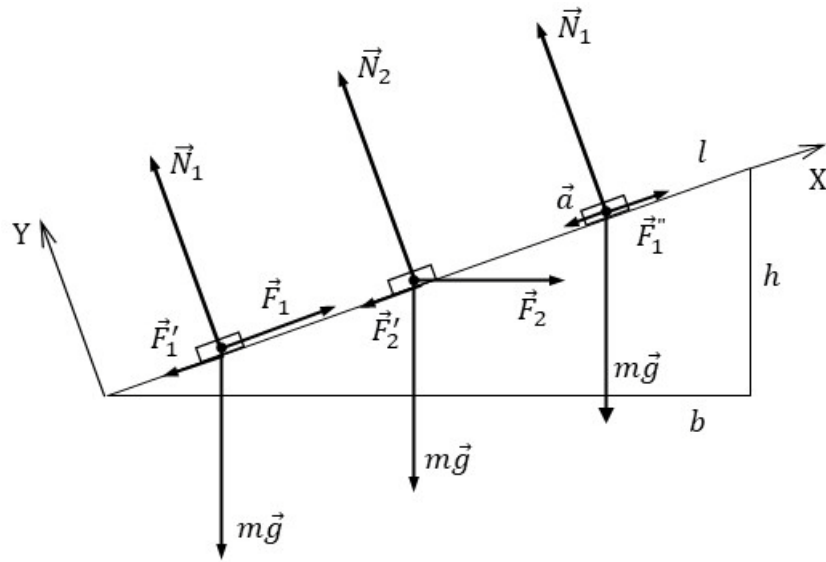
$$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_1 + \vec{F}'_1 = 0; \quad m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_2 + \vec{F}'_2 = 0.$$

Suprojektuojame vektorius į pasirinktas koordinačių ašis X ir Y, pasinaudodami jų projekcijų į tas ašis ir nuožulniąją plokštumą apibūdinančių stačiųjų trikampių kraštinių porcingumu:

$$\begin{aligned} -mg \frac{h}{l} + F_1 - F'_1 &= 0; \quad -mg \frac{b}{l} + N_1 = 0; \\ -mg \frac{h}{l} + F_2 \frac{b}{l} - F'_2 &= 0; \quad -mg \frac{b}{l} - F_2 \frac{h}{l} + N_2 = 0. \end{aligned}$$

Pasinaudoję sąryšiais $F_1 = n_1 mg$ ir $F'_1 = \mu N_1$, randame slydimo trinties koeficientą:

$$\begin{aligned} -mg \frac{h}{l} + n_1 mg - \mu mg \frac{b}{l} &= 0; \\ \mu &= \left(n_1 - \frac{h}{l} \right) \frac{l}{b}; \quad \mu = \left(0,55 - \frac{1}{3} \right) \frac{3}{2\sqrt{2}} \approx 0,23. \end{aligned}$$



Pasinaudoję sąryšiais $F_2 = n_2 mg$ ir $F_2' = \mu N_2$, randame lygiagrečiai plokštumos pagrindui veikiančią jėgą kūno sunkio dalimis:

$$-mg \frac{h}{l} + n_2 mg \frac{b}{l} - \mu \left(mg \frac{b}{l} + n_2 mg \frac{h}{l} \right) = 0;$$

$$n_2 = \frac{\mu b + h}{b - \mu h}; \quad n_2 = \frac{0,23 \cdot 2\sqrt{2} + 1}{2\sqrt{2} - 0,23 \cdot 1} \approx 0,64.$$

Taigi, $F_2 \approx 0,64 mg$.

Naudingas darbas atliekamas tolygiai pakeliant kūną į aukštį h jėga, lygia kūno sunkiui, $F_0 = mg$. Visas darbas – tai jėgos $\vec{F}_1$ darbas kelyje l ir jėgos $\vec{F}_2$ darbas kelyje b , tai nuožulniosios plokštumos naudingumo koeficientai:

$$\eta_1 = \frac{F_0 h}{F_1 l} = \frac{mgh}{n_1 mgl} = \frac{h}{n_1 l}; \quad \eta_1 = \frac{1}{0,55 \cdot 3} \approx 61\%;$$

$$\eta_2 = \frac{F_0 h}{F_2 b} = \frac{mgh}{n_2 mgb} = \frac{h}{n_2 b}; \quad \eta_2 = \frac{1}{0,64 \cdot 2\sqrt{2}} \approx 55\%.$$

Padėtą ant nuožulniosios plokštumos kūną veikia tik sunkio jėga $m\vec{g}$, plokštumos reakcijos jėga $\vec{N}_1$ ir slydimo trinties jėga $\vec{F}_1''$, to paties dydžio, tik priešingos krypties, nei $\vec{F}_1'$. Pagal antrąjį Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_1'' = m\vec{a}.$$

Suprojektavę vektorius į ašis X ir Y, randame pagreičio projekciją į ašį X:

$$-mg \frac{h}{l} + \mu N_1 = ma_X; \quad -mg \frac{b}{l} + N_1 = 0;$$

$$a_X = \frac{\mu b - h}{l} g; \quad a_X = \frac{0,23 \cdot 2\sqrt{2} - 1}{3} 9,8 \approx -1,1 (\text{m/s}^2).$$

Taigi, kūnas slystų plokštuma žemyn apie $1,1 \text{ m/s}^2$ pagreičiu.

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 10 29.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT18-3 ▼

Tokios užduoties sprendime, nors to sąlygoje ir neprašyta, yra reikalingas paveikslas, kuriame būtų parodytos kūną veikiančios jėgos visais trim atvejais, kai jis keliamas, veikiant lygiagrečiai slydimo paviršiui ir plokštumos pagrindui, bei padėtas slysti žemyn. Trys dalyviai tokio paveikslo nepateikė, taip skatindami sprendimų vertintoją patį tokį paveikslą įsivaizduoti. Pateikusių paveikslą turnyro dalyvių dauguma nesilaikė užduoties sąlygoje nurodytų pačios nuožulniosios plokštumos ir kūną veikiančių jėgų mastelių, kai nuožulniosios plokštumos aukštis yra tris kartus mažesnis už jos ilgį, kai kūną tempianti aukštyn jėga sudaro 0,55 dalį jo sunkio, o trinties jėga – vos ketvirtąją dalį paviršiaus reakcijos jėgos, kai apskaičiuotas trinties koeficientas lygus 0,23.

Dalies pateiktų sprendimų paveiksluose užrašai šalia vektorių $0,55m\vec{g}$, $m\vec{g}\sin\alpha$ ir $m\vec{g}\cos\alpha$ reiškia, kad tie vektoriai yra tos pačios krypties, kaip ir sunkio jėga $m\vec{g}$, tik trumpesni, tad negali apibūdinti kitų, nei sunkio jėgos, krypčių vektorių.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 10 29.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT18-3 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Trinties koeficientas	2
2.	Pakėlimo jėga	2
3.	Naudingumo koeficientai	3
4.	Slydimo pagreitis	2
5.	Paveikslas	1
6.	Nerodomi skaičiavimai	-1
7.	Netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-5)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 10 29.