

18-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
4-oji užduotis Nr. FT18-4 / 2024 09 09 – 2024 10 06

Sutrumpinta cikloidė

Sąlyga / FT18-4 ▼

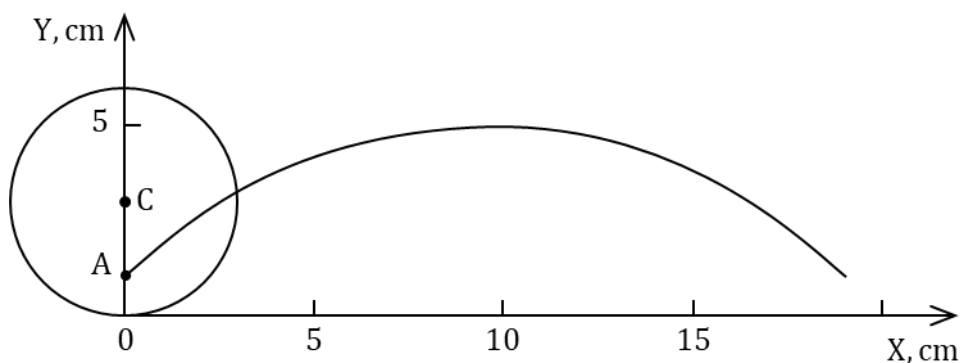
Aliuminio ritinio, neslystamai riedančio gulsčiu paviršiumi pastoviu greičiu, skersmuo yra $n = 4$ kartus didesnis už jo aukštį. Ritinio taškas A, kuris pradiniu laiko atskaitos momentu yra nutolęs $h = 1$ cm atstumu nuo paviršių lietimosi linijos O, vieną kartą apsisuka apie centrą C per laiko tarpą $T = 2$ s, o jo trajektorijos dalis (sutrumpintos cikloidės pirmoji arka) parodyta paveiksle.

Raskite:

- 1) Taško A koordinačių priklausomybes nuo laiko;
- 2) Ritinio skersmenį (cm);
- 3) Jo slenkamojo judėjimo greitį (cm/s);
- 4) Taško A greitį laiko momentu $t_1 = 0,6$ s;
- 5) Ritinio kinetinę energiją (μJ).

Paveikslą papildykite nubraižydami ritinį ir greičių vektorius laiko momentu t_1 (masteliu, kai 1 cm ilgio atkarpą atitinka 4 cm/s greitis).

Aliuminio tankis $\rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$.



Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas – Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto senjoras, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 09 08.

Aiškinamasis sprendimas / FT18-4 ▼

Duota: $n = 4$; $h = 0,01 \text{ m}$; $T = 2 \text{ s}$; $t_1 = 0,6 \text{ s}$; $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

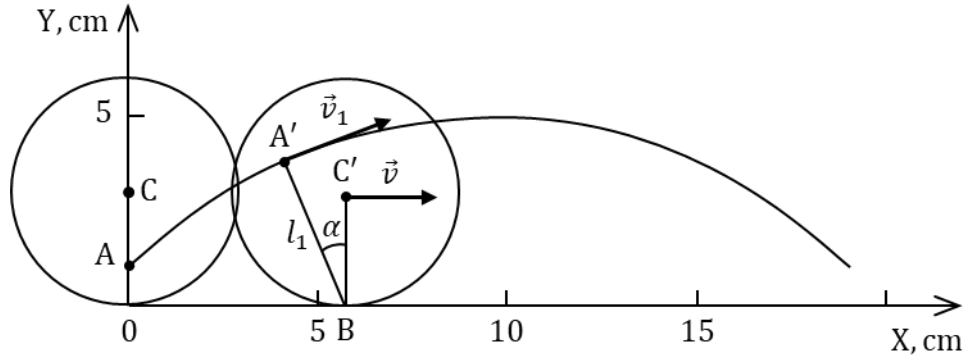
Rasti: $x(t)$; $y(t)$; d ; v ; v_1 ; W .

Neslystamai riedančio ritinio visų taškų kampiniai greičiai $\omega = \frac{2\pi}{T}$ yra vienodi (kiek atžvilgiu ašies, einančios per jo centrą C, tiek ir atžvilgiu momentinės sukimosi ašies lietimosi su gulsčiu paviršiumi vietoje). Taško A, kurio pradinės koordinatės $x_0 = 0$; $y_0 = h$, koordinatės bet kuriuo laiko momentu t susiejame su radianais matuojamu posūkio kampui $\varphi = \omega t$ (koordinatė x turi vieną dalį, susietą su ritinio centro C slenkamuoju judėjimu, didėjančią tiesiai proporcingai ritinio spinduliui $R = 0,5d$ ir posūkio kampui, ir kitą dalį su dėl ritinio sukimosi apie jo centrą periodiškai kintančia mažesnio spindulio $r = 0,5d - h$ projekcija į tą ašį; tuo tarpu koordinatės y viena dalis centrui slenkant išlieka lygi ritinio spinduliui, o kita dalis yra mažesnio spindulio r kita projekcija į tą ašį):

$$x(\varphi) = 0,5d\varphi - (0,5d - h)\sin\varphi; \quad x(t) = \frac{\pi d}{T}t - (0,5d - h)\sin\frac{2\pi}{T}t;$$

$$y(\varphi) = 0,5d - (0,5d - h)\cos\varphi; \quad y(t) = 0,5d - (0,5d - h)\cos\frac{2\pi}{T}t.$$

Pagal taško A koordinates x' ir y' laiko momentu $t' = 0,5T$ randame ritinio skersmenį d ir jo slenkamojo judėjimo greitį v :



$$y' = y_m = d - h; \quad d = y_m + h; \quad d = 5 + 1 = 6 \text{ (cm)};$$

$$x' = vt' = \pi \frac{d}{2}; \quad v = \frac{\pi d}{T}; \quad v = \frac{3,14 \cdot 6}{2} = 9,42 \text{ (cm/s)}.$$

Irašę gautą ritinio skersmens vertę, turime koordinačių (cm) priklausomybes nuo laiko:

$$x(t) = 3\pi t - 2\sin\pi t; \quad y(t) = 3 - 2\cos\pi t.$$

Radę ritinio taško A atstumą l_1 nuo momentinės sukimosi ašies B pagal jo koordinates x_1 ir y_1 bei ritinio lietimosi su gulsčiu paviršiumi taško B (tuo pačiu ir centro C) koordinatę $x_p = vt_1$ laiko momentu t_1 ir, kampinį greitį padauginę iš to atstumo, turime to taško greitį v_1 :

$$v_1 = \omega l_1 = \frac{2\pi}{T} \sqrt{(x_p - x_1)^2 + y_1^2};$$

$$v_1 = 3,14 \sqrt{[9,42 \cdot 0,6 - 3,14 \cdot 3 \cdot 0,6 + 2\sin(3,14 \cdot 0,6)]^2 + [3 - 2\cos(3,14 \cdot 0,6)]^2} \approx \\ \approx 12,8 \text{ (cm/s)}.$$

Greičio $\vec{v}$ ir kordinačių ašies X kryptys sutampa, o kampas tarp greičio vektorių $\vec{v}_1$ ir $\vec{v}$ yra tas pats, kaip ir kampas α tarp jiems statmenų tiesių atkarpų BC' ir BA' , tai pagal sinusų teoremą:

$$\frac{0,5d-h}{\sin\alpha} = \frac{l_1}{\sin\pi t_1}; \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{0,5d-h}{l_1} \sin\pi t_1\right); \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{3-1}{4,076} \sin 0,6\pi\right) \approx 28^\circ.$$

Ritinio, kurio aukštis pagal sąlygą $H = d/n$, tūris V , masė m ir inercijos momentas J jo sukimosi ašies C atžvilgiu:

$$V = \pi \frac{d^2}{4} H = \frac{\pi d^3}{4n}; \quad m = \rho V = \frac{\rho \pi d^3}{4n}; \quad J = \frac{1}{2} m \frac{d^2}{4} = \frac{\rho \pi d^5}{32n}.$$

Ritinio kinetinę energiją randame sudėję jo slenkamojo ir sukamojo judėjimų kinetines energijas:

$$W = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = \frac{3\rho\pi d^3 v^2}{16n}; \quad W = \frac{3 \cdot 2,7 \cdot 10^3 \cdot 3,14 \cdot 0,06^3 \cdot 0,0942^2}{16 \cdot 4} \approx 762 \text{ (}\mu\text{J)}.$$

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 11 11.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT18-4 ▼

Teisingą sprendimą pateikė keturi turnyro dalyviai. o kiti įvairiai klydo, ne tik pateikdami ne konkrečias duotam ritiniui, o tik bendrąsias taško A koordinačių priklausomybių nuo laiko išraiškas, bet ir tolesniuose, ypač kinetinės energijos skaičiavimuose.

Dauguma dalyvių taško A greičio radimui teisingai pasinaudojo koordinačių išvestinėmis duotu laiko momentu, po to sudėdami taip gautas dvi tarpusavyje statmenas jo sudaromąsias.

Keletui turnyro dalyvių tenka vėl priminti, kad tarpiniuose skaičiavimuose reikia nepraleisti randamų fizikinių dydžių dimensijų, o ir vengti tokių neapvalinimų, kaip vieno iš jų pateikta kinetinės energijos vertė net su milijoninėmis dalimis mikrodžaulio: 1043,826239 μ J.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 11 11.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT18-4 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Koordinačių priklausomybės nuo laiko	3
2.	Skersmuo ir slenkamojo judėjimo greitis	2
3.	Taško momentinis greitis	3
4.	Kinetinė energija	2
5.	Nerodomi skaičiavimai	-1
6.	Netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-4)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 11 11.