

3-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
10-oji užduotis Nr. FT3-10 / 2010 01 11 – 2010 02 07

Sąlyga / FT3-10 ▼

Peršautas kubas

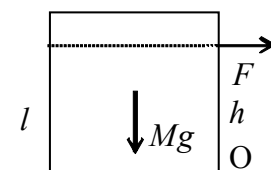
Ant horizontalaus šiurkštaus paviršiaus padėtas pilnaviduris kubas, kurio briaunos ilgis $l = 0,5$ m, o masė $M = 50$ kg. Masės $m = 10$ g kulka, lėkdama horizontaliai $v = 200$ m/s greičiu $h = 0,4$ m aukštyje pataiko į kubo sienelės vidurį statmenai jos plokštumai ir perskrodžia kubą kiaurai. Peršaukiant kubą, kulka veikia pastovi pasipriešinimo jėga. Oro pasipriešinimo nepaisome.

- 1) Kokiu mažiausiu atstumu nuo kubo kulka nukris ant žemės, jei kubas nepajudėjo?
- 2) Kokiam trinties koeficientui tarp kubo ir paviršiaus esant tai yra galima?
- 3) Kaip pakistų atsakymai į aukščiau pateiktus klausimus, jei kubas pajudėjo, bet neapvirto?

Užduotį parengė mokyklos „Fizikos olimpas“ steigėjų tarybos narys, šio Fizikos turnyro užduočių parengimo spęsti ir sprendimų vertinimo komisijos pirmininkas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 01 11.

Aiškinamasis sprendimas / FT3-10 ▼



Kulkai pramušant kubą veikiančią jėgą pažymim F (kulka veikia tokio pat didumo priešingos krypties jėga). Kubas nejudės, jei jį veikiančių jėgų ir jėgų momentų sumos bus lygios nuliui. Sunkio jėgą atsveria paviršiaus reakcijos jėga, jėgą F atsveria trinties jėga, o jėgos F sukurtą jėgos momentą atsveria sunkio jėgos ir trinties jėgų sukurti jėgos momentai. Ribiniu atveju taško O atžvilgiu gauname:

$$F = \mu Mg,$$
$$Mgl / 2 = Fh.$$

Apskaičiavę gauname

$$F = Mgl / 2h, \quad \mu = 5 / 8.$$

Kulka, pramušdama kubą, jėgos F bus stabdoma ir todėl atliks darbą

$$A = Fl = Mgl^2 / 2h.$$

Tokiu pat dydžiu sumažės kulkos kinetinė energija, todėl išlekiančios iš kubo kulkos greitis bus

$$v' = \sqrt{v^2 - Mgl^2 / hm}.$$

Kaip ir aukštyje h greičiu v' horizontaliai mestas kūnas kulka nulėks atstumą

$$L = v't = \sqrt{2hv^2 / g - 2Ml^2 / m}, \quad L = 27,6 \text{ m}.$$

Taigi:

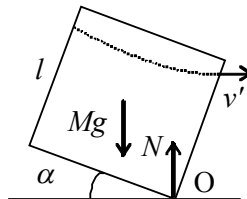
- 1) mažiausias atstumas, kuriuo nuo kubo nukris kulka, jei kubas nepajudėjo, yra 27,6 m;
- 2) kubas nepajudės, kai trinties koeficientas tarp kubo ir paviršiaus yra $\mu \geq 0,625$;
- 3) jei jėga F išliks tokio pat didumo, o trinties koeficientas bus mažesnis, kubas, jį pramušant kulka, pradės slysti ir dėl to atstumas tarp kulkos ir kubo mažės. Kubas slys tuo greičiau, kuo mažesnė bus trintis. Ribiniu atveju, kai $\mu=0$, atstumas nuo kubo iki kulkos

nukritimo ant žemės vietos bus mažesnis už gautą pirmojoje dalyje. Tačiau kubo poslinkis bus labai mažas. Laikas, per kurį kulka pramuša kubą, yra labai mažas:

$$t' = \frac{2l}{v + v'}, \quad t' = 0,003 \text{ s},$$

per tą laiką kubas įgyja greitį $v'' = a't'$, čia $a' = 5g/8$ yra kubo pagreitis jį pramušant kulka. Įstatę parametrų vertes, gauname $v'' = 0,02 \text{ m/s}$, o kubo nueitas kelias $s_1 = 0,000035 \text{ m}$. Kulkai lekiant toliau kubas slenka pastoviu greičiu ir iki kulka nukrintant per laiką t nueina atstumą $s_2 = v''t$, $s_2 = 0,0016 \text{ m}$. Matome, kad šiuo atveju kubo poslinkis yra nereikšmingas.

Jei kulka pramušant kubą pasipriešinimo jėga F' bus didesnė už nustatytą pirmojoje dalyje, kubas pradės virsti, kaip parodyta paveiksle.



Kad kubas neapvirstų jis turi sustoti kampui α nepasiekus 45° , tada kubas vėl grįžtų į ankstesnę padėtį. Todėl pasipriešinimo jėga gali atlikti darbą A' , ne daugiau kaip dydžiu $A'' = Mgl(\sqrt{2} - 1)/2$ didesnę už nustatytą pirmojoje dalyje. Gauname:

$$A' = A + A'' = Mgl(5/8 + \sqrt{2}/2 - 1/2) = Mgl(1/8 + \sqrt{2}/2), \quad A' = 204 \text{ J}.$$

Tačiau visa kulkos energija yra mažesnė:

$$E = mv^2/2, \quad E = 200 \text{ J}.$$

Taigi, kubui apversti kulkos energijos nepakanka. Kad kubas būtų pramuštas, kulkos išlėkimo greitis v' turi būti kiek didesnis (ribiniu atveju – lygus) už kubo paviršiaus judėjimo greitį v'' kulkos išlėkimo vietoje. Kuo tas greitis bus mažesnis, tuo arčiau kubo kulka nukris ant žemės. Kadangi

$$v' \approx v'' \ll v, \quad v_{\text{vid}} = (v + v')/2 \approx v/2,$$

kubo pramušimo laikas

$$t' = 2l/v, \quad t' = 0,005 \text{ s},$$

kulkos pagreitis

$$a = v/t',$$

jėga, veikianti kulka,

$$F = ma = mv/t' = mv^2/2l.$$

Tokio pat didumo, tik priešingos krypties jėga pramušant veikia ir kubą, ji suteikia kubui slenkamąjį ir sukamąjį judėjimą. Kubo poslinkis ir posūkis pramušant yra nereikšmingi, nes pramušimo trukmė yra labai maža. Reikia nustatyti, kiek kubas pasislinks iki kulka nukrintant ant žemės.

Kubo slenkamojo judėjimo pagreitis pramušant

$$a'' = F/M = mv^2/(2lM),$$

sukamojo judėjimo pagreitis

$$\varepsilon = (Fh - Mgl/2)/I,$$

čia $I = MI^2/6 + MI^2/2 = 2MI^2/3$ yra kubo inercijos momentas taško O atžvilgiu sukantis apie ašį, lygiagrečią briaunai. Gauname:

$$v' = a''t' + \varepsilon(h - l/2)t', \quad v' = 0,042 \text{ m/s}.$$

Matome, kad prielaida $v' \ll v$ pasitvirtino. Jei trinties koeficientas būtų didelis, t. y., $F \leq \mu Mg$, kubas neslystų, o kulka nulėktų atstumą $L = v't$, $L = 0,012 \text{ m}$. Mažiausias atstumas nuo kubo iki kulkos bus tada, kai $\mu = 0$. Jis lygus

$$L = v't - a''t't = \varepsilon(h - l/2)t't = \frac{mv^2[h/(2l) - 1/4] - Mgl/2}{2Ml^2/3} \cdot \frac{2l(h - l/2)}{v} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$L = 0,00055 \text{ m}$$

Taigi, esant pasipriešinimo jėgai $F = mv^2/(2l)$, kulka, pramušusi kubą, išlėks labai mažu greičiu ir nukris prie pat kubo. Pateiktieji atstumai yra gerokai mažesni už šiuo metu naudojamų kulku matmenis. Sprendime neatsižvelgta į kubo ir kulkos kinetinę energiją po pramušimo. Ji yra labai maža: didžiausia dalis – kubo slenkamojo judėjimo kinetinė energija $E'' = Mv''^2/2 = 0,04 \text{ J}$ yra daug mažesnė už pradinę kulkos energiją $E = mv^2/2 = 200 \text{ J}$.

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas nuolat skelbiamas nuo 2010 02 22.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT3-10 ▼

Dauguma sprendusiųjų į 1 ir 2 klausimus gavo teisingus atsakymus. Į 3 klausimą išsamiai neatsakė niekas. Dalis sprendusiųjų teisingai pastebėjo, kad esant didesnei negu 1 dalyje pasipriešinimo jėgai kulkos greitis ir lėkio nuotolis bus mažesnis, tačiau neatsižvelgė, kad kubui pajudėjus, pramušimo atveju išlėkusi kulka turi judėti bent kiek greičiau už kubą.

Užduoties sprendimo aptarimą parengė užduoties autorius ir jos sprendimų vertintojas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 02 22.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT3-10 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Pagal kubą veikiančius jėgos momentus nustatyta maksimali pasipriešinimo jėga F .	1
2.	Pagal kulkos atliktą darbą nustatytas kulkos kinetinės energijos sumažėjimas.	1
3.	Nustatytas kulkos greitis pramušus kubą.	1
4.	Nustatytas kulkos lėkimo nuotolis pagal aukštyje h horizontaliai mesto kūno judėjimo dėsnį.	1
5.	Iš kubą veikiančių jėgų lygybės nustatytas minimalus trinties koeficientas.	1
6.	Įvertinant kubo poslinkį pramušant kulkai ir kubo įgytą greitį nustatytas poslinkio nereikšmingumas.	1
7.	Nustatyta maksimali jėga pramušant.	1
8.	Kulkos energijos nepakanka kubui apversti.	1
9.	Nustatyti minimalūs kulkos ir kubo greičiai.	1
10.	Nustatyti kulkos ir kubo poslinkiai.	1
	Maksimalus sprendimo įvertinimas	10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius ir jos sprendimų vertintojas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 02 22.