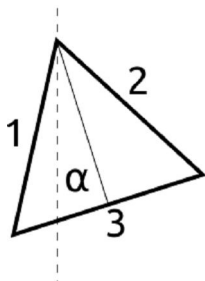


5-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
7-oji užduotis Nr. FT5-7 / 2011 11 17 – 2011 12 12

Užduoties sąlyga / FT5-7 ▼

Kabantis trikampis



Paveiksle pavaizduotas trikampis yra sudarytas iš trijų vienodo ilgio l ir vienodo skerspjūvio S strypelių, pagamintų iš medžiagų, kurių tankiai lygūs ρ_1 , ρ_2 ir ρ_3 . Trikampis laisvai kabo Žemės traukos lauke ant horizontalios ašies, einančios per jo viršūnę, jungiančią kraštines 1 ir 2. Pusiausvyros padėtyje trikampio trečiosios kraštinės pusiauakraštinė su vertikalia linija sudaro kampą α . Šio kampo vertes laikome teigiamomis (neigiamomis) kai pusiauakraštinė nukrypsta nuo vertikalių linijos prieš (pagal) laikrodžio rodyklę.

- 1) Užrašykite lygtį, siejančią sąlygoje išvardintus medžiagų tankius ir kampą α .
- 2) Apskaičiuokite pirmosios kraštinės medžiagos tankį ρ_1 , jei likusių dviejų kraštinių medžiagos tankiai yra $\rho_2 = \rho_3 = 1000 \text{ kg/m}^3$, o kampas α , išmatuotas laipsniais, įgyja visas sveikąsias vertes tarp -5 ir 5 . Gautus atsakymus pavaizduokite lentelė ir grafiku.
- 3) Nustatykite pusiausvyros padėtį atitinkančią kampo α vertę, jei trikampio pirmoji kraštinė yra sidabrinė, o likusios dvi plieninės. Sidabro ir plieno tankių santykis $r = 1,34$.

Užduotį parengė Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Teorinės fizikos katedros profesorius, mokyklos „Fizikos olimpas“ dėstytojas dr. Egidijus Anisimovas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2011 11 17.

Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT5-7 ▼

1) Lygtį, siejančią medžiagų tankius ρ_1 , ρ_2 ir ρ_3 su kampą α galime gauti nagrinėdami trikampio kraštines veikiančių sunkio jėgų momentus pusiausvyros padėtyje. Pirmosios kraštinės masė lygi $m_1 = \rho_1 l S$, o jos masių centras yra atstumu $\frac{1}{2}l$ nuo pakabinimo taško. Taigi, sunkio jėgos momento absoliutinis didumas lygus

$$M_1 = \rho_1 l S g \cdot \frac{1}{2} l \sin(30^\circ - \alpha). \quad (1)$$

Šis momentas suka trikampį prieš laikrodžio rodyklę. Samprotaudami analogiškai randame kitas dvi kraštines veikiančių sunkio jėgų momentus

$$M_2 = \rho_2 l S g \cdot \frac{1}{2} l \sin(30^\circ + \alpha), \quad (2)$$

$$M_3 = \rho_3 l S g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} l \sin \alpha. \quad (3)$$

Čia atsižvelgėme į tai, kad trečiosios kraštinės masių centras yra nutolęs atstumu $\frac{\sqrt{3}}{2}l$ nuo pakabinimo taško. Abu pastarieji momentai suka trikampį pagal laikrodžio rodyklę. Sulygindami $M_1 = M_2 + M_3$ randame ieškomą lygtį:

$$\rho_1 \sin(30^\circ - \alpha) = \rho_2 \sin(30^\circ + \alpha) + \sqrt{3}\rho_3 \sin \alpha . \quad (4)$$

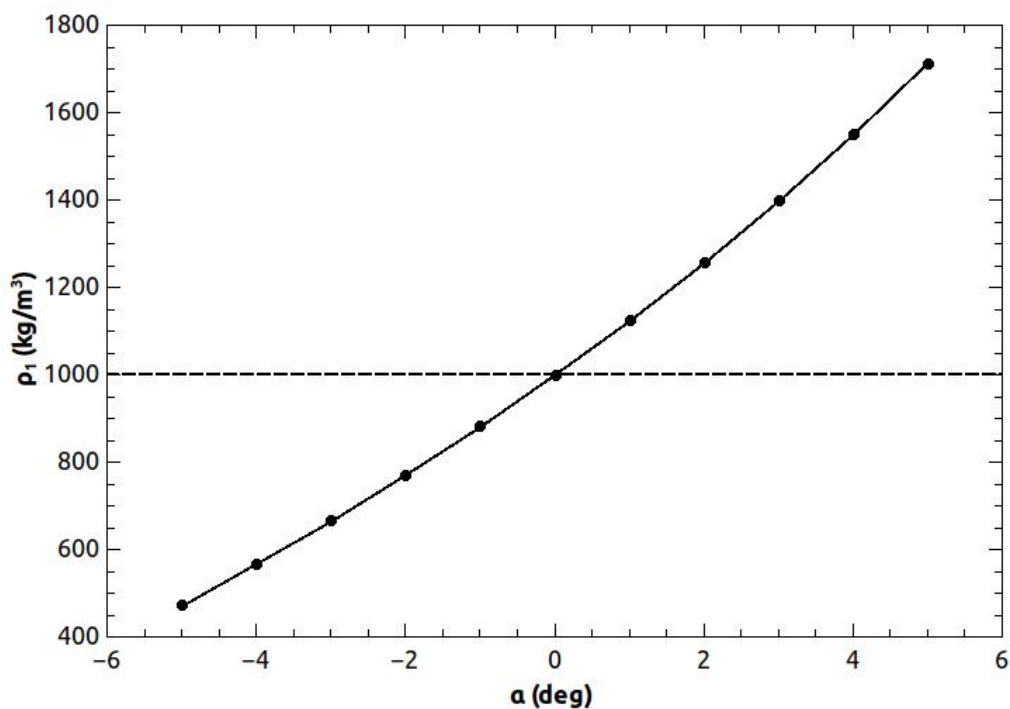
Ši lygtis užrašyta neutraliu pavidalu, tai yra, nesiekiame išreikšti nei vieno dydžio per kitus.

2) Šioje dalyje prašoma išreikšti ρ_1 per žinomas ρ_2 , ρ_3 ir α vertes. Pažymėję $\rho_2 = \rho_3 \equiv \rho_0$ ir pasinaudoję trigonometrinėmis tapatybėmis, randame

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{1 + 3\sqrt{3} \tan \alpha}{1 - \sqrt{3} \tan \alpha} . \quad (5)$$

Gautą priklausomybę pavaizduojame lentelė ir grafiku.

α (deg)	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
ρ_1 (kg/m ³)	474	568	667	772	883	1000	1125	1258	1399	1551	1714



3) Šioje dalyje prašoma išreikšti kampo α vertę. Pertvarkydami (5) sąryšį gauname

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{r-1}{r+3}\right) = 2.59^\circ .$$

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius dr. Egidijus Anisimovas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2012 06 11.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT5-7 ▼

Uždavinys nebuvo sunkus: dauguma jį sprendusių turnyro dalyvių surinko aukštą arba netgi maksimalų balų skaičių. Tikėtasi, kad šis nesudėtingas uždavinys pritrauks daugiau dalyvių, tačiau taip neįvyko.

Uždavinį sprendę dalyviai su esminiais sunkumais nesusidūrė. Pirmasis uždavinio klausimas buvo nevisai konkretus – buvo prašoma užrašyti lygtį siejančią sąlygoje išvardintus dydžius. Akivaizdu, kad tokią lygtį galima sukonstruoti ne vienu būdu. Todėl visi teisingi variantai buvo vertinami teigiamai.

Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius dr. Egidijus Anisimovas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2012 06 11.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT5-7 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Teisingai užrašytas momentų balansas arba masių centro padėtis	2
2.	Gauta lygtis, siejanti tankius ir kampą α	2
3	Išreikštas tankis ρ_1	2
4	Pateikta priklausomybės $\rho_1(\alpha)$ verčių lentelė ir nubrėžtas grafikas	2
5.	Apskaičiuota kampo vertė atitinkanti tankių santykį $r = 1.34$	2
6.	Netikslumai	-0,5
7.	Pateikta ne pagal turnyro reikalavimus	-1
Didžiausias galimas sprendimo įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius dr. Egidijus Anisimovas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2012 06 11.