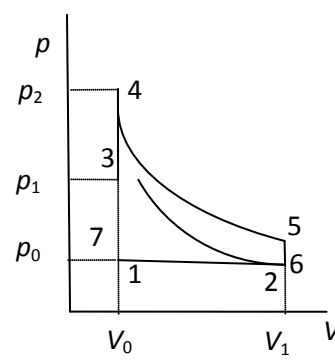


8-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
15-oji užduotis Nr. FT8-15 / 2015 04 28 – 2015 05 25

Sąlyga / FT8-15 ▼

Automobilis, važiuodamas $v = 60$ km/h greičiu horizontaliu keliu, naudoja $m = 5$ kg benzino šimtui kilometrų, tuo metu automobilio keturtaktis keturių cilindrų variklis apsisuka $n = 2000$ kartų per minutę. Benzinas – angliavandenilių mišinys: 84 % masės sudaro anglis, 16 % – vandenilis, vidutinė molio masė $\mu_b = 0,12$ kg. Paveiksle pateikta diagrama, vaizduojanti dujų tūrio ir slėgio kitimą cilindre (kreivosios linijos 2–3 ir 4–5 – adiabatės): $V_0 = 0,05$ l, $V_1 = 0,42$ l, $p_0 = 0,1$ MPa, $p_2 = 2,8$ MPa, aplinkos temperatūra $t_0 = 18$ °C. Laikome, kad orą sudaro deguonis (21 % masės, molio masė $\mu_{O_2} = 0,032$ kg) ir azotas (79 % masės, molio masė $\mu_{N_2} = 0,028$ kg), vidutinė oro molio masė $\mu_o = 0,029$ kg.



- 1) Kokia aukščiausia temperatūra susidaro cilindre?
- 2) Koks yra tokiu ciklu veikiančio automobilio variklio naudingumo koeficientas?

Užduotį parengė mokyklos „Fizikos olimpas“ steigėjų tarybos narys, ilgametis mokyklos direktorius (11 m.) ir šio Fizikos turnyro užduočių parengimo spęsti ir jų sprendimų vertinimo komisijos pirmininkas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2015 04 28.

Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT8-15 ▼

1) Aukščiausia temperatūra T_4 atitinka tašką 4. Automobilis 100 km atstumą 60 km/h greičiu nuvažiuoja per laiką $\tau = 100$ min, o variklio vieno apsisukimo metu degusis mišinys išsiurbiamas į du cilindrus, todėl į cilindrą patekusio benzino masė

$$m_b = \frac{m}{2n\tau}, \quad m_b = \frac{5}{2 \cdot 2000 \cdot 100} = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ kg.}$$

Benzine anglies masė

$$m_c = 0,84m_b, \quad m_c = 0,84 \cdot 1,25 \cdot 10^{-5} = 1,05 \cdot 10^{-5} \text{ kg,}$$

vandenilio masė

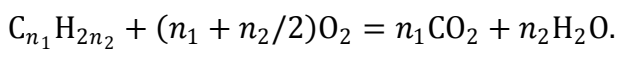
$$m_H = 0,16m_b, \quad m_H = 0,16 \cdot 1,25 \cdot 10^{-5} = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg.}$$

Benzino vidutinė cheminė formulė $C_{n_1}H_{2n_2}$, čia n_1 ir n_2 vidutinės vertės. Kadangi $\mu_b = 0,12$ kg,

$$n_1 = \frac{0,84\mu_b}{\mu_c}, \quad n_1 = \frac{0,84 \cdot 0,12}{0,012} = 8,4,$$

$$n_2 = \frac{0,16\mu_b}{2\mu_H}, \quad n_2 = \frac{0,16 \cdot 0,12}{2 \cdot 0,001} = 9,6.$$

Varikliui veikiant vyksta reakcija (laikome, kad benzinas pilnai sudega)



Iš reakcijos matyti, kad sudegant $n_1\mu_C$ masei anglies sunaudojama $n_1\mu_{O_2}$ masė deguonies ir susidaro $n_1\mu_{CO_2}$ ($\mu_{CO_2} = 0,044$ kg) anglies dvideginio, todėl sudeginti m_C masei anglies deguonies reikia

$$m_{1O_2} = \frac{m_C\mu_{O_2}}{\mu_C}, \quad m_{1O_2} = \frac{1,05 \cdot 10^{-5} \cdot 0,032}{0,012} = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.}$$

Anglies dvideginio susidaro

$$m_{CO_2} = \frac{m_C\mu_{CO_2}}{\mu_C}, \quad m_{CO_2} = \frac{1,05 \cdot 10^{-5} \cdot 0,044}{0,012} = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.}$$

sudegant $n_2\mu_{H_2}$ masei vandenilio sunaudojama $n_2\mu_{O_2}/2$ masė deguonies ir susidaro $n_2\mu_{H_2O}$ ($\mu_{H_2O} = 0,018$ kg) vandens garų, todėl sudeginti m_H masei vandenilio deguonies reikia

$$m_{2O_2} = \frac{m_H\mu_{O_2}}{2\mu_{H_2}}, \quad m_{2O_2} = \frac{2,0 \cdot 10^{-6} \cdot 0,032}{2 \cdot 0,002} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ kg.}$$

Vandens garų susidaro

$$m_{H_2O} = \frac{m_H\mu_{H_2O}}{\mu_{H_2}}, \quad m_{H_2O} = \frac{2,0 \cdot 10^{-6} \cdot 0,018}{0,002} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.}$$

Taškui 2 cilindre atitinka oro (masė m_o , $m_{O_2} = 0,21m_o$, $m_{N_2} = 0,79m_o$) ir benzino garų mišinys, dujų būvio lygtis yra tokia:

$$p_0V_1 = \left(\frac{m_o}{\mu_o} + \frac{m_b}{\mu_b} \right) RT_0.$$

$$m_o = \mu_o \left(\frac{p_0V_1}{RT_0} - \frac{m_b}{\mu_b} \right), \quad m_o = 0,029 \left(\frac{100000 \cdot 0,00042}{8,31 \cdot 291} - \frac{1,25 \cdot 10^{-5}}{0,12} \right) = 0,00050 \text{ kg,}$$

$$m_{O_2} = 0,21m_o, \quad m_{O_2} = 0,21 \cdot 0,00050 = 0,000105 \text{ kg,}$$

$$m_{N_2} = 0,79m_o, \quad m_{N_2} = 0,79 \cdot 0,00050 = 0,000395 \text{ kg.}$$

Benzinui sudegant deguonies sumažėja, taškui 4 atitinka deguonies masė

$$m'_{O_2} = m_{O_2} - m_{1O_2} - m_{2O_2}, \quad m'_{O_2} = 1,05 \cdot 10^{-4} - 2,8 \cdot 10^{-5} - 3,805 \cdot 10^{-5} = 3,9 \cdot 10^{-5} \text{ kg.}$$

Taškui 4 dujų būvio lygtis yra tokia:

$$p_2V_0 = \left(\frac{m'_{O_2}}{\mu_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{\mu_{N_2}} + \frac{m_{CO_2}}{\mu_{CO_2}} + \frac{m_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \right) RT_4,$$

$$T_4 = \frac{p_2V_0}{\left(\frac{m'_{O_2}}{\mu_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{\mu_{N_2}} + \frac{m_{CO_2}}{\mu_{CO_2}} + \frac{m_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \right) R},$$

$$T_4 = \frac{2,8 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{\left(\frac{3,9 \cdot 10^{-5}}{0,032} + \frac{3,95 \cdot 10^{-4}}{0,028} + \frac{3,8 \cdot 10^{-5}}{0,044} + \frac{1,8 \cdot 10^{-5}}{0,018}\right) 8,31} = 980 \text{ K},$$

$$t_4 = 980 - 273 = 707 \text{ }^\circ\text{C}.$$

2) Proceso 1→2 metu atliekamas mažas darbas tik nugalint oro klampumą. Proceso 2→3 metu cilindre dujos suslegiamos veikiant išorinei jėgai, t.y., atliekamas neigiamas darbas A_{23} , o proceso 4→5 dujos plečiasi atlikdamos darbą A_{45} . Proceso 5→6 metu darbas neatliekamas, o proceso 6→7(1) metu atliekamas mažas darbas, todėl naudingumo koeficientas

$$\eta = \frac{A_{45} - A_{23}}{A_{45}}.$$

Kadangi atliekant darbą procesai adiabatiniai, atliekamas darbas lygus proceso pradinės ir galinės vidinės dujų energijos skirtumui:

$$\eta = \frac{E_4 - E_5 - E_3 + E_2}{E_4 - E_5}.$$

Nustatome atskiriems taškams atitinkančias energijas.

$$E_2 = \left(\frac{i_o m_o}{\mu_o} + \frac{i_b m_b}{\mu_b}\right) RT_0.$$

Čia i_o yra oro molekulių laisvės laipsnių skaičius, $i_o = i_2 = 5$, i_b – benzino molekulių laisvės laipsnių skaičius, $i_b = i_3 = 6$.

Adiabatinio proceso metu dujų temperatūra ir tūris susieti sąryšiu $TV^{\gamma-1} = const$, $\gamma = (i + 2)/i$. Todėl proceso 2→3 metu taškui 3 gauname:

$$T_{3o} = T_0 \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\frac{2}{i_2}}, \quad E_{3o} = \frac{i_2 m_o}{\mu_o} RT_0 \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\frac{2}{i_2}},$$

$$T_{3b} = T_0 \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\frac{2}{i_3}}, \quad E_{3b} = \frac{i_3 m_b}{\mu_b} RT_0 \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\frac{2}{i_3}},$$

$$E_3 = E_{3o} + E_{3b} = \left[\frac{i_2 m_o}{\mu_o} \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\frac{2}{i_2}} + \frac{i_3 m_b}{\mu_b} \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\frac{2}{i_3}} \right] RT_0.$$

$$E_3 - E_2 = \left\{ \frac{i_2 m_o}{\mu_o} \left[\left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\frac{2}{i_2}} - 1 \right] + \frac{i_3 m_b}{\mu_b} \left[\left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\frac{2}{i_3}} - 1 \right] \right\} RT_0.$$

$$= \left\{ \frac{5 \cdot 0,00050}{0,029} \left[\left(\frac{0,00042}{0,00005}\right)^{\frac{2}{5}} - 1 \right] + \frac{6 \cdot 1,25 \cdot 10^{-5}}{0,12} \left[\left(\frac{0,00042}{0,00005}\right)^{\frac{2}{6}} - 1 \right] \right\} 8,31 \cdot 291 = 281 \text{ J}.$$

Reikia pažymėti, kad oro ir benzino garų temperatūros adiabatiniame procese kinta nevienodai ($T_{3o} > T_{3b}$), todėl energija proceso metu tarp jų persiskirsto, tačiau visa energija nekinta.

Analogiškai

$$E_4 = \left[\frac{i_{O_2} m'_{O_2}}{\mu_{O_2}} + \frac{i_{N_2} m_{N_2}}{\mu_{N_2}} + \frac{i_{CO_2} m_{CO_2}}{\mu_{CO_2}} + \frac{i_{H_2O} m_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \right] RT_4$$

Čia $i_{O_2} = i_{N_2} = i_2 = 5$, $i_{CO_2} = i_{H_2O} = i_3 = 6$. Todėl

$$E_4 = \left[i_2 \left(\frac{m'_{O_2}}{\mu_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{\mu_{N_2}} \right) + i_3 \left(\frac{m_{CO_2}}{\mu_{CO_2}} + \frac{m_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \right) \right] RT_4.$$

Dujoms adiabatiškai išsiplėtus gauname

$$E_5 = \left[i_2 \left(\frac{m'_{O_2}}{\mu_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{\mu_{N_2}} \right) \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\frac{2}{i_2}} + i_3 \left(\frac{m_{CO_2}}{\mu_{CO_2}} + \frac{m_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \right) \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\frac{2}{i_3}} \right] RT_4.$$

$$E_4 - E_5 = \left\{ i_2 \left(\frac{m'_{O_2}}{\mu_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{\mu_{N_2}} \right) \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\frac{2}{i_2}} \right] + i_3 \left(\frac{m_{CO_2}}{\mu_{CO_2}} + \frac{m_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \right) \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\frac{2}{i_3}} \right] \right\} RT_4,$$

$$E_4 - E_5 =$$

$$= \left\{ 5 \left(\frac{3,9 \cdot 10^{-5}}{0,032} + \frac{3,95 \cdot 10^{-4}}{0,028} \right) \left[1 - \left(\frac{0,00005}{0,00042} \right)^{\frac{2}{5}} \right] + 6 \left(\frac{3,8 \cdot 10^{-5}}{0,044} + \frac{1,8 \cdot 10^{-5}}{0,018} \right) \left[1 - \left(\frac{0,00005}{0,00042} \right)^{\frac{2}{6}} \right] \right\} 8,31 \cdot 980 = 404 \text{ J.}$$

Taigi, ieškomasis naudingumo koeficientas

$$\eta = \frac{404 - 281}{404} = 0,304 = 30,4 \%$$

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2016 04 07.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT8-15 ▼

Sprendusieji nesusidorojo su tuo, kad variklio cilindre susidaro dviatomių (oro) ir daugiaatomių (benzinas, anglies dvideginis, vanduo) dujų mišinys, todėl adiabatės parametras γ joms yra skirtingas. Tiesiogiai taikyti adiabatės lygties negalima, tenka naudoti energijos tvermės dėsnį. Taikant dviatomių dujų konstantą $\gamma = 1,4$ padaroma klaida: jei pradžioje benzino garai sudaro nedidelę mišinio dalį (molių skaičius tėra 0,6%), tai mišiniui sudegus triatomų dujų molių skaičius viršija 10 %).

Sąlygoje pateiktoje diagramoje įsivėlė klaida, atsirado trūkis ties tašku 3.

Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT8-15 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.1	<p>Nustatyta diagramos taškui 4 atitinkanti dujų sudėtis.</p> $m_b = \frac{m}{2n\tau}, \quad m_b = \frac{5}{2 \cdot 2000 \cdot 100} = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ kg.}$ $m_c = 0,84m_b, \quad m_c = 0,84 \cdot 1,25 \cdot 10^{-5} = 1,05 \cdot 10^{-5} \text{ kg,}$ $m_H = 0,16m_b, \quad m_H = 0,16 \cdot 1,25 \cdot 10^{-5} = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ $m_{10_2} = \frac{m_c \mu_{O_2}}{\mu_c}, \quad m_{10_2} = \frac{1,05 \cdot 10^{-5} \cdot 0,032}{0,012} = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.}$ $m_{CO_2} = \frac{m_c \mu_{CO_2}}{\mu_c}, \quad m_{CO_2} = \frac{1,05 \cdot 10^{-5} \cdot 0,044}{0,012} = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.}$ $m_{2O_2} = \frac{m_H \mu_{O_2}}{2\mu_{H_2}}, \quad m_{2O_2} = \frac{2,0 \cdot 10^{-6} \cdot 0,032}{2 \cdot 0,002} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ kg.}$ $m_{H_2O} = \frac{m_H \mu_{H_2O}}{\mu_{H_2}}, \quad m_{H_2O} = \frac{2,0 \cdot 10^{-6} \cdot 0,018}{0,002} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.}$ $m_o = \mu_o \left(\frac{p_0 V_1}{RT_0} - \frac{m_b}{\mu_b} \right), \quad m_o$ $= 0,029 \left(\frac{100000 \cdot 0,00042}{8,31 \cdot 291} - \frac{1,25 \cdot 10^{-5}}{0,12} \right)$ $= 0,00050 \text{ kg,}$ $m_{O_2} = 0,21m_o, \quad m_{O_2} = 0,21 \cdot 0,00050 = 0,000105 \text{ kg,}$ $m_{N_2} = 0,79m_o, \quad m_{N_2} = 0,79 \cdot 0,00050 = 0,000395 \text{ kg.}$ $m'_{O_2} = m_{O_2} - m_{10_2} - m_{2O_2}, \quad m'_{O_2}$ $= 1,05 \cdot 10^{-4} - 2,8 \cdot 10^{-5} - 3,805 \cdot 10^{-5}$ $= 3,9 \cdot 10^{-5} \text{ kg.}$	2
1.2	<p>Nustatyta diagramos taškui 4 atitinkanti dujų temperatūra.</p> $T_4 = \frac{p_2 V_0}{\left(\frac{m'_{O_2}}{\mu_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{\mu_{N_2}} + \frac{m_{CO_2}}{\mu_{CO_2}} + \frac{m_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \right) R}$ $T_4 = \frac{2,8 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{\left(\frac{3,9 \cdot 10^{-5}}{0,032} + \frac{3,95 \cdot 10^{-4}}{0,028} + \frac{3,8 \cdot 10^{-5}}{0,044} + \frac{1,8 \cdot 10^{-5}}{0,018} \right) 8,31}$ $= 980 \text{ K,}$ $t_4 = 980 - 273 = 707 \text{ °C.}$	2
2.1	<p>Nustatytos diagramos taškams 2, 3, 4 ir 5 atitinkančių dujų energijos vertės.</p> $E_2 = \left(\frac{i_o m_o}{\mu_o} + \frac{i_b m_b}{\mu_b} \right) RT_0, \quad .$ $T_{3o} = T_0 \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{\frac{2}{i_2}}, \quad E_{3o} = \frac{i_2 m_o}{\mu_o} RT_0 \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{\frac{2}{i_2}},$ $T_{3b} = T_0 \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{\frac{2}{i_3}}, \quad E_{3b} = \frac{i_3 m_b}{\mu_b} RT_0 \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{\frac{2}{i_3}},$	4

	$E_3 = E_{3o} + E_{3b} = \left[\frac{i_2 m_o}{\mu_o} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{\frac{2}{i_2}} + \frac{i_3 m_b}{\mu_b} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{\frac{2}{i_3}} \right] RT_0.$ $E_3 - E_2 = \left\{ \frac{i_2 m_o}{\mu_o} \left[\left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{\frac{2}{i_2}} - 1 \right] + \frac{i_3 m_b}{\mu_b} \left[\left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{\frac{2}{i_3}} - 1 \right] \right\} RT_0.$ $E_3 - E_2 =$ $= \left\{ \frac{5 \cdot 0,00050}{0,029} \left[\left(\frac{0,00042}{0,00005} \right)^{\frac{2}{5}} - 1 \right] + \frac{6 \cdot 1,25 \cdot 10^{-5}}{0,12} \left[\left(\frac{0,00042}{0,00005} \right)^{\frac{2}{6}} - 1 \right] \right\} 8,31 \cdot 291 =$ $= 281 \text{ J.}$ $E_4 = \left[\frac{i_{O_2} m'_{O_2}}{\mu_{O_2}} + \frac{i_{N_2} m_{N_2}}{\mu_{N_2}} + \frac{i_{CO_2} m_{CO_2}}{\mu_{CO_2}} + \frac{i_{H_2O} m_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \right] RT_4$ $E_5 = \left[i_2 \left(\frac{m'_{O_2}}{\mu_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{\mu_{N_2}} \right) \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\frac{2}{i_2}} + i_3 \left(\frac{m_{CO_2}}{\mu_{CO_2}} + \frac{m_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \right) \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\frac{2}{i_3}} \right] RT_4.$ $E_4 - E_5 = \left\{ i_2 \left(\frac{m'_{O_2}}{\mu_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{\mu_{N_2}} \right) \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\frac{2}{i_2}} \right] + i_3 \left(\frac{m_{CO_2}}{\mu_{CO_2}} + \frac{m_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \right) \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\frac{2}{i_3}} \right] \right\} RT_4,$ $E_4 - E_5 =$ $= \left\{ 5 \left(\frac{3,9 \cdot 10^{-5}}{0,032} + \frac{3,95 \cdot 10^{-4}}{0,028} \right) \left[1 - \left(\frac{0,00005}{0,00042} \right)^{\frac{2}{5}} \right] + 6 \left(\frac{3,8 \cdot 10^{-5}}{0,044} + \frac{1,8 \cdot 10^{-5}}{0,018} \right) \left[1 - \left(\frac{0,00005}{0,00042} \right)^{\frac{2}{6}} \right] \right\} 8,31 \cdot 980 = 404 \text{ J.}$	
2.2	<p>Nustatytas automobilio variklio naudingumo koeficientas.</p> $\eta = \frac{E_4 - E_5 - E_3 + E_2}{E_4 - E_5}.$ $\eta = \frac{404 - 281}{404} = 0,304 = 30,4 \text{ \%}.$	2
	Didžiausias galimas sprendimo įvertinimas.	10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2016 04 07.