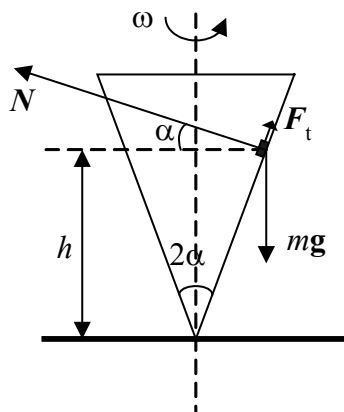


1. Ant vidinio kūgio su viršūnės kampu  $2\alpha$  paviršiaus aukštyje  $h$  norima išlaikyti nedidelį kūną (žiūr. brėž.). Trintis tarp kūno ir paviršiaus nedidelė (trinties koeficientas  $\mu$ ) ir nesisukant kūgiui kūnas slysta. Rasti, kokių kampiniu greičiu  $\omega$  turi sukstis kūgis apie savo simetrijos ašį, kad kūnas išliktų nejudamas kūgio atžvilgiu?



Pagal II Niutono dėsnį

$$\begin{cases} N \cos \alpha - F_t \sin \alpha = m\omega^2 h \operatorname{tg} \alpha, \\ N \sin \alpha + F_t \cos \alpha - mg = 0, \end{cases}$$

čia trinties jėga  $F_t = \mu N$  gali būti nukreipta išilgai paviršiaus aukštyn, kaip parodyta paveikslėlyje, kai  $\omega$  mažas, ir žemyn, kai  $\omega$  didelis.

$$\begin{cases} N(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) = m\omega^2 h \operatorname{tg} \alpha, \\ N(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = mg. \end{cases}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}{h \operatorname{tg} \alpha (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}} = \sqrt{\frac{g(1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)}{h \operatorname{tg} \alpha (\operatorname{tg} \alpha + \mu)}} = \sqrt{\frac{g(\operatorname{ctg} \alpha - \mu)}{h(\operatorname{tg} \alpha + \mu)}}.$$

2. 1 m ilgio vertikalios vamzdelio, kurio abu galai užlydyti, viduryje yra 20 cm ilgio gyvsidabrio (tankis  $13600 \text{ kg/m}^3$ ) stulpelis. Oro slėgis virš gyvsidabrio lygus 100 kPa. Koks bus slėgis šioje vamzdelio dalyje jį apvertus?

Slėgis apatinėje dalyje

$$p_2 = p_1 + \rho gh.$$

Apvertus pagal Boilio-Marioto dėsnį

$$0,4 p_1 = p_1' (0,4 - y),$$

$$0,4 p_2 = p_2' (0,4 + y),$$

kur  $y$  – gyvsidabrio stulpelio poslinkis.

Pusiausvyros sąlyga

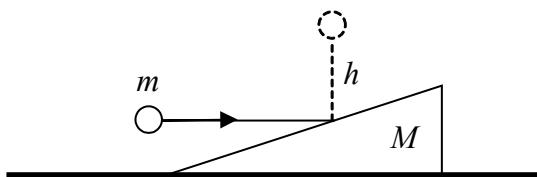
$$p_1' = p_2' + \rho gh,$$

$$\frac{0,4p_1}{0,4-y} = \frac{0,4p_2}{0,4+y} + \rho gh.$$

Iš čia  $y = 9,2$  cm, tai

$$p_1 = \frac{100 \cdot 0,4}{0,4 - 0,092} \approx 129,9 \text{ (kPa)}.$$

**3. Masės  $m$  rutuliukas, judėdamas horizontaliai, atsitrenkia į masės  $M$  ( $m < M$ ) prizmę taip, kad pašoka vertikaliai aukštin į aukštį  $h$ . Tariant, kad visi galimi smūgiai absoliučiai tamprūs, rasti prizmės horizontalųjį greitį, kurį ji įgavo atsitrenkus rutuliukui. Į kokį aukštį pašoka prizmė?**



Pagal impulso ir energijos tvermės dėsnius:

$$Mv_{px} = mv,$$

$$Mv_{py} = m\sqrt{2gh} = M\sqrt{2gH},$$

čia  $H$  – aukštis, į kurį pašoka prizmė.

$$\frac{mv^2}{2} = mgh + \frac{Mv_{px}^2}{2} + MgH.$$

Iš čia

$$v_{px} = \sqrt{2gh \frac{m \left(1 + \frac{m}{M}\right)}{M \left(\frac{M}{m} - 1\right)}}, \quad H = \frac{m^2}{M^2} h.$$

**4. Adiabatinio vyksmo metu  $17^\circ\text{C}$  temperatūros 2 molių dujų dviatomių molekulių vidutinis kvadratinis greitis sumažėjo 1,1 karto. Kiek kartų pakito jų slėgis ir kokį darbą atliko šios dujos?**

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}, \quad \text{tai } T_1 = 1,21T_2.$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}, \quad \frac{p_2}{p_1} = 1,21^{\frac{1,4}{-0,4}} \approx \frac{1}{1,95}.$$

$$A = C_V (T_1 - T_2) = \frac{5}{2} RT_1 \left(1 - \frac{1}{1,21}\right) \approx 2091 \text{ (J)}.$$

5. Rentgeno vamzdyje elektronai (rimties masė lygi  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg) pasiekia 180 Mm/s greitį. Koks yra išsienio spektro mažiausias bangos ilgis? Planko konstanta lygi  $6,62 \cdot 10^{-34}$  J·s.

Pagal energijos tvermės dėsnį

$$\frac{hc}{\lambda_0} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2,$$

iš čia

$$\lambda_0 = \frac{h}{m_0 c \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)}, \quad \lambda_2 = 0,97 \text{ pm.}$$

Užduotis ir jų sprendimus pateikė

**Stasys Tamošiūnas**

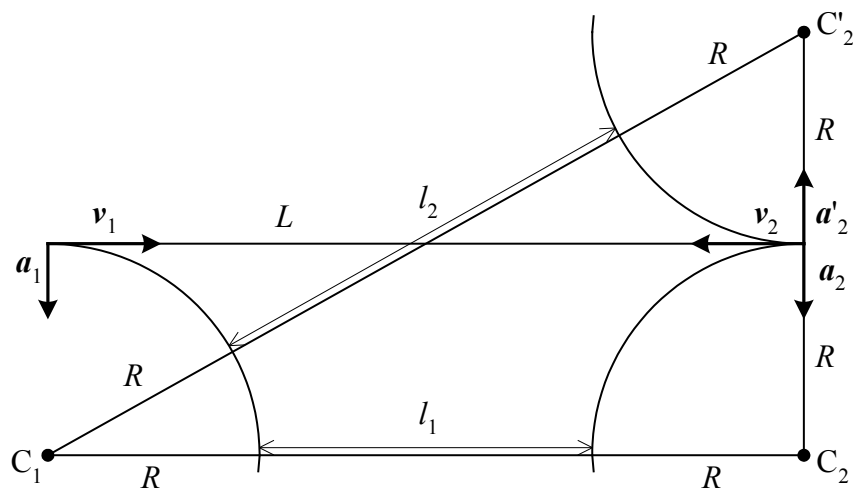
VU FF docentas

2010 03 21

6. Lėktuvai juda vienas prieš kitą tiesia linija vienodais greičiais. Atstumu  $L$  lakūnai pamato vienas kitą ir daro posūkius išlaikydami tą patį greitį ir turėdami vienodus pastovius pagreičius. Kokiu mažiausiu atstumu lėktuvai priartėjo vienas prie kito? Lėktuvų trajektorijos yra vienoje plokštumoje.

Duota:  $L$ ,  $v_2 = v_1 = v$ ,  $a_1 = a_2 = a$ .

Rasti:  $l$ .



Kai pasuka į tą pačią pusę:  $l_1 = L - 2R$ , čia  $R = \frac{v^2}{a}$ .

$L > 2R + d$ , čia  $d$  – lėktuvo matmuo (atstumas tarp sparnų galų).

Pasukus į priešingas puses:  $l_2 = \sqrt{L^2 + 4R^2} - 2R$ , čia  $l_2 > d$ .

**7. Tuščiaaviduris plonasienis ritinys, kurio spindulys  $r = 3$  cm, o masė  $m = 50$  g, padedamas ant nuožulniosios plokštumos, kurios ilgis  $l = 75$  cm, o pasvirimo kampas  $\alpha = 30^\circ$ , ir paleidžiamas. Kokia bus ritinio kinetinė energija jam pasiekus nuožulniosios plokštumos pabaigą? Trinties koeficientas tarp ritinio ir plokštumos paviršių  $\mu = 0,2$ .**

Pagal II Niutono dėsnį

$$\left. \begin{aligned} g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) &= ma \\ \mu mg \cos \alpha \cdot r &= mr^2 \beta \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{a}{\beta r} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\mu} - 1, \quad \frac{a}{\beta r} = \frac{\operatorname{tg} 30^\circ}{0,2} - 1 \approx 1,89,$$

tai cilindras praslysta.

$$E_k = \frac{m}{2}(at)^2 + \frac{I}{2}(\beta t)^2 = \frac{mgl}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha} [(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)^2 + \mu^2 \cos^2 \alpha], \quad E_k = 0,15 \text{ J.}$$

**8. Vėlyvą rudens vakarą sodo namelyje užgesus elektrai (dėl avarijos tinkle) vienuoliktokė Ievutė surado keletą 8 V ir 20 W vardinės įtampos bei galios lempučių ir 40 m izoliuoto 1,4 mm diametro aliuminio laido (savitoji varža  $2,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ). Ievutė laidą padalino pusiau ir prie tų dalių prijungė lemputę. Tokią savo sudarytą elektrinę grandinę prijungė prie kieme stovėjusio automobilio akumulatoriaus, kurio elektrovara 12 V (vidaus varža nykstamai maža). Lemputė perdegė. Tuomet Ievutė sujungė 2 lemputes ir jas prijungė prie akumulatoriaus. Lemputė vėl perdegė. Galiausiai Ievutė sujungė 3 lemputes ir keletą valandų apsišvietė savo darbo stalą. Kaip (nuosekliai ar lygiagrečiai) Ievutė jungė lemputes? Koks buvo lempučių įtampos pokytis po kiekvieno jungimo?**

$$\text{Lempučių varža } R_L = \frac{U^2}{P}, \quad R_L = 3,2 \text{ } (\Omega).$$

$$\text{Laido varža } R_1 = \rho \frac{l}{\pi \frac{d^2}{4}}, \quad R_1 \approx 0,73 \text{ } (\Omega).$$

Sujungus vieną lemputę ji perdega:

$$I_1 = \frac{U_a}{R_1 + R_L}, \quad I_1 \approx 3 \text{ A} > 2,5 \text{ A.}$$

Sujungus antrą nuosekliai ar lygiagrečiai pirmajai:

$$I_1' = \frac{U_a}{R_1 + 2R_L}, \quad I_1' \approx 2,8 \text{ A} > 2,5 \text{ A.}$$

$$I_1'' = \frac{1}{2} \frac{U_a}{R_1 + \frac{R_L}{2}}, I_1'' \approx 2,58 \text{ A} > 2,5 \text{ A}.$$

Sujungus tris lemputes nuosekliai jos neperdegs, bet švies silpnai, o sujungus lygiagrečiai irgi neperdegs

$$I_1''' = \frac{1}{3} \frac{U_a}{R_1 + \frac{R_L}{3}}, I_1''' \approx 2,2 \text{ A} < 2,5 \text{ A},$$

jų kiekvienos galia

$$P_1' = I_1'''^2 R_L, P_1' = 2,2^2 \cdot 3,2 \approx 15,5 \text{ W} < 20 \text{ W},$$

jos švies vienodai ir pakankamai apšvies stalą.

Užduotis ir jų sprendimus pateikė

**Milda Tamošiūnaitė**

VU FF M1 studentė

2010 03 21