

Užduotys ir jų sprendimai

1. Mažas kubelis pasislenka tiesiai taip, kad jo pagreitis per 10 s tolygiai padidėja iki  $5 \text{ m/s}^2$ . Kiek pasislenka kubelis per paskutiniąsias 5 s? (Užduotis I ir II kursams, pateikė S. Tamošiūnas).

Pagreičio priklausomybė nuo laiko  $a = t / 2$ , tai greitis

$$v = \int a dt = \frac{1}{2} \int t dt = \frac{t^2}{4},$$

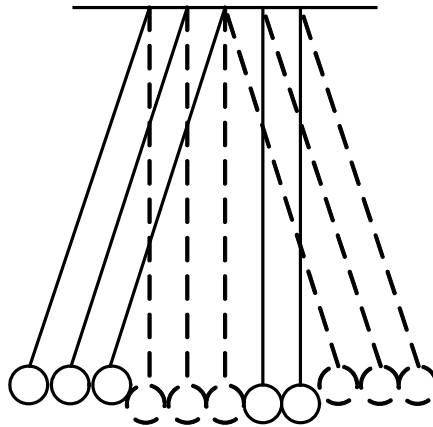
o poslinkis

$$s = \int v dt = \frac{1}{4} \int t^2 dt = \frac{t^3}{12}.$$

$$s_2 = s - s_1 = \frac{t^3}{12} - \frac{t_1^3}{12} = \frac{7t^3}{96}, \text{ nes } t_1 = \frac{t}{2}.$$

$$s_2 = \frac{7 \cdot 10^3}{96} \approx 72,9 \text{ (m)}.$$

2. Ant siūlų viename lygyje vienoje linijoje pakabinti penki vienodi tamprūs rutuliukai, kurie liečiasi paėiliui. Tris iš jų kraštinius atlenkė vienodu kampu ir paleido smūgiui su dviem kitais. Įrodykite, kad tuo pačiu kampu atsilenks vėl trys rutuliukai. Pateikite paveikslėlį. (Užduotis I kursui, pateikė M. Tamošiūnaitė).



Pagal impulso tvermės dėsnį

$$N_1 m v_1 = N_2 m v_2, \text{ kur } N_1 = 3.$$

Iš čia

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Pagal energijos tvermės dėsnį

$$N_1 \frac{m v_1^2}{2} = N_2 \frac{m v_2^2}{2},$$

o iš čia

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{v_1^2}{v_2^2}.$$

Gauname, kad

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{N_2^2}{N_1^2},$$

o tai įmanoma tik kai  $N_2 = N_1$ .

- 3. Kokios masės plonasienį cilindą gulsčiai paridenus 2 m/s greičiu iki stačios sienos jo greitis po smūgio sumažėja 2 kartus ir išsiskiria 300 mJ šilumos? (Užduotis I ir II kursams, pateikė S. Tamošiūnas).**

Cilindro kinetinė energija prieš smūgį

$$E_{k1} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{I\omega_1^2}{2} = mv_1^2,$$

nes kampinis greitis  $\omega_1 = \frac{v_1}{R}$ , o inercijos momentas  $I = mR^2$ , čia  $R$  - spindulys.

Po smūgio

$$E_{k2} = mv_2^2.$$

Pagal energijos tvermės dėsnį

$$Q = E_{k1} - E_{k2} = m(v_1^2 - v_2^2) = \frac{3mv_1^2}{4},$$

nes  $v_2 = \frac{v_1}{2}$ .

$$m = \frac{4Q}{3v_1^2}, \quad m = \frac{4 \cdot 0,3}{3 \cdot 2^2} = 0,1 \text{ (kg)}.$$

- 4. Du vienodi pilnaviduriai rutuliai liečiasi vienas su kitu. Kuria dalimi (procentais) pakistų jų tarpusavio gravitacinės sąveikos potencinė energija, jei jie būtų dvigubai sunkesni? (Užduotis III kursui, pateikė S. Tamošiūnas).**

$$n = \frac{m_2}{m_1} = \frac{d_2^3}{d_1^3},$$

čia  $n = 2$ , o  $d_2$  ir  $d_1$  - rutulių skersmenys.

Potencinė energija yra tiesiai proporcinga rutulių masių sandaugai ir atvirkščiai proporcinga atstumui tarp jų centrų, tai

$$\frac{E_{p2}}{E_{p1}} = \frac{m_2^2 d_1}{d_2 m_1^2} = \frac{n^2}{\sqrt[3]{n}} = n^{\frac{5}{3}}.$$

Santykinis pokytis

$$\frac{\Delta E_p}{E_{p1}} = \frac{E_{p2}}{E_{p1}} - 1 = n^{\frac{5}{3}} - 1,$$

$$\frac{\Delta E_p}{E_{p1}} = 2^{\frac{5}{3}} - 1 \approx 2,18 = 218 \text{ \%}.$$

5. Vandeniui tekant gulsčiu vamzdžiu iš skerspjuvio, kur slėgis lygus 20 kPa, į dvigubai mažesnio slėgio skerspjuvį įveikiant trintį buvo atliktas 10 kJ darbas. Kokia vandens masė pratekėjo? (Užduotis II kursui, pateikė M. Tamošiūnaitė).

$$A = (p_1 - p_2)V = \frac{p_1 m}{2\rho},$$

nes  $p_2 = \frac{p_1}{2}$ , o vandens tūris  $V = \frac{m}{\rho}$ .

$$m = \frac{2\rho A}{p_1}, m = \frac{2 \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^4} = 1 \text{ (t)}.$$

6. Tekančio skysčio sluoksnių lietimosi plotas lygus 20 cm<sup>2</sup>, o dinaminės klamos koeficientas lygus 1 mPa·s. Kokio dydžio yra greičio gradientas, jei atsiranda 0,4 mN trinties jėga? (Užduotis III kursui, pateikė M. Tamošiūnaitė).

Vidinės trinties jėga

$$F = \eta \left| \frac{dv}{dx} \right| S,$$

iš čia gradientas

$$\left| \frac{dv}{dx} \right| = \frac{F}{\eta S}, \left| \frac{dv}{dx} \right| = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 200 \text{ (s}^{-1}\text{)}.$$

7. Inde esančių visų azoto molekulių sukamojo judėjimo kinetinė energija normaliomis sąlygomis lygi 81 J. Koks indo tūris? (Užduotis II ir III kursams, pateikė S. Tamošiūnas).

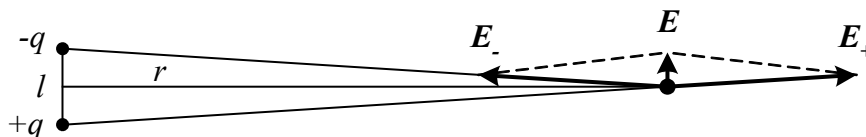
Sukamojo judėjimo energija

$$E_s = i_s \frac{kT}{2} \nu N_A = \frac{i_s RTV}{2V_\mu},$$

čia dviatomei molekulei  $i_s = 2$ ,  $R = kN_A$ , o normaliomis sąlygomis  $V_\mu = 22,4$  l/mol.

$$V = \frac{2E_s V_\mu}{i_s RT}, V = \frac{2 \cdot 81 \cdot 22,4}{2 \cdot 8,31 \cdot 273} \approx 0,8 \text{ (l)}.$$

8. 25 cm atstumu nuo elektrinio dipolio centro statmenyje dipolio ašiai sukurtas 290 V/m stiprio elektrinis laukas. Reikia įvertinti dipolio elektrinį momentą.  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m. (Užduotis II ir III kursams, pateikė S. Tamošiūnas).



Taškinio krūvio elektrinio lauko stipris

$$E_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left( r^2 + \frac{l^2}{4} \right)} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \text{ nes } r \gg l.$$

Iš panašių trikampių

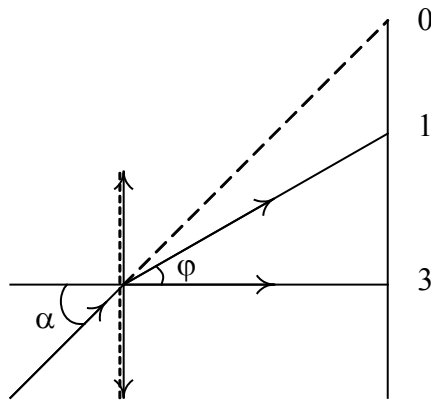
$$E = E_+ \frac{l}{r},$$

tai elektrinis momentas

$$p = ql = 4\pi\epsilon_0 r^3 E,$$

$$p = 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} (0,25)^3 \cdot 290 \approx 0,5 \text{ (nC}\cdot\text{m)}.$$

9. 600 nm bangos ilgio šviesa  $45^\circ$  kampu krinta į difrakcinę gardelę, kurios rėžių skaičių 1 milimetre reikia rasti, jei 3-iosios eilės maksimumas yra glaudžiamojo lęšio pagrindinėje optinėje ašyje, o 1-osios eilės maksimumas stebimas šalutinėje ašyje  $30^\circ$  kampu. Pateikite brėžinį. (Užduotis III kursui, pateikė S. Tamošiūnas).



Difrakcijos maksimumų sąlyga

$$\frac{l}{N_1} \sin \alpha = 3\lambda,$$

$$\frac{l}{N_2} \sin \varphi = 2\lambda.$$

Įrašę duomenis be galimų paklaidų gautume  $N_2 > N_1$  ir teoriškai teigtume, kad nėra tokios gardelės. Deja, pagal J.V.Getės „Faustą” teorija yra sausa šaka, o gyvenimo vaisingas medis žydi!

Tarkime, kad  $N_1 \approx N_2 \approx N$ . Tada  $\sin \alpha \approx \frac{2}{3} \sin \varphi$  tik tada, kai kampai labai maži, tuo tarpu pagal duomenis palyginti dideliems kampams  $\alpha = \frac{3}{2} \varphi$ , tačiau, įvertinę bent  $1^\circ$  paklaidas (tarkime,  $\alpha = 46^\circ$ ,  $\varphi = 29^\circ$ ), gautume žymiai artimesnes tarpusavyje  $N_1$  ir  $N_2$  vertes. Įskaitę dar galimas šviesos bangos ilgio nustatymo paklaidas galėtume teigti, kad eksperimentas buvo atliktas su standartine  $N = 400$  rėžių milimetre difrakcine gardele.

Pastaba: Šis tekstas interneto svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) skelbiamas nuo 2010 02 10.