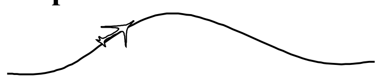
IX atvirojo fizikos čempionato (2008 06 19) užduotys ir sprendimai

Mokyklos „Fizikos olimpas” 2008-2009 m.m. vasaros sesija.

1. Prieš pradedant kosminius skrydžius nesvarumo poveikis buvo tiriamas panaudojant aviaciją: lėktuvas skrisdamas daro „kalnelį“ taip parinkdamas trajektoriją ir greitį, kad lėktuve susidaro nesvarumas. Sakykim, kad lėktuvas pradeda daryti „kalnelį“ skrisdamas 720 km/h greičiu 5 km aukštyje virš Žemės paviršiaus kildamas aukštyn 30° kampu ir baigia pasiekęs 3 km aukštį. Kokį didžiausią aukštį lėktuvas pasiekia? Kaip kinta lėktuvo greitis ir pagreitis? Kiek laiko lėktuve tęsiasi nesvarumas?



Sprendimas

Lėktuvas turi skristi kaip kampu α=30° į horizontą mestas kūnas sparnus ir vairus naudodamas tik padėčiai išlaikyti, o variklio trauką – oro pasipriešinimui kompensuoti. Greičio pradinė vertikalioji komponentė $v_v=v_0 \sin\alpha$, v_v=100 m/s, horizontalioji komponentė $v_h=v_0 \cos\alpha$, v_v=173 m/s.

1) Pakilimo aukštis virš pradinio lygio $h = v_v^2 / 2g,\ h = 510\,\text{m}$, todėl $h_{\max} = h_0 + h,\ h_{\max} = 5510\,\text{m}$, kilimo laikas $t_1 = v_v / g,\ t_1 = 10{,}2\,\text{s}$.

2) Lėktuvui kylant jo greičio vertikalioji komponentė mažėja ir aukščiausiame pakilimo taške virsta nuliu, o horizontalioji komponentė nekinta. Leidžiantis lėktuvo greičio vertikalioji komponentė didėja, žemiausiame taške ji įgyja vertę $v'_v = \sqrt{2g(h_{\max} - h_{\min})},\ v'_v = 222\,\text{m/s}$, leidimosi laikas . Taigi, greitis kinta taip: v=200 m/s → 173 m/s →281 m/s, o leidimosi laikas yra $t_2 = v'_v / g,\ t_2 = 22{,}6\,\text{s}$. Pradžioje greitis nukreiptas 30° kampu į viršų, aukščiausiame taške greitis nukreiptas horizontaliai, o žemiausiame taške jis nukreiptas 38° kampu į apačią. Lėktuvo pagreitis visą laiką nukreiptas vertikaliai žemyn, yra pastovus ir lygus g=9,81 m/s^2.

3) Nesvarumo trukmės laikas $t = t_1 + t_2,\ t = 32{,}8\,\text{s}$.

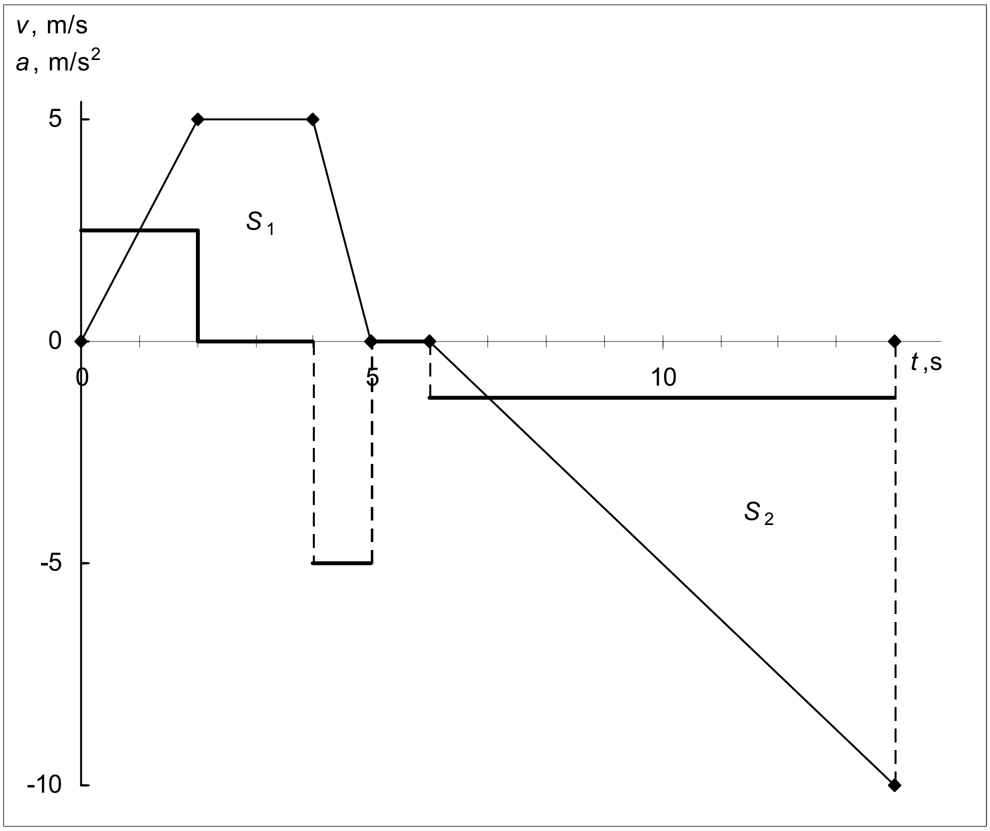
Užduotį ir aiškinamąjį sprendimą parengė prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis

2. Tolygiai greitėjančiai pradėjusio judėti kūno greitis per 2 sekundes padidėjo iki 5 m/s, po to dar 2 sekundes tas kūnas judėjo tolygiai, o po 5 sekundžių nuo judėjimo pradžios jis sustojo. Dar po sekundės pajudėjo priešinga kryptimi dukart mažesniu nei iš pradžių pagreičiu ir pasiekė 10 m/s greitį. Kokie yra kūno nueitas kelias ir poslinkis? Nubrėžkite, kaip jo pagreitis priklauso nuo laiko.

Sprendimas

Iš kūno greičio priklausomybės nuo laiko grafiko randami kūno nueitas kelias ir poslinkis.

t, s	2	4	5	6	14
v, m/s	5	5	0	0	-10



Kūno nueitas kelias lygus plotų, kuriuos apriboja greičio grafikas ir laiko ašis, sumai:

$$S = \frac{5+2}{2} \cdot 5 + \frac{8 \cdot 10}{2} = 57{,}5 \text{ (m)},$$

o poslinkio modulis – plotų S_2 ir S_1 skirtumui:

$$S' = \frac{8 \cdot 10}{2} - \frac{5+2}{2} \cdot 5 = 22{,}5 \text{ (m)}.$$

Tame pačiame brėžinyje patogu parodyti ir pagreičio projekcijos į pasirinktą koordinačių ašį priklausomybę nuo laiko.

t, s	0-2	2-4	4-5	5-6	6-14
a, m/s^2	2,5	0	-5	0	-1,25

Užduotį ir aiškinamąjį sprendimą parengė VU Fizikos fakulteto III kurso studentė Milda Tamošiūnaitė.

3. Švytuoklinis laikrodis yra lifte, kylančiame aukštyn 2 m/s^2 pagreičiu. Kiek šis laikrodis skuba per minutę? g = 10 m/s^2.

Sprendimas

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, tada kylančiame lifte $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$.

Svyravimų skaičius $N_0 = \frac{\tau}{T_0}$, o kylant $N = \frac{\tau}{T}$, tada $\Delta N = N - N_0$, o $\Delta t = (N - N_0)T_0 = \tau\left(\sqrt{1+\frac{a}{g}} - 1\right)$, $\Delta t = 60\left(\sqrt{1{,}2} - 1\right) \approx 5{,}7$ (s).

Užduotį ir aiškinamąjį sprendimą parengė VU Fizikos fakulteto III kurso studentė Milda Tamošiūnaitė.

4. 12 kg masės triratuku važiuoja Marytė, kurios masė triskart didesnė nei triratuko masė. Triratuko padangose yra oro, kurio slėgis 0,1 MPa viršija atmosferos slėgį *p* (*p*=0,1 MPa). Įvertinkite ratuko atramos į žemę plotą.

Sprendimas

$m_1 = 3$ m, tai $P = (m + m_1)g = 4mg$, o vienam ratukui tenka $P_1 = \frac{P}{3}$, tada $S = \frac{P_1}{\Delta p} = \frac{4mg}{3\Delta p}$, $S \approx 16$ cm^2.

Užduotį ir aiškinamąjį sprendimą parengė VU Fizikos fakulteto III kurso studentė Milda Tamošiūnaitė.

5. Du vienodos pradinės temperatūros švininiai (tankis 11,3 g/cm^3) rutuliukai, kurių masių santykis 2:5, judėję vienas prieš kitą atitinkamai 100 m/s ir 200 m/s greičiais, netampriai susiduria. Įvertinkite kiek pakito jų temperatūra. Švino savitoji šiluma 130 J/(kg·K).

Sprendimas

$m_2 = 2{,}5$ m, $v_1 = 100$ m/s, $v_2 = 200$ m/s.

Pagal impulso tvermės dėsnį $-mv_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)\cdot v$, $v = \frac{2{,}5v_2 - v_1}{3{,}5} = 114{,}3$ (m/s).

Pagal energijos tvermės dėsnį $\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + c(m_1 + m_2)\Delta t$, tada $\Delta t = \frac{v_1^2 + 2{,}5v_2^2 - 3{,}5v^2}{7c} \approx 70{,}6$ (°C).

Užduotį ir aiškinamąjį sprendimą parengė VU Fizikos fakulteto III kurso studentė Milda Tamošiūnaitė.

6. Dviatomėms dujoms suteikus 1 kJ šilumos kiekį, jos plėtėsi esant pastoviam 100 kPa slėgiui. Kiek pakito jų vidinė energija?

Sprendimas

Pagal I-ąjį termodinamikos dėsnį: $Q = \frac{5}{2}\frac{m}{M}R\Delta T + \frac{m}{M}R\Delta T = 3{,}5\frac{m}{M}R\Delta T$,
kur m – dujų masė, o M – jų molinė masė, R – universalioji dujų konstanta.

Vidinės energijos pokytis $\Delta U = \frac{5}{7}Q \approx 714{,}3$ (J).

Užduotį ir aiškinamąjį sprendimą parengė VU Fizikos fakulteto III kurso studentė Milda Tamošiūnaitė.

7. Kambarys šildomas šildytuvu, kurio temperatūra lygi 70°C. Jei lauke yra –10°C šalčio, tai kambaryje tuo metu yra 18°C šilumos. Kokia temperatūra kambaryje, jei lauke atšalo iki –20°C?

Sprendimas

Šildytuvo kambariui ir kambario laukui perduoti šilumos kiekiai yra vienodi ir proporcingi temperatūrų skirtumams:

$$\left.\begin{aligned} \alpha(70-18) &= \beta(18+10), \\ \alpha(70-t) &= \beta(t+20), \end{aligned}\right\}$$

kur α ir β - atitinkami koeficientai.

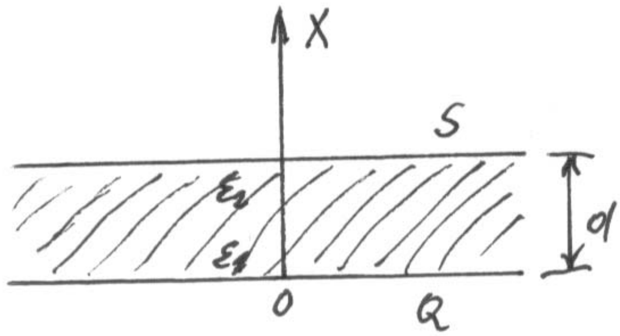
Iš čia $t = 11{,}5$ °C.

Užduotį ir aiškinamąjį sprendimą parengė VU Fizikos fakulteto III kurso studentė Milda Tamošiūnaitė.

8.Tarpas tarp plokščiojo kondensatoriaus plokštelių užpildytas izotropiniu dielektriku, kurio dielektrinė skvarba einant nuo vienos plokštelės link kitos tiesiškai kinta nuo ε_1 iki ε_2 ($\varepsilon_1<\varepsilon_2$). Kondensatoriaus plokštelių plotas *S*, atstumas tarp plokštelių *d*. Raskite kondensatoriaus talpą.

Sprendimas

Pasidarome sąlygoje nurodytos užduoties paveikslą (schemą).



Ašį OX nukreipkime aukštyn, o koordinačių pradžią sutapatinkime su apatine kondensatoriaus plokštele. Kadangi dielektrinė skvarba kinta tiesiškai, tai

$$\varepsilon = a + bx,$$

(konstantos a ir b nustatomos iš kraštinių sąlygų ($\varepsilon = \varepsilon_1$, *kai* $x = 0$, $\varepsilon = \varepsilon_2$, *kai* $x = d$), t.y. $a = \varepsilon_1$; $b = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/d$.

Todėl $\varepsilon = \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)x/d$.

Apatinei plokštelei suteikime krūvį Q ir naudodamiesi Gauso taisykle raskime elektrinio lauko kondensatoriuje stiprį:

$$E = Q/\varepsilon\varepsilon_0 S = Q/\varepsilon_0(a + bx)S.$$

Po išraiškos $E = d\varphi/dx$ suintegravimo (rėžyje nuo 0 iki d)

t.y. $d\varphi = \mathrm{Q}dx/(\varepsilon_0 S(a+bx)$

randame:

$$\varphi = Q\cdot ln[1 + (b\cdot d)/a]/\varepsilon_0 Sb.$$

Todėl kondensatoriaus talpa

$$C = Q/\varphi = \varepsilon_0 S(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/d\cdot ln(\varepsilon_2/\varepsilon_1).$$

Užduotį ir aiškinamąjį sprendimą parengė VU Fizikos fakulteto Puslaidininkių fizikos katedros doc. Aloyzas Pranas Žindulis.

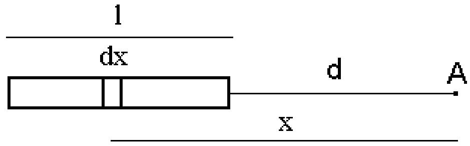
9. Plonas strypas, kurio ilgis l=1,4 m, tolygiai įelektrintas krūviu Q =10^{-12} C.

1) Raskite elektrinio lauko potencialą taške A, esančiame vienoje tiesėje su strypu ir nutolusiame nuo strypo galo d=1,5 m atstumu.

2) Raskite jėgą, kuria veikiamas taške A patalpintas krūvis q=10^{-12} C. Terpė – vakuumas.

Sprendimas

Pirmiausia pasidarome paveikslą (schemą):



Kadangi krūvis ne taškinis, naudojame diferencijavimo – integravimo metodą. Strypą padalijame atkarpomis taip, kad kiekvienos iš jų krūvį galėtume laikyti taškiniu. Nagrinėjame atkarpą dx, nutolusią nuo taško A atstumu x. Jos krūvis dQ = (Q/l)dx.Šis krūvis kūria elektrinį lauką, kurio potencialas taške A išskaičiuojamas pagal formulę:

$$d\varphi = dQ/4\pi\varepsilon_0 x.$$

Kadangi $dQ = (Q/l)dx$

tai

$$d\varphi = (Q/4\pi\varepsilon_0 l)(dx/x).$$

Toliau susumuojame potencialus, kuriuos kūria visi elementarūs krūviai, į kuriuos buvo suskirstytas krūvis Q. Integravimo kintamasis x kinta nuo d = 1 m iki (d + l) m.Integruodami šiame rėžyje paskutiniąją išraišką pagal x gauname

$$\varphi = (Q/4\pi\varepsilon_0 l)\cdot ln[1+(l/d)].$$

Įstatę skaitines dydžių vertes, gauname:

φ_1= 7,6 $\cdot 10^{-3}$ V (kai taškas A nutolęs 1.5 m atstumu nuo dešiniojo strypo galo)'

φ_2 = 2,5 $\cdot 10^{-2}$ V (kai taškas A nutolęs 1,5 m atstumu nuo kairiojo strypo galo).

Analogiškai randama ir jėga, veikianti taške A patalpintą krūvį.

Pagal Kulono dėsnį

$$dF = (1/4\,\pi\varepsilon_0)\, dQq/x^2 = (1/4\,\pi\varepsilon_0)\ [(Qq)/l]\ (dx/x^2)$$

Taigi

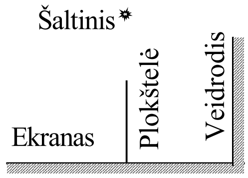
$$F = (1/4\pi\varepsilon_0)\ [(Qq)/l] \int_{d}^{l+d} (dx/x^2) = (Qq/4\pi\varepsilon_0 l)(1/d - 1/d+l)$$

Įstačius skaitines dydžių vertes, gauname:

$$F_1 = 1{,}98 \cdot 10^{-15}\ \text{N},\ F_2 = 5{,}9 \cdot 10^{-14}\ \text{N}.$$

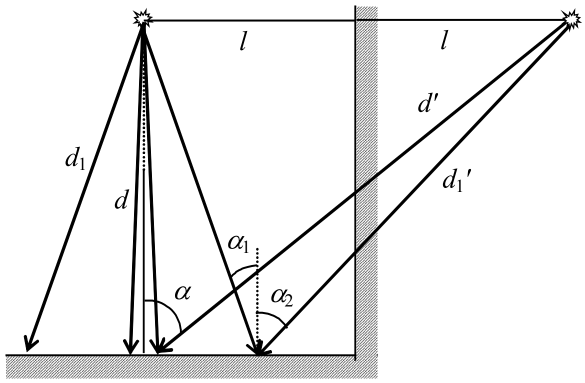
(Ataskaitos sistema atitinka potencialo skaičiavimo tuose taškuose sąlygas).

Užduotį ir aiškinamąjį sprendimą parengė VU Fizikos fakulteto Puslaidininkių fizikos katedros doc. Aloyzas Pranas Žindulis.



10. Statmena ekranui plona neskaidri plokštelė dalina jį į dvi dalis. 50 cm atstumu nuo plokštelės patalpintas jai lygiagretus veidrodis. Ties plokštele 1 m atstumu nuo ekrano patalpintas taškinis šviesos šaltinis. Koks yra ekrano apšviestumų santykis skirtingose plokštelės pusėse prie pat plokštelės ir 25 cm atstumu nuo plokštelės? Koks yra plokštelės apšviestumų prie pat ekrano ir 25 cm atstumu nuo ekrano santykis su ekrano apšviestumu kairėje plokštelės pusėje prie pat plokštelės? Taškinio šaltinio sukuriamą ekrano apšviestumą išreiškia formulė $E = I\cos\alpha / r^2$, čia *I* – šaltinio šviesos stipris, α – šviesos kritimo į ekraną kampas, *r* – atstumas nuo šaltinio iki ekrano.

Sprendimas



Laikome, kad veidrodis pilnai atspindi šviesą. Tada veidrodyje susidaro šviesos šaltinio atvaizdas, simetriškas pačiam šaltiniui.

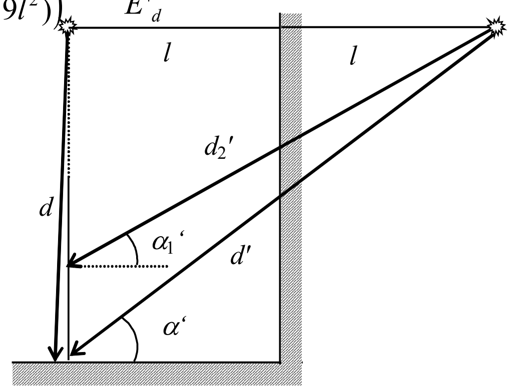
1) Prie pat plokštelės apšviestumų santykis

$$\frac{E_k}{E_d} = \frac{1/d^2}{1/d^2 + \cos\alpha / d'^2} = \frac{1}{1 + 1/\left(1 + 4l^2/d^2\right)^{3/2}},$$

$$\frac{E_k}{E_d} = 0{,}739,$$

25 cm atstumu nuo plokštelės apšviestumų santykis

$$\frac{E'_k}{E'_d} = \frac{\cos\alpha_1 / d_1^2}{\cos\alpha_1 / d_1^2 + \cos\alpha_2 / d_1'^2} = \frac{1}{1 + 1/\left((4d^2 + l^2)/(4d^2 + 9l^2)\right)^{3/2}}, \quad \frac{E'_k}{E'_d} = 0{,}359.$$



2) Kairės plokštelės pusės apšviestumas lygus nuliui. Dešinės pusės apšviestumo prie ekrano santykis su ekrano apšviestumu kairėje pusėje yra

$$\frac{E_p}{E_k} = \frac{\cos\alpha' / d'^2}{1/d^2} = \frac{2l}{d\left(1 + 4l^2/d^2\right)^{3/2}}, \quad \frac{E_p}{E_k} = 0{,}354,$$

O 25 cm atstumu nuo ekrano

$$\frac{E'_p}{E_k} = \frac{\cos\alpha_1' / d_2'^2}{1/d^2} = \frac{2l}{d\left(9/16 + 4l^2/d^2\right)^{3/2}}, \quad \frac{E'_p}{E_k} = 0{,}512.$$

Užduotį ir aiškinamąjį sprendimą parengė prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis