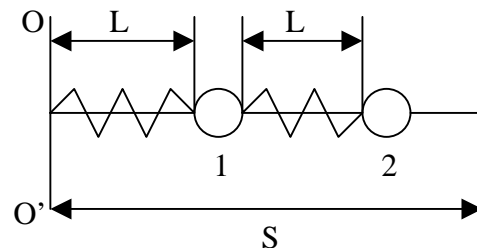


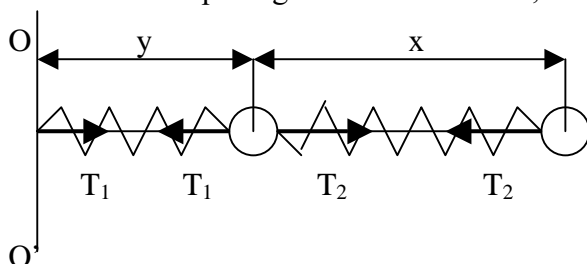
III Lietuvos jaunujų fizikų čempionatas

1. Du vienodi rutuliukai, kurių masės $M = 100 \text{ g}$ gali be trinties slankioti išilgai strypo, kurio ilgis $S = 1 \text{ m}$ (žr. pav.). Rutuliukai tarpusavyje sujungti dviem vienodomis spyruoklėmis, kurių pradiniai ilgiai $L = 30 \text{ cm}$ ir standumo koeficientai $k = 3 \text{ N/m}$. Strypas sukamas horizontalioje plokštumoje aplink ašį OO' . Kokių didžiausių kampiniu greičiu ω galime sukėti strypą, kad antrasis rutuliukas nuo jo nenusmuktų?



Sprendimas

Didžiausias kampinis greitis ω bus tuomet, kai toliau nuo ašies OO' esantis rutuliukas bus ties pačiu strypo galu (žr. pav.). Spyruoklių ilgius ir standumo jėgas pažymėkime atitinkamai y ir x , T_1 ir T_2 . Tuomet:



$$x + y = S \quad (1)$$

Huko dėsnis:

$$T_1 = k(y - L), \quad T_2 = k(x - L).$$

(2)

Artimesniam rutuliukui įcentrinį pagreitį $\omega^2 y$ suteikia jėga $T_1 - T_2$ t.y.

$$M\omega^2 y = T_1 - T_2. \quad (3)$$

Tolimesniam rutuliukui analogiškai

$$M\omega^2 (y + x) = T_2. \quad (4)$$

Iš (1) – (4):

$$M^2 S \omega^4 + Mk(L - 3S)\omega^2 + k^2(S - 2L) = 0.$$

Įstačius skaitines vertes:

$$\omega^4 - 81\omega^2 + 360 = 0.$$

Išsprendus šią bikvadratinę lygtį:

$$\omega_1^2 = 4,7s^{-2}, \quad \omega_2^2 = 76,3s^{-2};$$

$$\omega_1 = \pm 2,2s^{-1}, \quad \omega_2 = \pm 8,7s^{-1}.$$

Ženklas „ \pm “ reiškia, kad galimos dvi strypo sukimosi kryptys. Dabar pažiūrėkime kur bus pirmasis rutuliukas. Iš (1), (2) ir (4):

$$y = \left(1 - M \frac{\omega^2}{k}\right)S - L;$$

$$y \approx 0,54m, \quad \text{kai } \omega = \omega_1;$$

$$y \approx -1,84m, \quad \text{kai } \omega = \omega_2.$$

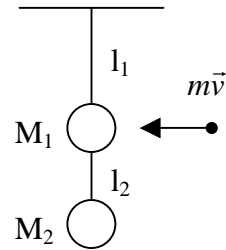
Kai y mažesnis už nulį, pirmasis rutuliukas atsiduria kitoje, nei strypas, sukimosi ašies pusėje. Tai prieštarauja sąlygai, todėl ω_2 reikšmę atmetame.

2. Įvertinkite automobilio atramos į žemę plotą (oro slėgis padangose 170 kPa).

Sprendimas

Automobilis remiasi į žemę padangomis. Pažymėkime visų jų lietimosi su žeme bendrą plotą S . Automobilio padangas jų lietimosi su žeme vietoje veikia dvi priešingų kryptių jėgos: oro slėgio padangoje jėga $F = pS$ – žemyn, ir žemės reakcijos jėga N – aukštyn. Kadangi besiliečianti su žeme padangos dalis nejuda, tai $N = F$. Be to, visam automobiliui $Mg = N$ (nes automobilis vertikalia kryptimi nejuda). Todėl galiausiai $pS = Mg$ arba $S = Mg/p$. Jei $M \approx 1000\text{kg}$, tai $S \approx 0,06\text{m}^2$.

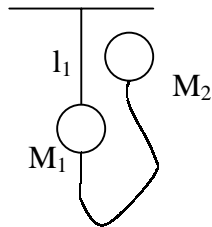
3. Du rutuliukai, kurių masės M_1 ir M_2 , kabo ant siūlų (žr. pav.). Į viršutinį rutuliuką pataiko m masės kulka, atlėkusi horizontaliai greičiu v ir įstringa jame. Į kokį didžiausią aukštį gali pakilti apatinis rutuliukas?



Sprendimas

Galimi trys atvejai:

- 1) Apatinis rutuliukas bus aukščiausiai, kai viršutinis bus žemiausioje



padėtyje ir abu rutuliukai nejudės (žr. pav.). Tuomet visa sistemos kinetinė energija virsta apatinio rutuliuko potencine energija. Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$\frac{(m + M_1)v'^2}{2} = M_2 g H, \quad (1)$$

v' – pirmojo rutuliuko (su jame įstrigusia kulka) greitis po kulkos ir rutuliuko susidūrimo, H – aukštis, į kurį pakyla antrasis rutuliukas. Kulkos ir pirmojo rutuliuko smūgis visiškai netamprus, todėl kulkos pradinės energijos dalis virsta šiluma. Toliau smūgiui taikome impulso tvermės dėsnį:

$$mv = (m + M_1)v'. \quad (2)$$

Iš (1) ir (2):

$$H = \frac{m^2 v^2}{2(m + M_1)M_2 g}. \quad (3)$$

Akivaizdu, kad šis sąryšis galios tuomet, kai:

$$H \leq 2l_2. \quad (4)$$

Iš (3) ir (4)

$$v \leq \frac{2}{m} \sqrt{(m + M_1)M_2 g l_2}. \quad (5)$$

- 2) Kai $H > 2l_2$, reikia atsižvelgti ir į apatinio svarelį bei jame įstrigusios kulkos pakilimą. Tuomet (žr. (5)):

$$v > \frac{2}{m} \sqrt{(m + M_1)M_2 g l_2}. \quad (6)$$

Tokiu atveju (1) lygtį pakeičiame nauja lygtimi:

$$\frac{(m + M_1)v'^2}{2} = M_2 g H + (m + M_1)g(H - 2l_2). \quad (7)$$

Iš (2) ir (7):

$$H = \frac{m^2 v^2 + 4(m + M_1)^2 g l_2}{2g(m + M_1)(m + M_1 + M_2)}. \quad (8)$$

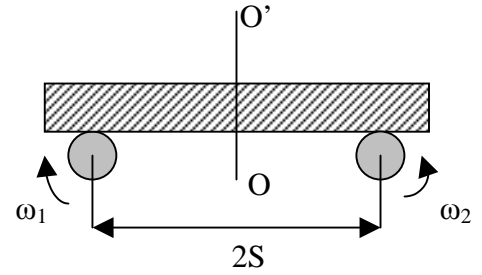
- 3) Apatinis rutuliukas negali pakilti daugiau nei leidžia siūlų ilgis, t.y. visuomet $H \leq 2(l_1 + l_2)$. Tuo tarpu $H = 2(l_1 + l_2)$, kai (žr. (8)):

$$v > \frac{2}{m} \sqrt{g(m + M_1)((m + M_1)l_1 + M_2(l_1 + l_2))}. \quad (9)$$

Beje, kai $l_1 = 0$, (6) ir (9) formulės sutampa. Taip ir turi būti, nes nebelieka antrojo atvejo.

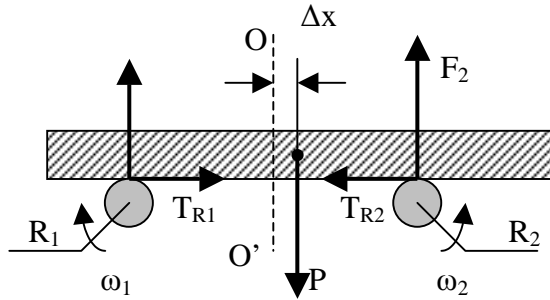
Pastaba. Sąlygoje nepamirėtos, bet 2 pav. nupieštos lubos. Jei tai iš tikro lubos, reiktų atsižvelgti į tokius atvejus: a) $l_2 \geq l_1$ ir b) $l_1 > l_2$. a) atvejis – tai jau išnagrinėtas 1) variantas su papildomu apribojimu $l_1 + l_2 \geq H$. B) atvejis – tai 1) ir 2) atvejai su papildomu apribojimu $l_1 + l_2 \geq H$.

4. Ant dviejų besisukančių į priešingas puses ritinėlių horizontaliai padėta lenta. Lentos sunkis P , atstumas tarp ritinėlių ašių $2S$ (žr. pav.). Trinties koeficientai tarp lentos ir kiekvieno iš ritinėlių μ . Pradžioje lenta nejuda, o jos sunkio centras pastumtas atstumu x nuo vidurinės linijos OO' . Kaip judės lenta, veikiama ritinėlių sukeltų trinties jėgų?



Sprendimas

Ritinėlių reakcijos jėgos F_1 ir F_2 (žr. pav.).



Lenta vertikalia kryptimi nejuda ir aplink savo masės centrą nesisuka, t.y.

$$F_1 + F_2 = P \quad (1)$$

P – lentos svoris, $P = mg$.

$$F_1(S + \Delta x) = F_2(S - \Delta x). \quad (2)$$

Horizontalia kryptimi lentą veikia dvi trinties jėgos:

$$T_{R1} = \mu F_1 \text{ ir } T_{R2} = \mu F_2. \quad (3)$$

$F_2 > F_1$ (žr.(2)), todėl $T_{R2} > T_{R1}$. Lenta gražinama į pusiausvyros padėtį, nes šia kryptimi ją veikia atstojamoji jėga

$$F = T_{R2} - T_{R1} \quad (4)$$

Iš (1) – (4):

$$F = \frac{\mu P}{S} \Delta x. \quad (5)$$

Nesunku pastebėti, kad tokia pati jėga veiks ir masių centrui atsidūrus anapus pusiausvyros padėties OO' . Taigi lenta juda tarsi veikiama spyruoklės, kurios standumas $k = \frac{\mu P}{S}$ ($F = k\Delta x$), ir todėl vyksta harmoniniai lentos svyravimai periodu:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{S}{\mu g}}. \quad (6)$$

Tačiau būkime atsargūs. Jei tai būtų spyruoklė, jos didžiausią greitį galėtume rasti pagal harmoninio judėjimo dėsnius: $v_0 = \omega_0 x$, ω_0 – ciklinis tokios spyruoklės dažnis. Kadangi $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, tai

$v_0 = x \sqrt{\frac{\mu g}{S}}$. Tačiau akivaizdu, kad ritiniai lentai negali suteikti didesnio greičio už savo paviršiaus

taškų greičius $\omega_1 R_1$ ir $\omega_2 R_2$. Jei $v_0 > \omega_1 R_1$, tai lenta nepasieks greičio v_0 . Iš pradžių ji greitės, kol pasieks greitį $v_{01} = \omega_2 R_2$. Toliau ji judės tolygiai, kol jis masės centras pereis ribą OO' . Tuomet lentos greitis mažės iki nulio, o pasiekus nulį – didės iki vertės $\omega_1 R_1$ (jei $\omega_2 R_2 > \omega_1 R_1$) arba iki vertės $\omega_2 R_2$ (jei $\omega_1 R_1 > \omega_2 R_2$). Dabar masių centrui perkirtus ribą OO' , toliau vyks harmoniniai lentos svyravimai su tokiais greičio ir poslinkio amplitudėmis:

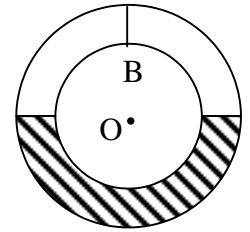
$$v_1 = \omega_1 R_1, \quad x_1 = \omega_1 R_1 \sqrt{\frac{S}{\mu g}}, \quad \text{kai } \omega_1 R_1 < \omega_2 R_2, \quad \omega_1 R_1 < v_0.$$

$$v_1 = \omega_2 R_2, \quad x_1 = \omega_2 R_2 \sqrt{\frac{S}{\mu g}}, \quad \text{kai } \omega_1 R_1 > \omega_2 R_2, \quad \omega_2 R_2 < v_0.$$

Lentos svyravimų periodas T ir ciklinis dažnis ω vėliau nebesikeis, nes jis priklauso tik nuo μ ir S (žr. (6)).

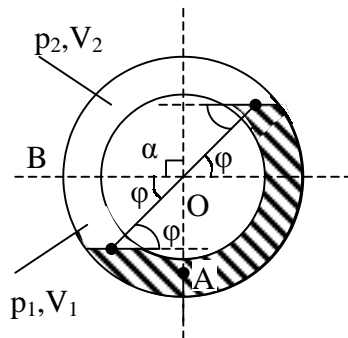
Pastaba: neatsižvelgta į galimą harmoninį judėjimą (leidinio parengėjas Raimundas Žemaitis)

5. Spindulio $R = 1$ m toras padarytas iš plono stiklinio vamzdelio ir pusiau užpildytas oru bei gyvsidabriu (žr. pav.). Viršutiniame toro taške padaryta oro nepraleidžianti pertvarėlė. Iš pradžių oro slėgis abiejose vamzdelio pusėse vienodas ir lygus $p_0 = 1000$ mm Hg. Torą pasuko prieš laikrodžio rodyklę kampu $\alpha = \pi/2$. Kokį kampą φ su horizontu sudaro linija, jungianti naujus gyvsidabrio lygius?



Sprendimas

Pasukus torą, iš pradžių vyksta slopstantys gyvsidabrio svyravimai. Jiems nurimus, linija, jungianti naujas gyvsidabrio lygių padėtis, su horizontu sudaro kampą φ (žr. pav.).



Temperatūra visur vienoda ir lygi aplinkos temperatūrai, nes tik tuomet kampas φ nustoja keistis. Taigi orui, esančiam vamzdelyje, galioja Boilio – Marioto dėsnis. Oro užimamas tūris tiesiog proporcingas juo užpildytos vamzdelio dalies ilgiui, kuris savo ruožtu tiesiog proporcingas jį atitinkančiam centriniam kampui. Jei kairėje vamzdelio pusėje esančio oro tūris prieš vamzdelio pasukimą lygus

V_0 , o po pasukimo V_1 , tai $V_0 \sim \frac{\pi}{2}$ ir $V_1 \sim \varphi$ (žr. 29 pav.). Kampai čia matuojami radianais. Boilio – Marioto dėsnis tokiu atveju:

$$P_0 V_0 = P_1 V_1 \text{ arba } P_0 \frac{\pi}{2} = P_1 \varphi. \quad (1)$$

P_1 – kairėje esančio oro slėgis po vamzdelio pasukimo. Dešinei vamzdelio pusei:

$$P_0 \frac{\pi}{2} = P_2 (\pi - \varphi). \quad (2)$$

Taško A atžvilgiu (žr. 29 pav.) kairėje esančio gyvsidabrio hidrostatinis slėgis lygus:

$$P_{11} = \rho g (R - R \sin \varphi), \quad (3)$$

ρ – gyvsidabrio tankis. Dešinėje vamzdelio pusėje esančiam gyvsidabriui:

$$P_{22} = \rho g (R + R \sin \varphi). \quad (4)$$

Be to,

$$P_0 = \rho g H, \text{ kai } H = 1000 \text{ mm}. \quad (5)$$

Taške A slėgiai iš kairės ir dešinės yra lygūs, t.y.

$$P_1 + P_{11} = P_2 + P_{22}. \quad (6)$$

Iš (1) – (6), kai $H = R = 1$ m, gauname:
$$\frac{\varphi}{4 \sin \varphi} - \frac{1}{\pi - \varphi} \pi = 1. \quad (7)$$

Tai per daug sudėtinga lygtis, kad iš jos galėtume tiksliai išreikšti φ . Ją galima spręsti koku nors skaitmeniniu būdu arba tiesiog spėliojant atsakymą. Paprastumo dėlei pažymėkime kairiąją (7) lygties pusę $F(\varphi)$. Mūsų tikslas – surasti (atspėti) tokį φ , pagal kurį $F(\varphi) \approx 1$. Pagal (7) lygtį sudarome tokią seką:

- $\varphi = 0,5 \text{ rad}, F(\varphi) \approx 2,6$
- $\varphi = 1,0 \text{ rad}, F(\varphi) \approx 0,5$
- $\varphi = 0,7 \text{ rad}, F(\varphi) \approx 1,25$
- $\varphi = 0,8 \text{ rad}, F(\varphi) \approx 0,90$
- $\varphi = 0,75 \text{ rad}, F(\varphi) \approx 1,06$
- $\varphi = 0,76 \text{ rad}, F(\varphi) \approx 1,022$
- $\varphi = 0,77 \text{ rad}, F(\varphi) \approx 1,030$
- $\varphi = 0,765 \text{ rad}, F(\varphi) \approx 1,006$
- $\varphi = 0,767 \text{ rad}, F(\varphi) \approx 0,999$
- $\varphi = 0,766 \text{ rad}, F(\varphi) \approx 1,002$
- $\varphi = 0,7665 \text{ rad}, F(\varphi) \approx 1,001$
- $\varphi = 0,7666 \text{ rad}, F(\varphi) \approx 1,0001$

Iš šios lentelės $\varphi \approx 0,767 \text{ rad}$ ($\approx 44^\circ$). Nubrėžus apytikslius kreivių $\frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\pi - \varphi}$ ir $\frac{4 \sin \varphi}{\pi}$ grafikus, nesunku įsitikinti, kad intervale $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ tėra tik vienas (7) lygties $F(\varphi) = 1$ sprendinys (nes šiame intervale minėtos kreivės susikerta tik viename taške, kai $\varphi \approx \frac{\pi}{4}$).

Pastaba. Galimas ir apytikslis φ išreiškimas iš (7) lygties. To dėlei (7) lygtyje imam $\varphi = \frac{\pi}{4} + \alpha$, ir laikom, kad $|\alpha| \ll 1 \text{ rad}$. Tare, kad $\sin \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$ ir atmetę visus α^2 ir α^3 eilės dydžius, iš (7) nesunkiai gauname:

$$\varphi = \frac{\pi}{4} + \alpha \approx \frac{\pi}{4} + \frac{2 \cdot 2^{1/2} - 3}{3\pi + 8(1 + 2^{1/2})} \pi$$

$$\varphi \approx 0,767 \text{ rad}.$$

o α iš tikro labai mažas:

$$|\alpha| \approx 0,02 \text{ rad} \ll 1 \text{ rad}.$$

6. Masės M alyvos lašelis, esantis tarp horizontalių plokščiojo oro kondensatoriaus plokštelių, kyla į viršų pastoviu greičiu v_1 , kai prie kondensatoriaus prijungiama įtampa U . Ją išjungus, lašelis krenta žemyn pastoviu greičiu v_2 . Kokį krūvį turi lašelis? Atstumas tarp kondensatoriaus plokštelių D , oro tankis ρ_0 , alyvos tankis ρ , oro pasipriešinimas proporcingas greičiui.

Sprendimas

Lašelį veikia Žemės, oras ir kondensatorius. Tai – sunkio jėga $F_s = \rho_0 g V$ (V – lašelio tūris, $V = m/\rho$), oro pasipriešinimo jėgos $F_{p1} = kv_1$ ir $F_{p2} = kv_2$ ($k = \text{const.}$) ir elektrinio lauko jėga $F_{el} = qE$ (E – elektrinio lauko stipris, $E = U/D$). Lašeliui judant

$$\vec{F}_s + \vec{F}_A + \vec{F}_p + \vec{F}_{el} = 0.$$

F_{el} nukreipta į viršų, nes Archimedo jėga viena nepakeltų lašelio (nes $\rho > \rho_0$). Elektrinis laukas nukreiptas į viršų, jei $q > 0$ arba nukreiptas žemyn, jei $0 > q$. Pirmu atveju (t.y. kylant į viršų):

$$-F_s - F_{p1} + F_A + F_{el} = 0, \quad (1)$$

$$-mg - kv_1 + qE + \rho_0 g V = 0.$$

Antru atveju (leidžiantis žemyn):

$$-mg + kv_2 + \rho_0 g V = 0. \quad (2)$$

Iš (1) ir (2) eliminavus k :

$$|q| = \frac{1}{U} mgD \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \left(1 + \frac{v_1}{v_2}\right).$$

7. Esant $t_0 = 0^\circ\text{C}$ temperatūrai elektrinės plytelės spiralės varža $R_0 = 150 \ \Omega$, o temperatūrinis varžos koeficientas $\alpha = 0,006 \ \text{K}^{-1}$. Šilumos kiekis, kurį plytelė atiduoda aplinkai per $\Delta\tau = 1 \text{ s}$, išreiškiamas formule $Q = k \Delta T$ (koeficientas $k = 0,07 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$, o ΔT – tai spiralės ir aplinkinio oro temperatūrų skirtumas). Iki kokios temperatūros t_2 įkais spiralė, jei ją įjungsimė į $U = 220 \text{ V}$ elektros tinklą? Oro temperatūra $t_1 = 180^\circ\text{C}$.

Sprendimas

Elektros srovė išskiria energiją

$$E = \frac{U^2}{R} \Delta\tau, \text{ kai } R = R_0(1 + \alpha T_2). \quad (1)$$

Ši energija sunaudojama plytelei kaitinti. Aplinkai plytelė atiduoda šilumos kiekį

$$Q = k \Delta T \Delta\tau, \quad \Delta T = T_2 - T_1. \quad (2)$$

Nusistovėjus pusiausvyrai tarp plytelės ir aplinkos:

$$E = Q. \quad (3)$$

Iš (1) – (3):

$$T_2 = \frac{1}{2\alpha} \left(\alpha T_1 - 1 \pm \sqrt{(1 + \alpha T_1)^2 + \frac{4\alpha U^2}{kR_0}} \right).$$

Matome, kad T_2 turi dvi vertes: teigiamą ir neigiamą. Iš pradžių plytelės temperatūra $T_1 > 0$, o vėliau ji dar labiau išauga. Todėl neigiamą T_2 vertę (pagal Celsijų) atmetame:

$$T_2 = \frac{1}{2\alpha} \left(\alpha T_1 - 1 + \sqrt{(1 + \alpha T_1)^2 + \frac{4\alpha U^2}{kR_0}} \right).$$

$$T_2 \approx 807^{\circ}C.$$

8. Tikrinant automobilio akumuliatorių, kurio EVJ $E = 12V$, jo gnybtai iš pradžių buvo užtrumpinti $L = 10$ m ilgio ir $S = 2$ mm² skerspjūvio aliuminine viela, o po to – tokių pat matmenų varinė viela. Pasirodė, kad abiem atvejais vielose išsiskiria ta pati galia. Ar pavyks šiuo akumuliatoriumi užvesti automobilį, kurio starterio sukimo mažiausia srovė $I = 120$ A? Aliuminio savitoji varža $\rho_A = 28,2$ nΩm, o vario $\rho_V = 17,2$ nΩm.

Sprendimas

Nors varinės ir aliumininės vielų varžos R_1 ir R_2 skirtingos, tačiau vielose išsiskiria vienoda šilumos galia. Matyt, joms tenka nevienoda srovė. O viso to priežastis – akumuliatoriaus vidinė varža R . Jei aliuminio viela teka srovė I_1 , ir išsiskiria šiluminė galia P_1 , tai

$$I_1 = \frac{E}{R + R_1}, \quad P_1 = I_1^2 R_1. \quad (1)$$

Varinei vielai atitinkamai:

$$I_2 = \frac{E}{R + R_2}, \quad P_2 = I_2^2 R_2. \quad (2)$$

Be to,

$$P_1 = P_2. \quad (3)$$

Iš (1) – (3):

$$R = \sqrt{R_1 R_2}. \quad (4)$$

Čia

$$R_1 = \rho_A \frac{L}{S}, \quad R_2 = \rho_V \frac{L}{S}. \quad (5)$$

Jei akumuliatorius būtų užtrumpintas (išorinė varža tuomet lygi nuliui), tai tokia grandine tekėtų srovė:

$$I_0 = \frac{E}{R}. \quad (6)$$

Iš (4) – (6):

$$I_0 = \frac{ES}{L\sqrt{\rho_A \rho_V}};$$

$$I_0 \approx 109A.$$

Tai mažiau už starterio sukimo mažiausią srovę. Užvedant variklį, akumuliatoriaus grandinėje yra ne tik akumuliatorius (t.y. išorinė varža R_0 nelygi nuliui). Tačiau

$$I_0' = \frac{E}{R + R_0} < I_0.$$

Automobilio užvesti nepavyks.

9. Galios $P = 60\text{W}$ elektros lemputė yra apskaičiuota $U_1 = 120\text{ V}$ elektros įtampai. Kokios talpos C kondensatorių reikia įjungti nuosekliai su lempute, kad juos drauge jungiant į $U_2 = 220\text{ V}$ ir $\nu = 50\text{ Hz}$ elektros tinklą lemputė normaliai šviestų?

Sprendimas

U_1 ir U_2 – efektyviosios įtampos vertės. Lemputė normaliai šviečia, kai jai tenka įtampa U_1 . Tuomet lempute teka srovė:

$$I_1 = \frac{U_1}{R}, \quad (1)$$

R – lemputės varža. Be to,

$$P = \frac{U_1^2}{R}. \quad (2)$$

Lemputę nuosekliai sujungus su kondensatoriumi, jų bendra varža (impedansas):

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}, \quad \omega = 2\pi\nu. \quad (3)$$

Esant įtampai U_2 , tokia grandine tekės srovė:

$$I_2 = \frac{U_2}{Z}. \quad (4)$$

Tokia pati srovė, aišku, tekės ir lempute, t.y. lemputė švies normaliai, jei

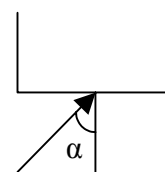
$$I_2 = I_1. \quad (5)$$

Iš (1) – (5):

$$C = \frac{P}{2\pi\nu U_1 \sqrt{U_2^2 - U_1^2}}.$$

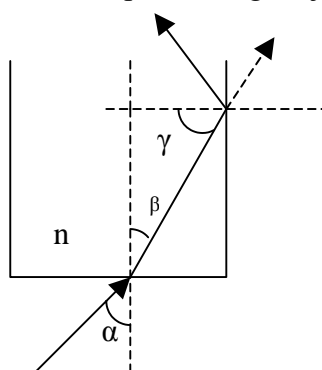
$$C \approx 8,6\mu\text{F}.$$

10. Į ritinio formos stiklinio strypo galą kampu α krenta šviesos spindulys (žr. pav.). Koks turi būti mažiausias stiklo lūžio rodiklis n , kad patekęs į strypą spindulys neišeitų pro strypo šoną nepriklausomai nuo kampo α ?



Sprendimas

Šviesos spinduliui galioja tokie sąryšiai (žr. pav.):



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n, \quad \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}. \quad (1)$$

Spindulys atsispindės nuo strypo šono, kai

$$\sin \gamma \geq \frac{1}{n}. \quad (2)$$

Iš (1) – (2):

$$n \geq \sqrt{1 + \sin^2 \alpha}.$$

$\sin^2 \alpha \leq 1$, todėl spindulys visuomet atsispindės nuo strypo šono, kai $n \geq \sqrt{2}$. Mažiausia vertė $n = \sqrt{2}$. Tai galioja visiems α , nepriklausomai nuo to, kuriame taške spindulys kerta strypo galą.

Užduotys ir sprendimai skelbiami iš leidinio:

40-OJI LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA. Parengė Raimundas Žemaitis