

Vaidutis Antanas  
ŠALNA

**GEOMETRINĖS OPTIKOS  
IR FOTOMETRIJOS  
PAGRINDAI**

Fizikos olimpas  
Vilnius 2004

UDK 535(057.3)  
Ša58

Parengė Vilniaus universiteto doc. Vaidutis Antanas ŠALNA  
Recenzavo prof. Vytautas BALEVIČIUS

**Šalna, Vaidutis Antanas**

Geometrinės optikos ir fotometrijos pagrindai. – Vilnius, Fizikos olimpas. 2004

Mokymo knyga ypatingai gabių mokinių papildomo ugdymo mokyklos “Fizikos olimpas” moksleiviams. Leidiniu gali naudotis ir kiti moksleiviai bei aukštųjų mokyklų studentai

*Nuo 2004 01 23 ši mokymo knyga yra ir interneto svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt)*

© Vaidutis Antanas Šalna, 2004  
© Fizikos olimpas, 2004

ISBN 9986-778-03-4

## TURINYS

1. GEOMETRINĖ OPTIKA .....	3
1.1. Pagrindiniai geometrinės optikos dėsniai .....	3
1.2. Pagrindiniai teiginiai ir sąvokos .....	3
1.3. Ferma principas .....	4
1.4. Šviesos atspindys nuo plokščių ir sferinių veidrodžių.....	5
1.5. Spindulių lūžis sferiniame paviršiuje. Lęšiai.....	7
1.6. Didinimas.....	11
1.7. Centruotoji optinė sistema ir jos kardinalieji elementai .....	13
1.8. Optinių sistemų ydos .....	17
1.8.1. Monochromatinės aberacijos .....	18
1.8.2. Chromatinės aberacijos .....	20
1.9. Optiniai prietaisai .....	22
<i>Užduotys</i> .....	27
2. FOTOMETRIJA .....	30
<i>Užduotys</i> .....	33

# 1. GEOMETRINĖ OPTIKA

Geometrinė optika nagrinėja šviesos sklidimo dėsnius skaidriose terpėse ir atvaizdų gavimo sąlygas. Remiamasi fizikinių reiškinių, vykstančių optinėse sistemose, kai bangos ilgis yra nykstamai mažas, matematiniu modeliu. Geometrinėje optikoje nepaisoma banginės optikos reiškinių – interferencijos, difrakcijos.

## 1.1. PAGRINDINIAI GEOMETRINĖS OPTIKOS DĖSNIAI

Geometrinės optikos išvados gaunamos dedukcijos metodu iš kelių nesudėtingų dėsnų, nustatytų bandymų metu:

1. *Tiesaus šviesos sklidimo dėsnis*: vienalytėje terpėje šviesa sklinda tiesiai. Linija, kuria pernešama šviesos energija, vadinama *spinduliu*. Vienalytėje terpėje šviesos spinduliai yra tiesūs.

2. *Lūžio dėsnis* nusako spindulio krypties pokytį jam pereinant iš vienos terpės į kitą: kritęs ir lūžęs spinduliai yra vienoje plokštumoje su statmeniu į laužiamąjį paviršių kritimo taške, o šių spindulių kryptis nusako sąryšis:

$$n \sin \alpha = n' \sin \alpha';$$

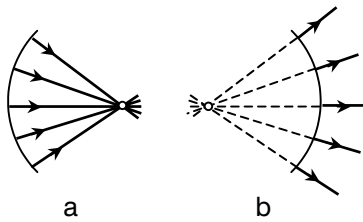
čia  $n$  ir  $n'$  – pirmosios ir antrosios terpės lūžio rodiklis,  $\alpha$  – kritimo kampas (kampas tarp į paviršių krintančio spindulio ir statmens į paviršių kritimo taške),  $\alpha'$  – lūžio kampas (kampas tarp lūžusiojo spindulio ir statmens į paviršių kritimo taške). Lūžio dėsnį atrado XVII a. V.Snelijus (*W.Snell*) ir R.Dekartas (*Descartes*).

3. *Atspindžio dėsnis* nusako spindulio krypties pokytį, kai jo kelyje yra atspindintis (veidrodinis) paviršius: kritęs ir atsispindėjęs spindulys yra vienoje plokštumoje su statmeniu į atspindintį paviršių kritimo taške, šis statmuo dalija kampą tarp spindulių į dvi lygias dalis. Šis dėsnis yra atskiras lūžio dėsnio atvejis, kai  $n' = -n$ .

4. *Spindulių nepriklausomo sklidimo dėsnis*: atskiri spinduliai sklinda nepriklausomai vienas nuo kito. Jei kuriame nors taške susitinka du spindulių pluoštai, to taško apšvieta lygi kiekvieno pluošto sukurtų apšvietų tame taške sumai.

## 1.2. PAGRINDINIAI TEIGINIAI IR SĄVOKOS

Geometrinėje optikoje vartojamos įvairios sąvokos. *Šviesos spindulio* samprata jau pateikta § 1.1. *Švytintysis taškas* geometrinėje optikoje yra spinduolis, kurio matmenų galima nepaisyti. Jei spinduliai išeina iš vieno taško, kuris yra prasiskleidžiančių spindulių pluoštelio pradžioje, toks pluoštelis vadinamas *bendracentriu* (1.2.1 pav.). Jei šis pluoštelis atsispindėjęs arba lūžęs tampa spindulių pluošteliu, sueinančiu į vieną tašką, toks pluoštelis taip pat yra bendracentris, ir jo centras yra švytinčiojo taško atvaizdas. Bet koks daiktas susideda iš atskirų švytinčių taškų, todėl idealus atvaizdas taip pat susideda iš visų taškų, kuriuose susirenka bendracentriai spindulių pluošteliai.



1.2.1 pav. Bendracentriai spindulių pluošteliai (a – glaustinis, b – skleistinis)

Visa erdvė, kurioje sklinda spindulių pluošteliai, skirstoma į dvi dalis. Erdvės dalis, kurioje yra daiktai arba objektai ir į optinę sistemą krintančių spindulių pluošteliai, vadinama *daiktų erdve*; erdvės dalis, kurioje yra atvaizdai ir iš optinės sistemos išėjusių (atsispindėjusių ir lūžusių) spindulių pluošteliai, vadinama *atvaizdų erdve*. Jei spindulių pluoštelis, perėjęs optinę sistemą, išlieka bendracentris, tai kiekvienas daikto (spinduolio) taškas vaizduojamas tik vienu atvaizdo tašku. Tokie atvaizdai vadinami *taškiniais* arba *stigmatiniais*.

Geometrinėje optikoje galioja šviesos spindulių *apgražos principas*, pagal kurį, šviesa tiesiogine ir atbuline kryptimi sklinda ta pačia trajektorija. Todėl atvaizdą galima nagrinėti kaip spinduolį, o spinduolį – kaip atvaizdą. Kai atvaizdas stigmatinis, pluoštelių centrai vadinami *jungtiniais taškais* tos optinės sistemos, kurioje skleistinis bendracentris spindulių pluoštelis tampa glaustiniu bendracentriu pluošteliu. Atitinkamai nagrinėjamieji spinduliai ir pluošteliai vadinami *jungtiniais*.

### 1.3. FERMA PRINCIPAS

Pagrindinis geometrinės optikos principas yra *Ferma (Fermat) principas*. Jis teigia, kad *šviesa sklinda keliu, kurio optinis ilgis yra ekstremalus*. Optinis ilgis  $L$  lygus terpės lūžio rodiklio  $n$  ir spindulio geometrinio kelio ilgio  $l$  toje terpėje sandaugai:  $L = nl$ . Jei terpė nevienalytė, geometrinį spindulio kelią reikia suskaidyti į atkarpas  $dl$ , kuriose lūžio rodiklis yra beveik pastovus. Tada optinio kelio ilgio elementas  $dL = n dl$  ir visas optinio kelio ilgis tarp taškų A ir B

$$L = \int_A^B n dl.$$

Optinio kelio ilgio ekstremumo sąlyga yra pirmoji integralo variacija lygi nuliui:

$$\delta \int_A^B n dl = 0.$$

Ferma principas formuluojamas ir taip: *tikrasis šviesos sklidimo kelias iš vieno taško į kitą yra tas, kurį šviesa nueina per mažiausią laiką*, t. y. laiko variacija lygi nuliui:  $\delta t = 0$ .

Iš Ferma principo vienalytei terpei gaunamas tiesaus šviesos sklidimo dėsnis, kuris atitinka geometrinę aksiomą, kad tiesė yra trumpiausias atstumas tarp dviejų taškų. Iš Ferma principo taip pat išplaukia ir šviesos, sklindančios per skirtingų terpių sandūrą, atspindžio ir lūžio dėsniai.

Įrodysime, kad lūžtant šviesai plokščioje dviejų vienalyčių terpių sandūroje optinis spindulio kelias trumpiausias. Tarkime, kad spindulys AOB (1.3.1 pav.) lūžta taške O, kurio vieta tiesėje  $CD = p$  nusako atkarpa  $CO = x$ . Taškų A ir B porai tiesės  $p$  ilgis pastovus. Spindulio AOB optinio kelio ilgis lygus

$$l = n_1 AO + n_2 OB;$$

čia  $n$  – terpių lūžio rodiklis. Išreikšus  $AO$  ir  $OB$  gaunama:

$$l = n_1 \sqrt{h_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}.$$

Panaudojus optinio kelio ilgio ekstremumo sąlygą  $dl/dx = 0$  gaunama:

$$\frac{dl}{dx} = n_1 \frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - n_2 \frac{p-x}{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} = 0. \quad (1.3.1)$$

Bet

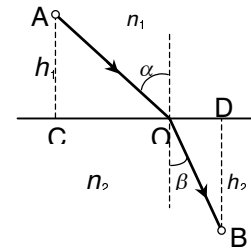
$$\frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} = \sin\alpha; \quad \frac{p-x}{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} = \sin\beta.$$

Įrašius į (1.3.1) gaunama:

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta,$$

t. y. ekstremumo sąlygą tenkinantis kelio ilgis tenkina ir lūžio dėsnį. Pagal antrosios išvestinės ženklą daroma išvada, kad šis kelias yra trumpiausias.

Panašiai galima nagrinėti ir šviesos atspindžio užduotis.

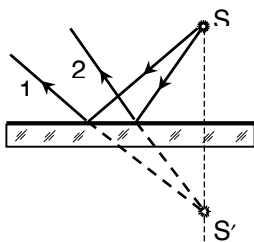


1.3.1 pav. Spindulio lūžis

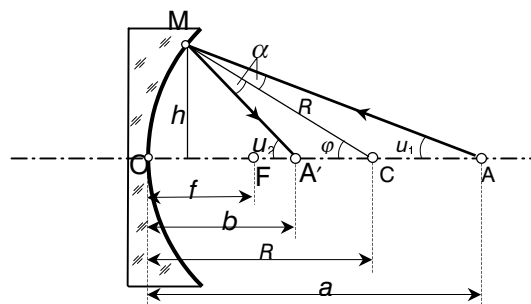
#### 1.4. ŠVIESOS ATSPINDYS NUO PLOKŠČIŲ IR SFERINIŲ PAVIRŠIŲ

Šviesai atsispindint nuo plokščiojo veidrodžio spinduolio atvaizdas tariamasis, jis yra statmenyje, nubrėžtame į veidrodį iš spinduolio, ir simetriškai išsidėstęs veidrodžio paviršiaus (1.4.1 pav.) atžvilgiu. Spinduolio atvaizdą sukuria nuo veidrodžio atsispindėjusių spindulių (1 ir 2) tęsiniai. Jų sankirtos vieta  $S'$  yra spinduolio  $S$  atvaizdas.

Panagrinėsime šviesos atspindį nuo sferinio veidrodžio. 1.4.2 pav. pavaizduota šviesos atspindys nuo įgaubtojo veidrodžio. Nagrinėsime spindulius, kurie sklinda arti simetrijos ašies



1.4.1 pav. Atvaizdo sukūrimas plokščiuoju veidrodžiu



1.4.2 pav. Šviesos atspindys nuo įgaubtojo veidrodžio

AO, vadinamos *optine ašimi*. Tokie spinduliai vadinami *paraksialiaisiais* (gretaašiais).

Šviesos spindulys AM, krintantis iš taško A į veidrodį taške M, atsispindi MA' kryptimi ir kerta optinę ašį taške A'. Kadangi palei optinę ašį krintantis spindulys atsispindi atgal, taškas A' yra nuo veidrodžio atsispindėjusių spindulių sankirtos taškas, t. y. taško A atvaizdas. Taškas C yra veidrodžio paviršiaus kreivumo centras, R – jo spindulys, O – veidrodžio viršūnė,  $\alpha$  – kritimo ir atspindžio kampas.

Kadangi spinduliai gretaašiai, galima užrašyti:

$$\frac{h}{a} = \sin u_1 \approx u_1; \quad \frac{h}{R} = \sin \varphi \approx \varphi; \quad \frac{h}{b} = \sin u_2 \approx u_2; \quad (1.4.1)$$

čia  $u_1, u_2$  ir  $\varphi$  – kampai tarp optinės ašies ir spindulių AM, A'M bei kreivumo spindulio R;  $h$  – atstumas nuo optinės ašies iki taško M, į kurį krinta spindulys. Sąryšiai tarp kampų tokie:

$$u_2 = \varphi + \alpha; \quad \varphi = u_1 + \alpha.$$

Iš čia gaunama:

$$u_2 - \varphi = \varphi - u_1 \quad \text{arba} \quad u_1 + u_2 = 2\varphi.$$

Įrašius (1.4.1) išraiškas gaunama:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R}. \quad (1.4.2)$$

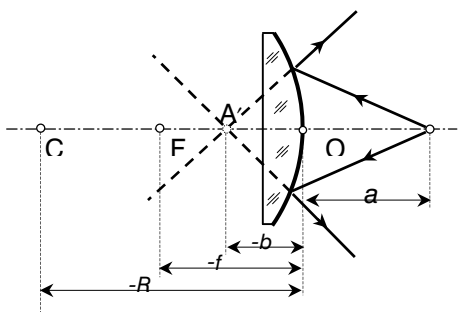
Dydžiai  $a, b, R$  teigiamieji, kai matuojama nuo veidrodžio viršūnės šviesos sklidimo kryptimi, o priešinga kryptimi – neigiamieji. (1.4.2) formulė iškilajam veidrodžiui (1.4.3 pav.) atrodys taip:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{2}{R}.$$

Jei švytintis taškas A yra be galo toli ( $a = \infty$ ), spinduliai į veidrodį krinta lygiagrečiai su optine ašimi ir  $b = R/2$ . Šis taškas (F) vadinamas veidrodžio *židiniu*, o atstumas nuo jo iki veidrodžio viršūnės – *židinio nuotoliu* ( $f$ ). Tada (1.4.2) formulės pavidalas yra toks:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Pagal šią formulę galima nustatyti daikto ir jo atvaizdo vietą, jei žinoma veidrodžio židinio nuotolis (arba veidrodžio paviršiaus kreivumo spindulys  $R = 2f$ ) ir vieno iš taškų A arba A' vieta.



1.4.3 pav. Šviesos atspindys nuo iškiliojo veidrodžio

## 1.5. SPINDULIŲ LŪŽIS SFERINIAME PAVIRŠIUJE. LĖŠIAI

Sferinis laužiamasis paviršius yra svarbiausia optinių stiklų paviršių rūšis. Šviesos lūžis šiame paviršiuje yra pagrindinis reiškinys, dėl kurio optinės sistemos sukuria atvaizdus.

Tarkime, kad dvi vienalytės skaidrios terpes, kurių lūžio rodiklis  $n_1$  ir  $n_2$ , skiria sferinis  $R$  kreivumo spindulio paviršius (1.5.1 pav.). Tiesė, jungianti tašką  $A_1$  su sferinio paviršiaus centru  $C$ , vadinama *optine ašimi*. Spindulio kryptį nusako kampas  $u_1$ . Ieškosime matematinės išraiškos, kuri nusakytų taško  $A_2$  vietą, t. y. taško  $A_1$  atvaizdą. Nagrinėsime tik tuos spindulius, kurie su optine ašimi sudaro mažą kampą, t. y. gretaašius spindulius, tuo atveju  $A_1M \approx A_1O$  ir  $A_2M \approx A_2O$ .

Naudojama ženklų taisyklė: atkarpų ilgiai, matuojami nuo laužiamojo paviršiaus viršūnės  $O$ , teigiami, jei jie nukreipti šviesos sklaidimo linkme, ir neigiami, jei nukreipti į priešingą pusę; kampai teigiami, jei atidedami pagal laikrodžio rodyklę.

Tarkime, kad spindulys  $A_1M$  krinta į sferinį paviršiumi kampu  $i$ . Jo jungtinis spindulys  $MA_2$  (lūžio kampas  $r$ ) optinę ašį kerta taške  $A_2$  kampu  $u_2$ . Sferos kreivumo spindulys  $CM = R$ . Iš trikampių  $MA_1C$  ir  $CMA_2$  gaunama:

$$\frac{A_1C}{A_1M} = \frac{-a_1 + R}{-a_1} = \frac{\sin i}{\sin \varphi}; \quad \frac{MA_2}{CA_2} = \frac{a_2}{a_2 - R} = \frac{\sin \varphi}{\sin r}$$

arba

$$\frac{-a_1 + R}{-a_1} = \frac{a_2}{a_2 - R} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}.$$

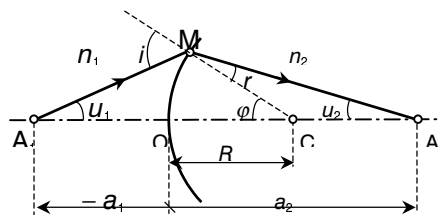
Iš čia

$$n_1 \left( \frac{1}{a_1} - \frac{1}{R} \right) = n_2 \left( \frac{1}{a_2} - \frac{1}{R} \right). \quad (1.5.1)$$

Taigi sandauga  $n(1/a - 1/R)$  nekinta. (1.5.1) išraiška vadinama *nulinio Abės invariantu*. (1.5.1) formulę galima užrašyti tokiu pavidalu:

$$\frac{n_2}{a_2} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (1.5.2)$$

ir vadinama *nulinio spindulio lygtimi*, iš kurios galima rasti atstumą  $a_2$  iki atvaizdo  $A_2$  žinant atstumą  $a_1$  iki objekto  $A_1$  nepriklausomai nuo  $u$  vertės, t. y. kai skėsties kampai  $u$  maži (gretaašiai spinduliai), visi spinduliai išėję iš taškinio objekto  $A_1$  po lūžio kertasi viename taške  $A_2$ . Gretaa-



1.5.1 pav. Gretaašių spindulių lūžis sferiniame paviršiuje



šių spindulių bendracentris pluoštelis po lūžio sferiniame paviršiuje išlieka bendracentris ir taške  $A_2$ , kuris yra stigmatinis taškinio objekto  $A_1$  atvaizdas.

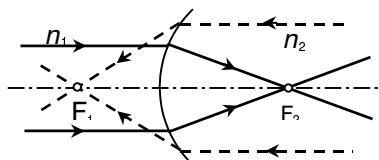
Jei  $a_1 = \infty$  (krinta spindulių pluoštelis, lygiagretus su optine ašimi), iš (1.5.2) lygties gaunama:

$$a_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = f_2, \quad (1.5.3)$$

o kai  $a_2 = \infty$ :

$$a_1 = -\frac{n_1 R}{n_2 - n_1} = f_1. \quad (1.5.4)$$

Dydžiai  $f_1$  ir  $f_2$  yra pastovios atkarpos, nusakančios laužiamąjį paviršių ir vadinami *priekiniu* ( $f_1$ ) ir *galiniu* ( $f_2$ ) *židinio nuotoliu*. Taškai, kuriuose po lūžio kertasi spinduliai, kritę į sferinį paviršių lygiagrečiai su optine ašimi pluošteliu, vadinami *priekiniu* ( $F_1$ ) ir *galiniu* ( $F_2$ ) *židiniu* (1.5.2 pav.).



1.5.2 pav. Sferinio paviršiaus židiniai

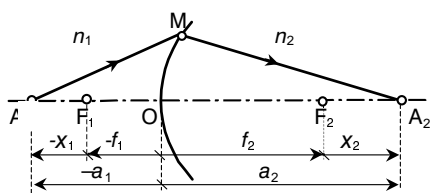
Iš (1.5.3) ir (1.5.4) formulių išplaukia židinio nuotolių sąryšis:

$$\frac{f_2}{f_1} = -\frac{n_2}{n_1}.$$

Židinio nuotoliai proporcingi terpių lūžio rodikliams. Minuso ženklas reiškia, kad židinio nuotolių ženklai skirtingi, t. y. jie yra skirtingose laužiamojo paviršiaus pusėse.

Naudojant (1.5.3) ir (1.5.4) formules iš (1.5.2) lygties gaunama tokia išraiška:

$$\frac{f_1}{a_1} + \frac{f_2}{a_2} = 1. \quad (1.5.5)$$



1.5.3 pav. Objekto ir jo atvaizdo taškų vieta

Pažymėjus taškų  $A_1$  ir  $A_2$  atstumus iki židinių  $F_1$  ir  $F_2$  atitinkamai  $x_1$  ir  $x_2$  (1.5.3 pav.), galima užrašyti:  $-a_1 = -f_1 - x_1$  ir  $a_2 = f_2 + x_2$ . Įrašius šias vertes į (1.5.5) gaunama:

$$\frac{f_1}{f_1 + x_1} + \frac{f_2}{f_2 + x_2} = 1.$$

Iš čia išplaukia sąryšis:

$$x_1 x_2 = f_1 f_2, \quad (1.5.6)$$

vadinamas *Niutono formule*.

(1.5.2), (1.5.5) ir (1.5.6) formulės yra viena kitai ekvivalenčios ir kiekviena jų galima naudotis taškinio objekto atvaizdai rasti.

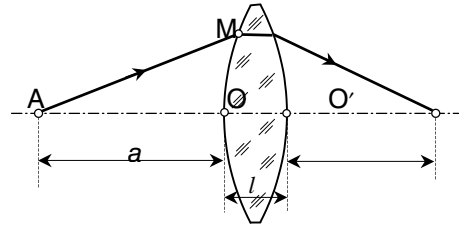
Sferiniam paviršiui gautuosius rezultatus galima taikyti sferiniam veidrodžiui. Įrašius  $n_2 = -n_1$  iš (1.5.2) formulės gaunama sferinio veidrodžio formulė (1.4.2). Tokio veidrodžio židinio nuotolis randamas iš (1.5.3) formulės. Iš jos išplaukia, kad  $f = R/2$ . Tada

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f}.$$

Iškilojo veidrodžio  $R$  ženklas priešingas įgaubtojo veidrodžio  $R$  ženklui. Įgaubtojo veidrodžio židiny yra tikrasis, o iškilojo – tariamasis. Plokščiojo veidrodžio  $R = \infty$  ir tada  $a_2 = -a_1$ , t. y. taško atvaizdas, sudarytas plokščiojo veidrodžio, yra tariamasis ir simetriškai išsidėstęs.

Panagrinėsime spindulių lūžį lęšyje. Lęšis yra pagrindinis optinės sistemos elementas (gaminamas iš skaidrios medžiagos, pvz., stiklo, kvarco ir kt.) su dviem sferiniais arba kitokios formos paviršiais. Tarkime, kad lęšio medžiagos lūžio rodiklis  $n$ , paviršių kreivumo spinduliai  $R_1$  ir  $R_2$  ir iš abiejų pusių yra oras (arba tuštuma), kurio lūžio rodiklis artimas vienetui. Spindulio AM (1.5.4 pav.) lūžiui taške M galima užrašyti lygtį:

$$\frac{n-1}{R_1} + \frac{1}{a} - \frac{n}{b_1} = 0; (1.5.7)$$



1.5.4 pav. Spindulio lūžis lęšyje

čia  $a$  – atstumas nuo spindulio A (daikto) iki lęšio pirmojo paviršiaus viršūnės O,  $R_1$  – pirmojo paviršiaus kreivumo spindulys,  $b_1$  – atstumas nuo atvaizdo, sukurto spinduliams lūžus pirmajame paviršiuje, iki pirmojo paviršiaus viršūnės. Atvaizdas A', kurį sukūrė spinduliai, lūžę antrajame paviršiuje, yra atstumu  $b$  nuo antrojo paviršiaus, kurio kreivumo spindulys  $R_2$ , viršūnės O'. Pirmasis atvaizdas yra atstumu  $b_2 = b_1 - l$  (čia  $l$  – lęšio storis) ir jis gali būti nagrinėjamas kaip tariamasis spindulys, skleidžiantis spindulius į antrąjį laužiamąjį paviršių. Tada lūžiui antrajame paviršiuje galima užrašyti lygtį:

$$\frac{n-1}{R_2} + \frac{1}{b} - \frac{n}{b_1 - l} = 0. (1.5.8)$$

Jei  $l$  gerokai mažesnis už  $R_1$  ir  $R_2$ , lęšis vadinamas *plonuoju*. Plonajam lęšiui (1.5.8) lygtį galima užrašyti taip:

$$\frac{n-1}{R_2} + \frac{1}{b} - \frac{n}{b_1} = 0.$$

Panaudojus (1.5.7) lygtį gaunama:

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). (1.5.9)$$

Jei  $b = \infty$  (iš lęšio išėję spinduliai sklinda lygiagrečiu pluošteliu ir taško A atvaizdą A' sukuria be galo toli), tai atstumas  $a = f_1$  vadinamas lęšio *priekiniu židinio nuotoliu*:

$$\frac{1}{f_1} = -(n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (1.5.10)$$

Jei  $a = \infty$  (švytintis taškas A yra be galo toli ir spinduliai į lęšį krinta lygiagrečiu pluošte-  
liu), tai atstumas  $b = f_2$  vadinamas lęšio *galiniu židinio nuotoliu*:

$$\frac{1}{f_2} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (1.5.11)$$

Iš (1.5.10) ir (1.5.11) lygčių išplaukia, kad

$$f_1 = -f_2.$$

Dydis, atvirkščias židinio nuotoliui ( $\Phi = 1/f$ ), vadinamas *laužiamąja optine geba*, kuri matuojama dioptrijomis. Plonajame lęšyje atstumas tarp laužiamųjų paviršių nykstamai mažas. Plonojo lęšio optinė laužiamoji geba

$$\Phi = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

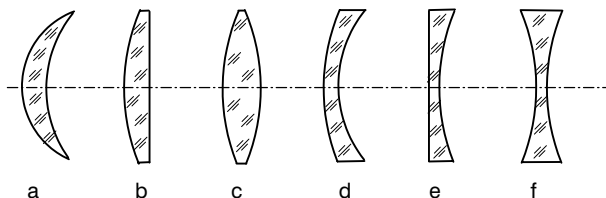
Jei optinė sistema sudaryta iš dviejų ore esančių plonųjų lęšių, tarp kurių atstumas  $d$ , jos bendra optinė laužiamoji geba

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d \Phi_1 \Phi_2.$$

*Storasis lęšis* yra optinė sistema, kurioje atstumas  $l$  tarp pagrindinių plokštumų baigtinis ir laužiantieji paviršiai riboja terpę su lūžio rodikliu  $n$ ; optinė ašis yra bendra, t. y storasis lęšis yra centruotoji optinė sistema. Tokios sistemos (storojo lęšio) optinė laužiamoji geba

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{l}{n} \Phi_1 \Phi_2 = (n-1) \left[ \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{n-1}{n} \frac{l}{R_1 R_2} \right].$$

Jei  $\Phi > 0$ , lęšis *glaudžiamasis* (1.5.5 a,b,c pav.), jei  $\Phi < 0$  – *sklaidomasis* (1.5.5 d, e, f pav.), jei  $\Phi = 0$  – *afokalinis*. Glaudžiamieji lęšiai sukuria tikrąjį atvaizdą visų tikrųjų objektų, esančių nuo begalybės iki priekinio židinio. Tikrųjų objektų atvaizdai, sukurti sklaidomųjų lęšių, visada tiesiniai (neapverstieji), tariamieji, sumažinti ir yra tarp priekinio židinio ir lęšio. Afokalinių lęšių paviršių kreivumo spinduliai artimi vienas kitam ir lęšis veikia



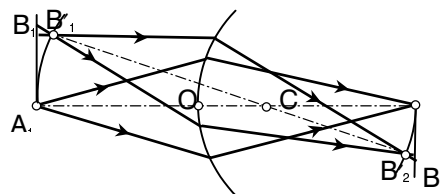
1.5.5 pav. Glaudžiamieji (a, b, c) ir sklaidomieji (d, e, f) lęšiai

panašiai kaip meniskas. Afokaliniai lęšiai neglaudžia ir nesklaido gretaašių spindulių. Jie naudojami aberacijoms mažinti.

## 1.6. DIDINIMAS

Anksčiau buvo nustatyta, kad taškinis atvaizdas sukuriamas gretaašiais spinduliais. Dabar panagrinėsime, kaip gaunami tiesės atkarpos pavidalo daiktų atvaizdai.

1.6.1 pav.  $A_1$  yra taškinis objektas, o  $A_2$  – jo atvaizdas. Pasukus optinę ašį  $A_1A_2$  apie paviršiaus kreivumo centrą  $C$  nedideliu kampu taškas  $A_1$  atsiranda taške  $B'_1$ , o jo atvaizdas – taške  $B'_2$ . Visi lanko  $A_1B_1$  taškai atvaizduojami lanko  $A_2B'_2$  taškais. Jei lankai  $A_1B'_1$  ir  $A_2B'_2$  maži, juos galima pakeisti optinei ašiai statmenų liestinių  $A_1B_1$  ir  $A_2B_2$  atkarpomis.



1.6.1 pav. Mažų atkarpu atvaizdas spinduliams lūžtant sferiniame paviršiuje

Kiekvienas atvaizdo taškas yra visų spindulių, išeinančių iš objekto jungtinio taško, sankirtos vieta.

Norint ją rasti, pakanka rasti bet kurių dviejų spindulių sankirtos vietą. Pavyzdžiui, norint rasti objekto atkarpos  $A_1B_1$  (1.6.2 pav.), statmenos optinei ašiai, taško  $B_1$  atvaizdą, reikia naudoti du spindulius, kurių kryptis po lūžio sferiniame paviršiuje yra žinoma:

1. Su optine ašimi lygiagretus spindulys  $B_1M$  lūžęs eina per židinį  $F_2$ .
2. Per židinį  $F_1$  einantis spindulys lūžęs sklinda lygiagrečiai su optine ašimi.

Šių dviejų spindulių sankirtos taškas  $B_2$  yra taško  $B_1$  atvaizdas, o atkarpa  $A_2B_2$  – atkarpos  $A_1B_1$  atvaizdas.

Atvaizdo atkarpos, statmenos optinei ašiai, ilgio  $y_2$  ir daikto atkarpos ilgio  $y_1$  dalmuo vadinamas *ilginiu* (arba *skersiniu*) didinimu:

$$\beta = \frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \left| \frac{y_2}{y_1} \right|.$$

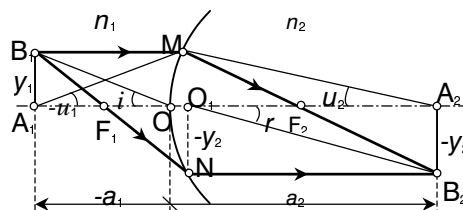
Optinei ašiai statmenos atkarpos teigiamos, jei jos yra virš ašies, ir neigiamos, jei jos yra po ašimi. Tada didinimas teigiamas, jei atvaizdas tiesinis (nepverstasis) ir neigiamas, jei atvaizdas apverstasis.

Iš trikampių  $A_1B_1O$  ir  $A_2B_2O$  (1.6.2 pav.) gaunama:  $\tan i = y_1/a_1$  ir  $\tan r = y_2/a_2$ . Kai  $y_1$  ir  $y_2$  maži,

$$\frac{\tan i}{\tan r} \approx \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1};$$

čia  $n_1$  ir  $n_2$  – terpės lūžio rodiklis atitinkamai daiktų ir atvaizdų erdvėje.

Tada



1.6.2 pav. Spindulių eiga pro sferinį paviršių

$$\frac{n_1 y_1}{a_1} = \frac{n_2 y_2}{a_2} \quad \text{arba} \quad \frac{y_2}{y_1} = \beta = \frac{n_1 a_2}{n_2 a_1}. \quad (1.6.1)$$

Veidrodžiams  $n_1/n_2 = -1$ , tada  $\beta = -a_2/a_1$ . Tikriesiems atvaizdams  $a_1$  ir  $a_2$  ženklai skirtingi,  $\beta < 0$  ir atvaizdas apverstas. Tariamiesiems atvaizdams  $a_1$  ir  $a_2$  ženklai vienodi,  $\beta > 0$  ir atvaizdas tiesusis. Plokščiajam veidrodžiui  $a_1 = -a_2$ ,  $\beta = 1$  ir atvaizdas tiesusis natūralaus didumo.

Ilginio didinimo formulė gali būti kitokio pavidalo. Iš taško N (1.6.2 pav.) nubrėškime statmenį  $NO_1$  į optinę ašį. Jo ilgis lygus atvaizdo ilgiui  $y_2$ . Iš trikampių  $A_1B_1F_1$  ir  $NO_1F_1$  gaunama:

$$\frac{y_2}{y_1} = \beta = \frac{f_1}{x_1};$$

čia  $f_1 \approx F_1O_1$ ;  $x_1 = A_1F_1$ .

Panaudojus Niutono formulę (1.5.6) gaunama:

$$\beta = \frac{x_2}{f_2}.$$

Be tiesinio didinimo  $\beta$ , optinė sistema apibūdinama *kampiniu didinimu*  $\gamma$  – atvaizdų erdvėje sklindančio spindulio polinkio kampo tangento ir jam jungtinio daiktų erdvėje sklindančio spindulio polinkio kampo tangento dalmeniu:

$$\gamma = \frac{\tan u_2}{\tan u_1} = \frac{a_1}{a_2}.$$

Sąryšis tarp ilginio ir kampinio didinimo

$$\beta \gamma = \frac{n_1}{n_2}.$$

Kai daiktas ir atvaizdas yra toje pačioje terpėje ( $n_1 = n_2$ ), gaunama, kad  $\beta \gamma = 1$ , t. y. ilginis didinimas atvirkščiai proporcingas kampiniam. Tai reiškia, kad kuo didesnis ilginis didinimas, tuo siauresni šviesos pluošteliai kuria atvaizdą.

Panagrinėsime dar *išilginį didinimą*. Jei objektas paslenka optine ašimi per mažą atkarpą  $dx_1$ , tai atvaizdas paslenka per atkarpą  $dx_2$ . Išilginis didinimas vadinamas šių dydžių dalmuo:

$$\alpha = \frac{dx_2}{dx_1}.$$

Diferencijavus Niutono formulę:

$$x_1 dx_2 + x_2 dx_1 = 0$$

Iš čia išilginis didinimas

$$\alpha = -\frac{x_2}{x_1}.$$

Sąryšis tarp ilginio, kampinio ir išilginio didinimo

$$\alpha = \frac{\beta}{\gamma}.$$

Ilginis didinimas svarbus sistemoms, projektuojančioms atvaizdą ekrane arba fotografinėje juostelėje (projekciniai arba fotografiniai objektyvai). Kampinis didinimas svarbus stebint tolimus objektus (teleskopinės sistemos). Išilginis didinimas nusako erdvinio objekto ryškį ekrane.

Kai spinduliai gretai,  $A_1M \approx A_1O = a_1$  ir  $A_2M \approx A_2O = a_2$ . Iš trikampių  $A_1MO$  ir  $A_2MO$  (1.6.2 pav.) gaunami šie sąryšiai:  $\tan u_1 = MO/a_1$  ir  $\tan u_2 = MO/a_2$ , t. y.

$$\frac{\tan u_1}{\tan u_2} = \frac{a_2}{a_1}.$$

Kampas  $u_1$  nusako daiktų erdvėje į laužiamąjį paviršių krintančių, o kampas  $u_2$  atvaizdų erdvėje jų jungtinių pluoštelių *apertūrą* (skėstį). Kai šie kampai maži,  $\tan u_1 \approx u_1$  ir  $\tan u_2 \approx u_2$ . Tada remiantis (1.6.1) formule gaunama:

$$\frac{n_1 u_1}{n_2 u_2} = \frac{n_1 a_2}{n_2 a_1} = \frac{y_2}{y_1}$$

arba

$$y_1 n_1 u_1 = y_2 n_2 u_2. \quad (1.6.2)$$

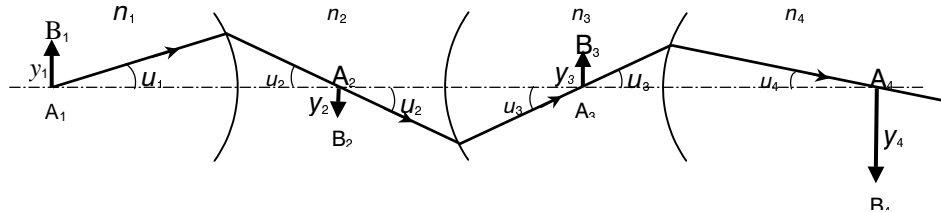
(1.6.2) lygtis vadinama *Lagranžo ir Helmholtz* (Lagrange-Helmholtz) *lygtimi* gretai spinduliams. Iš jos išplaukia, kad konkretų šviesos pluoštelį keisti kitu bet koku norimu pluošteliumi negalima. Sukurtas pluoštelis gali būti tik toks, kokį leidžia Lagranžo ir Helmholtz sąlyga.

## 1.7. CENTRUOTOJI OPTINĖ SISTEMA IR JOS KARDINALIEJI ELEMENTAI

Svarbią praktinę vertę geometrinėje optikoje turi *centruotosios optinės sistemos* – laužiamųjų ir atspindimųjų sukimosi paviršių visuma su bendra ašimi, vadinama *optine ašimi*, ir simetrišku šios ašies atžvilgiu lūžio rodiklio skirstiniu. Paprasčiausia centruotoji optinė sistema yra lęšis, sudarytas iš sferinių paviršių, ribojančių kokią nors skaidrią medžiagą nuo supančio oro.

Nagrinėsime gretai spindulių sklaidimą. Galima nuosekliai nagrinėti jų lūžį atskiruose paviršiuose. Kiekvieno paviršiaus sukurtas atvaizdas yra objektas, kurio atvaizdą kuria kitas paviršius. Pluoštelių bendracentriškumas nepažeidžiamas.

Centruotajai optinei sistemai (1.7.1 pav.) galioja Lagranžo ir Helmholco lygtis, kurią ga-



1.7.1 pav. Centruotoji optinė sistema

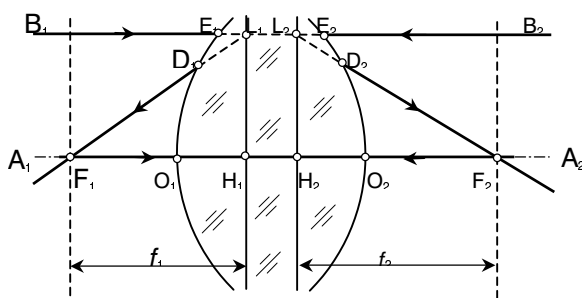
lima užrašyti taip:

$$y_1 n_1 u_1 = y_2 n_2 u_2 = \dots = y_i n_i u_i;$$

čia  $y_1$  – prieš sistemą esančio objekto matmenys,  $y_i$  – matmenys atvaizdo, susidariusio perėjus šviesai per visą sistemą.

Pagrindiniai gretašių spindulių optikos teiginiai sako, kad kiekvieną daiktų erdvės tašką atitinka vienas jo jungtinis taškas atvaizdų erdvėje, kiekvieną tiesę – viena jo jungtinė tiesė ir kaip padarinys – kiekvieną plokštumą – jo jungtinė plokštuma. Šie dėsniai galioja vadinamojoje *idealiojoje optinėje sistemoje*, kuri bet kurių daiktų erdvės tašką vaizduoja atvaizdų erdvės tašku. Bet kokią geometrinę figūrą, esančią daiktų erdvės plokštumoje, statmenoje optinei ašiai, idealioji sistema atkuria panašia figūrą atvaizdų erdvės plokštumoje, statmenoje optinei ašiai.

Pagrindinės idealiosios optinės sistemos teorijos sąvokos yra *optinės sistemos kardinalieji elementai* (taškai ir plokštumos), kurie visiškai nusako visas optinės sistemos savybes ir jais galima naudotis nenagrinėjant realios spindulių eigos sistemoje.



1.7.2 pav. Optinės sistemos pagrindinės plokštumos ( $H_1L_1, H_2L_2$ ), židinio plokštumos, pagrindiniai taškai ( $H_1, H_2$ ), židiniai ( $F_1, F_2$ ) ir židinio nuotoliai ( $f_1, f_2$ )

Tarkime, kad  $O_1O_2$  yra idealioji optinė sistema, kurios optinė ašis  $A_1A_2$  (1.7.2 pav.). Jei daiktų erdvėje sklinda spindulys  $B_1E_1$ , lygiagretus su optine ašimi, tai neatsižvelgiant į tikrąją spindulio eigą sistemoje galima teigti, kad atvaizdų erdvėje šis spindulys atitiks vienintelis jo jungtinis spindulys  $D_2F_2$ , išeinantis iš sistemos taško  $D_2$  ir kertantis optinę ašį kuriame nors taške  $F_2$ . Kitas spindulys  $A_1O_1$ , sklindantis palei optinę ašį, pereina sistemą nelūždamas. Jo jungtinis spindulys  $O_2A_2$  taip pat sklinda optine ašimi. Dviejų spindulių  $D_2F_2$  ir  $O_2A_2$  sankirtos

taškas  $F_2$  yra begalybėje esančio jungtinio taško atvaizdas ir vadinamas optinės sistemos *galiniu židiniu*. Pakartojus šiuos samprotavimus spinduliams, sklindantiems atvirkščia kryptimi, t. y.  $B_2E_2$  ir  $A_2O_2$ , gaunamas taškas  $F_1$  – *priekinis sistemos židinis*. Plokštumos, statmenos optinei

ašiai ir einančios per židinius  $F_1$  ir  $F_2$ , vadinamos atitinkamai *priekine* ir *galine židinio plokštuma*.

Pratęsus spindulius  $B_1E_1$  ir  $B_2E_2$  iki sankirtos su spindulių  $F_1D_1$  ir  $F_2D_2$  tęsiniais gaunami jungtiniai taškai  $L_1$  ir  $L_2$ . Per šiuos taškus nubrėžtos optinei ašiai statmenos plokštumos  $L_1H_1$  ir  $L_2H_2$  taip pat yra jungtinės. Jungtiniai yra ir šių plokštumų sankirtos su optine ašimi taškai  $H_1$  ir  $H_2$ . Taškų  $L_1$  ir  $L_2$  ordinatės yra lygios ir vienodo ženklo, todėl ilginis didinimas jungtinėse plokštumose

$$\beta = \frac{L_2H_2}{L_1H_1} = +1.$$

Taigi optinėje sistemoje yra dvi jungtinės plokštumos, statmenos optinei ašiai, kuriose ilginis didinimas lygus  $+1$ , t. y. bet kuri atkarpa vienoje plokštumoje atvaizduojama tokia pat atkarpa kitoje plokštumoje. Tokios plokštumos vadinamos *pagrindinėmis*, jų sankirtos su optine ašimi taškai – *pagrindiniai optinės sistemos taškai*. Atstumai nuo pagrindinių taškų iki židinių vadinami sistemos *židinių nuotoliais*:  $f_1 = F_1H_1$  ir  $f_2 = F_2H_2$ .

Kai yra vienas laužiamasis paviršius, židinių nuotoliai matuojami nuo jo paviršiaus, t. y. abi pagrindinės plokštumos sutampa viena su kita ir su plokštuma, liečiančia laužiamąjį paviršių.

Optinė sistema dar nusakoma ir kampiniu didinimu  $\gamma$ . Jungtiniai taškai ir plokštumos su  $\gamma = 1$  taip pat yra ypatingi. Rasime jungtinių taškų ir plokštumų, kurioms  $\gamma = 1$ , vietą. Pažymėkime  $A_1H_1 = a_1$  ir  $A_2H_2 = a_2$  (1.7.3 pav.). Tada  $a_1 = x_1 + f_1$  ir  $a_2 = x_2 + f_2$ . Panaudojus Niutono formulę gaunama:

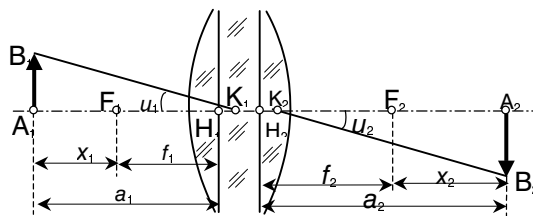
$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{x_2}{f_1} = \frac{f_2}{x_1}.$$

Iš šios išraiškos ir sąlygos, kad kampinis didinimas  $\gamma = a_1/a_2 = 1$ , gaunama:

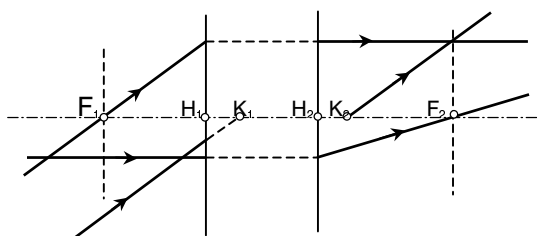
$$\gamma = \frac{a_1}{a_2} = \frac{f_1}{x_2} = \frac{x_1}{f_2} = 1.$$

Norint, kad kampinis didinimas  $\gamma = 1$ , būtina, kad  $x_1 = f_2$  ir  $x_2 = f_1$ . Jungtiniai taškai, kuriems tenkinama ši sąlyga, vadinami *mazginiais* ( $K_1$  ir  $K_2$ ), o plokštumos, išvestos per mazginius taškus ir statmenos optinei ašiai – *mazginėmis plokštumomis*. Kadangi  $\gamma = 1$ , tai  $\tan u_1 = \tan u_2$  (t. y.  $u_1 = u_2$ ). Iš to išplaukia, kad jungtiniai spinduliai, sklindantys per mazginius taškus, yra vienas su kitu lygiagretūs.

Taigi šešios plokštumos (dvi židinio, dvi pagrindinės ir dvi mazginės) ir šeši jas atitinkantys optinės sistemos taškai (du židiniai, du



1.7.3 pav. Optinės sistemos mazginiai taškai



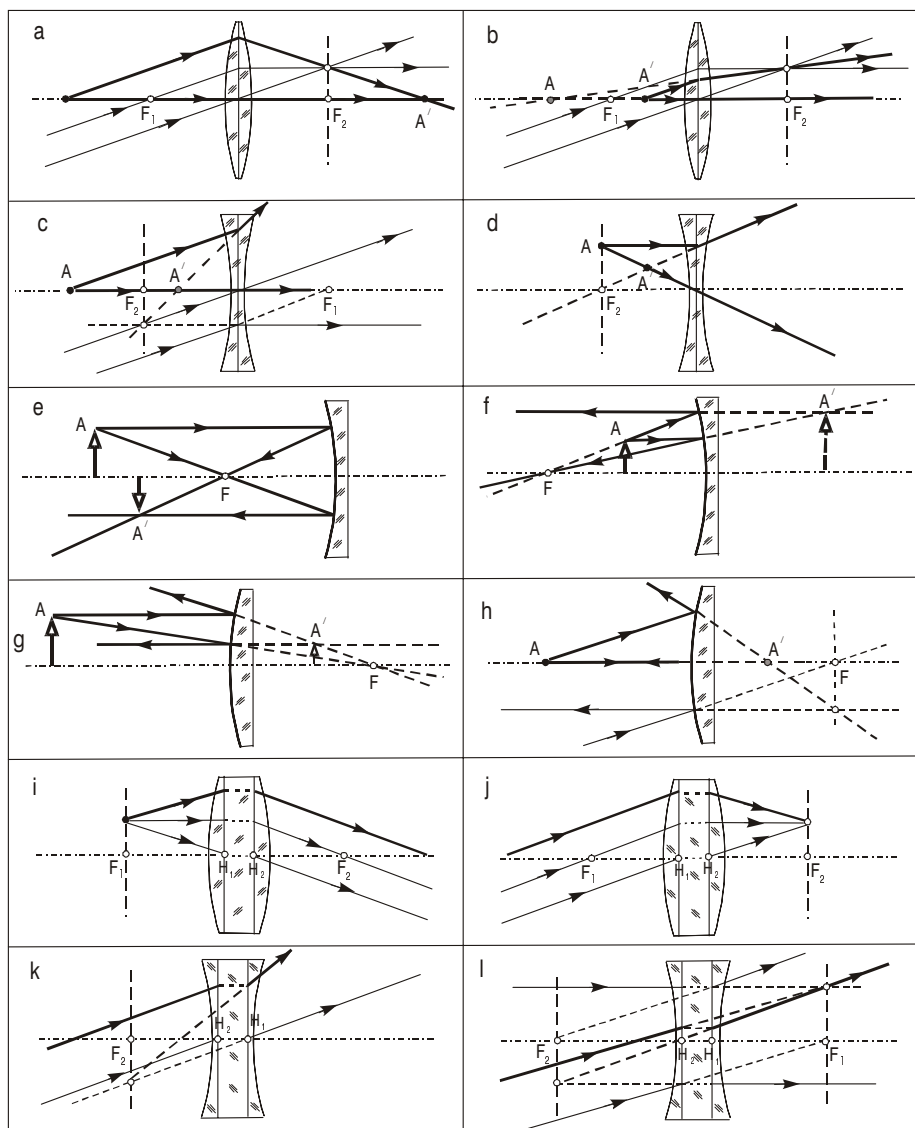
1.7.4 pav. Ideališios centruotos optinės sistemos kardinalieji taškai ir plokštumos



pagrindiniai ir du mazginiai) sudaro idealiosios centruotos optinės sistemos kardinaliuosius elementus (1.7.4 pav.).

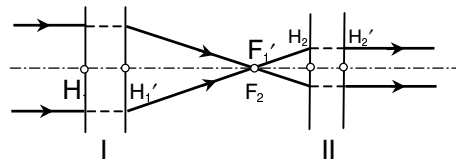
Kai abiejose optinės sistemos pusėse yra ta pati terpė, židinio nuotoliai lygūs vienas kitam ( $f_1 = f_2$ ) ir mazginiai taškai sutampa su pagrindiniais ( $FK = FH = f$ ). Tada sistema nusakoma kekuriais taškais ir keturiomis plokštumomis.

Žinant kardinaliųjų elementų savybes gana paprastai galima sukurti atvaizdus naudojant bent du spindulius, sklindančius iš vieno taško. Kai kurie objektų atvaizdų sukūrimo ir spindulių eigos per optinę sistemą pavyzdžiai pateikti 1.7.5 pav.



1.7.5 pav. Atvaizdų ir spindulių eigos kūrimas plonu glaudžiamuoju (a, b) ir sklaidomuoju (c, d), įgaubtuoju (e, f) ir iškiluoju (g, h) veidrodžiu, glaudžiamąja (i, j) ir sklaidomąja (k, l) optine sistema. (Plonesnė linija – papildomieji spinduliai)

Centruotoji optinė sistema, sudaryta iš dviejų atskirų sistemų I ir II (1.7.6 pav.), išdėstyta taip, kad I sistemos galinis židinis  $F_1'$  sutampa su II sistemos priekiniu židiniu  $F_2$ , yra *teleskopinė sistema*. Kadangi atstumas tarp I ir II sistemos  $l = f_1 + f_2$ , tai teleskopinės sistemos laužiamoji geba  $\Phi = 0$ . Teleskopinės sistemos židiniai ir pagrindinės plokštumos yra begalybėje. Lygiagrečiųjų spindulių pluošteliu, perėjus pro teleskopinę sistemą, išlaiko spindulių tarpusavio lygiagretumą.



1.7.6 pav. Teleskopinė sistema

Teleskopinės sistemos, esančios ore, ilginis didinimas

$$\beta = -\frac{f_2'}{f_1'}$$

Ilginį didinimą lemia tik židinių nuotolių santykis ir jis nepriklauso nuo objekto vietos.

Teleskopinės sistemos kampinis didinimas

$$\gamma = -\frac{f_1'}{f_2'}$$

tuomet didesnis, kuo didesnis pirmosios sistemos židinio nuotolis ir kuo mažesnis antrosios sistemos židinio nuotolis.

## 1.8. OPTINIŲ SISTEMŲ YDOS

Idealią optinę sistemą galima realizuoti tik naudojant gretaašius spindulius, t. y. kai apertūros kampas nedidelis ir mažas regėjimo laukas. Tokių sistemų praktinis taikymas gana ribotas.

Optinė sistema, tinkama praktiniam naudojimui, turi sukurti atvaizdus dideliame erdvės plote, t. y. turėti didelį regėjimo lauką. Pagrindinė optinės sistemos paskirtis yra sukurti tikslų daikto atvaizdą. Plokščio ir statmeno sistemos optinei ašiai daikto atvaizdas, sukurtas tos optinės sistemos, bus tikslus, jei tenkinamos šios sąlygos:

1. Kiekvienas plokštumos taškas turi būti atvaizduotas stigmatiškai.
2. Visi atvaizdo taškai turi būti plokštumoje, statmenoje sistemos optinei ašiai.
3. Visų atvaizdo dalių mastelis (didinimas) turi būti vienodas.

Realios optinės sistemos šių sąlygų dėl vienokių ar kitokių priežasčių netenkina ir dėl to blogėja atvaizdo kokybė. Atvaizdo netapatumas daiktui, t. y. jo defektai, atsiradę dėl spindulio nuokrypio nuo tos krypties, kuria jis turėtų sklirti idealioje optinėje sistemoje, vadinamas *aberacija* (optinės sistemos yda). Dėl aberacijų daiktų erdvės taškai vaizduojami sudėtingos struktūros dėmelėmis, todėl pažeidžiamas daikto ir jo atvaizdo atotykis.

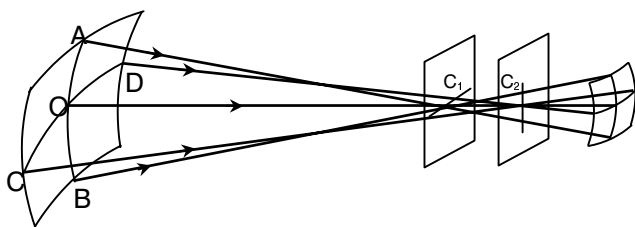
Optinių sistemų aberacijos skirstomos į *monochromatines* ir *chromatines*. Monochromatinės aberacijos lemia realios sistemos nuokrypį nuo idealiosios, kai sklinda griežtai vienodo

bangos ilgio spinduliai. Baltoji šviesa dėl dispersijos reiškinio sukuria atvaizdą, sudarytą iš daugelio vienas su kitu nesutampančių (vietos ir didumo požiūriu) monochromatinių atvaizdų; atvaizdas yra spalvotas. Ši sistemos yda vadinama *chromatine aberacija*.

Aberacijų šalinimas vadinamas optinės sistemos *koregavimu*. Aberacijų optinėse sistemoje visiškai pašalinti negalima, pasiseka tik jas sumažinti.

### 1.8.1. MONOCHROMATINĖS ABERACIJOS

**Astigmatizmas.** Viena priežasčių, dėl kurių atsiranda aberacijos, yra ta, kad tenka naudoti spindulius, sudarančius tam tikrą kampą su optine ašimi, t. y. negretaašius spindulius. Dėl to pažeidžiamas ir lūžusių bei atsispindėjusių spindulių bendracentriškumas. Tada spinduliams statmenas bangos paviršius yra nesferinis. Dalis tokio paviršiaus (ACBD) pavaizduota

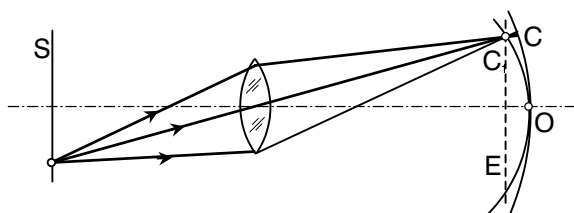


1.8.1.1 pav. Astigmatinis spindulių pluoštelis

1.8.1.1 pav. Bet kuriam paviršiaus taškui O yra dvi tarpusavyje statmenos kryptys AOB ir COD, kurių kreivumo spinduliai  $R_1$  ir  $R_2$  skirtingi. Tarkime, kad  $R_1 < R_2$ . Spinduliai, sklindantys iš A, O ir B taškų, kertasi kreivumo centre  $C_1$ , esančiame atstumu  $R_1$  nuo paviršiaus, o spinduliai iš C, O ir D – centre  $C_2$  atstumu  $R_2$ . Kai  $R_1 \neq R_2$ , spindulių pluoštelis vadinamas *astigmatiniu*. Nykstamai

siauras astigmatinis pluoštelis (ne taip kaip bendracentris) sukuria du taškinius atvaizdus  $C_1$  ir  $C_2$ , tarp kurių atstumas optinės ašies kryptimi lygus  $R_2 - R_1$ . Baigtinio pločio pluoštelio spinduliai kertasi tarpusavyje statmenose atkarpose (meridianinėje ir sagitalinėje), einančiose per  $C_1$  ir  $C_2$ .

Astigmatizmas atsiranda, jei per optines sistemas sklinda įstrižiniai pluošteliai. Net siauri spindulių pluošteliai, perėję per optinę sistemą, pasidaro nebendracentriai ir astigmatiniai, jei jie su optine ašimi sudaro nemažą kampą. Tokie pluošteliai vietoj vieno taško atvaizdų erdvėje sukuria dvi linijas (1.8.1.1 pav.).



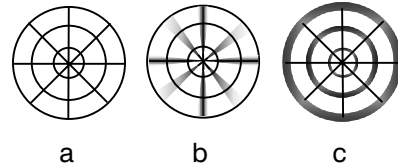
1.8.1.2 pav. Įstrižinių pluoštelių astigmatizmas

Tarkime, kad centrinis siauro lūžusio pluoštelio spindulys yra meridianinėje plokštumoje (1.8.1.2 pav. plokštumoje). Šio pluoštelio meridianiniai spinduliai kertasi linijoje  $C_1$ , statmenoje brėžinio plokštumai. Sagitaliniai spinduliai (esantys statmenoje brėžiniui plokštumoje) kertasi linijoje  $C_2$  brėžinio plokštumoje. Atstumas tarp linijų (*astigmatinis skirtumas*) didėja didėjant

pluoštelio polinkio kampui. Susidarant plokštumos S atvaizdai aibė atkarpų  $C_1$  ir  $C_2$ , kurias galima nagrinėti kaip plokštumos S taškų atvaizdus, sudarytus meridianinių ir sagitalinių spindu-

lių, sukuria du iškreiptus su sukimosi simetrija sistemos optinės ašies atžvilgiu paviršius, besiliečiančius vienas su kitu sankirtos su optine ašimi taške O.

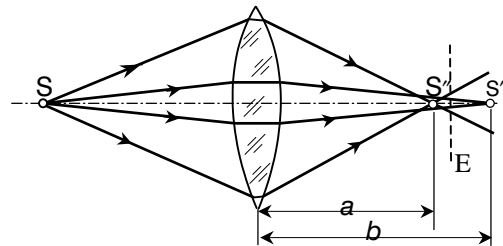
Astigmatinė aberacija ryškiai matyti kuriant plokščio objekto, sudaryto iš spindulinių linijų ir bendracentrių apskritimų (1.8.1.3 a pav.), kurių centras yra sistemos optinėje ašyje, atvaizdą. Pastačius ekraną E, kurio išlenktas paviršius turi meridianinio paviršiaus formą, galima gauti ryškų apskritimų atvaizdą (1.8.1.3 b pav.) ir blukius spindulinių linijų atvaizdus, kurie tuo blukesni, kuo didesnis atstumas nuo ašies. Kai ekrano paviršius sutampa su sagitaline plokštuma, spindulinės linijos ryškios, o apskritimai blukūs (1.8.1.3 c pav.).



1.8.1.3 pav. Objektas (a) ir jo meridianinis (b) bei sagitalinis (c) atvaizdas

Naudojant kelis lęšius su skirtingais lūžio rodikliais bei skirtingais laužiamaisiais paviršiais galima suartinti meridianinį paviršių su sagitaliniu ir kartu iš dalies juos "ištiesinti", t. y. atvaizdų lauką padaryti pakankamai plokščią. Tokios sistemos vadinamos *astigmatinėmis*.

**Sferinė aberacija.** Tarkime, kad taškinis spindulius S yra glaudžiamąjo lęšio ašyje (1.8.1.4 pav.) ir sklindžia platų monochromatinių spindulių pluoštelį. Iš S sklindantys gretaašiai spinduliai po lūžio lęšyje sukuria atvaizdą S' atstumu  $b$  nuo lęšio. Spinduliai, perėję lęšį arti jo krašto, lūžta stipriau ir sukuria atvaizdą taške S'' atstumu  $a$ , kuris yra arčiau prie lęšio negu S'. Skirtumas  $b - a$  nusako *ilginę sferinę aberaciją*. Ekране E matyti šviesus skritulėlis, kurio spindulys nusako *skersinę sferinę aberaciją*. Atvaizdas ryškiausias tada, kai ekranas yra tarp taškų S' ir S''. Jei lęšis asimetrinis, aberacijos didumas priklauso nuo to, kuri lęšio pusė atkreipta į spindulį.



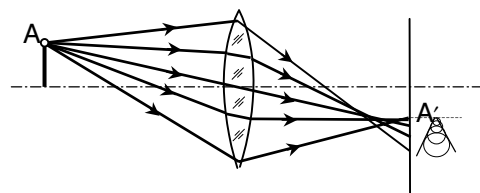
1.8.1.4 pav. Lęšio sferinė aberacija

Sferinė aberacija nepriklauso nuo taško vietos daiktų plokštumoje.

Sferinę aberaciją galima mažinti parenkant sudėtingesnę laužiamųjų paviršių formą. Tačiau praktikoje sferinė aberacija mažinama sistemomis iš glaudžiamųjų ir sklaidomųjų lęšių. Šis metodas grindžiamas tuo, kad sklaidomojo lęšio sferinės aberacijos kryptis yra priešinga.

**Koma.** Ši aberacija atsiranda tada, kai daikto taškų, esančių toliau nuo optinės ašies, atvaizdą kuria platūs spindulių pluošteliai. Objekto A (1.8.1.5 pav.) spinduliai, sklindantys arčiau prie lęšio krašto, lūžta labiau negu gretaašiai ir atvaizdų plokštumoje A' sukuria neryškius apskritimus. Taško atvaizdas primena kometa.

Komos aberacijos nėra sistemose, tenki-



1.8.1.5 pav. Koma

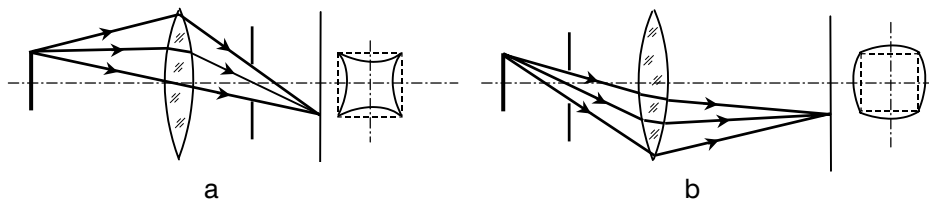
nančiose *Abės sinusų sąlyga*:

$$n y \sin u = n' y' \sin u'; \quad (1.8.1.1)$$

čia  $n$  ir  $n'$  – daikto terpės ir atvaizdo terpės lūžio rodikliai;  $y$  ir  $y'$  – mažų daikto ir atvaizdo atkarpų, statmenų optinei ašiai, ilgiai;  $u$  ir  $u'$  – kampai tarp krintančiojo ir išėjusiojo iš sistemos spindulio ir optinės ašies. Tada daikto atkarpėlių taškai yra jungtiniai, spindulių nueiti keliai vienodi ir daikto atvaizdas ryškus.

Taigi, norint gauti statmeno optinei ašiai paviršiaus mažų dalių stigmatinius atvaizdus, sukurtus plačių pluoštelių, jų skėsties kampų  $u$  ir  $u'$  sinusai turi tenkinti (1.8.1.1) sąlygą. Tada atvaizdas vadinamas *aplanatiniu*. Optinė sistema gali sukurti aplanatinį atvaizdą tik tam tikrais atstumais. Aplanatinio atvaizdo gavimas labai svarbus smarkiai didinančiuose mikroskopuose, kuriais tiriami maži objektai yra arti objektyvo židinio plokštumos ir skleidžia į objektyvą gana plačius spindulių pluoštelių. Ryškus atvaizdas pro mikroskopą matomas tada, kai tiriamasis objektas yra aplanatinėje plokštumoje, kurioje tenkinama Abės sinusų sąlyga.

**Distorsija.** Kai atvaizdo dalių ilginis didinimas nevienodas, sutrinka geometrinis daikto ir atvaizdo panašumas. Tokios rūšies aberacijos vadinamos *distorsija*. Kai ilginis didinimas didėja tolstant nuo optinės ašies, kvadrato atvaizdas įgauna „pagalvėlės“ formą (1.8.1.6 a pav.). Taip



1.8.1.6 pav. Distorsija

gaunama, kai pluoštelį ribojanti diafragma yra už lęšio. Jei diafragma yra prieš lęšį, didinimas atvaizdų lauko kraštuose mažesnis negu centre ir kvadrato atvaizdas įgauna „statinaitės“ formą (1.8.1.6 b pav.).

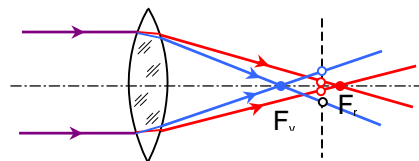
Dviejų lęšių sistemoje įdėjus diafragmą tarp lęšių galima beveik panaikinti distorsiją. Distorsija nepakeičia atvaizdo ryškio.

## 1.8.2. CHROMATINĖS ABERACIJOS

Visiems optiniams stiklams būdinga dispersija, todėl spindulio nuokrypio kampas lūžtant lęšyje priklauso nuo bangos ilgio. Kai šviesa baltoji, optinė sistema sukuria daugybę monochromatinių atvaizdų, kurių nei vieta, nei matmenys nesutampa. Dėl jų susiklojimo daikto atvaizdas tampa neryškus su spalvotais kraštais. Šis reiškinys vadinamas *chromatine aberacija*. Atvaizdo trūkumai dėl chromatinės aberacijos pasireiškia dvejopai:

1. Taško atvaizdai sistemos ašyje, sukurti įvairaus bangos ilgio šviesos spinduliais, yra skirtingu atstumu nuo sistemos – *atvaizdo vietos chromatismas* (arba *ilginis chromatismas*), t. y. nemonochromatinis šviesos pluoštelis fokusuojasi įvairiose optinės ašies atkarpos  $F_v, F_r$  vietose (1.8.2.1 pav.). Ekrane vietoj balto taško susikuria aibė spalvotų apskritimų.

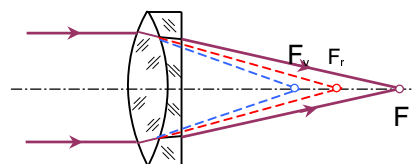
2. Skersinis didinimas atvaizdų, sukurtų skirtingo bangos ilgio spinduliais, gali būti skirtingas – *didinimo chromatismas*. Ši yda nepriklauso nuo pirmosios. Jei, pavyzdžiui, sistemos židiniai įvairiems bangos ilgiams sutampa, tai dėl optinės sistemos pagrindinių taškų skirtingos vietos įvairaus bangos ilgio spinduliams židinių nuotoliai skirtingi ir atvaizdo dalių skersiniai didinimai skirtingi. Dėl didinimo chromatismo baigtinių matmenų daiktų atvaizdai turi spalvotą apvadą.



1.8.2.1 pav. Chromatinė aberacija

Norint mažinti chromatinę aberaciją optinės sistemos sudaromos iš glaudžiamųjų ir sklaidomųjų lęšių, pagamintų iš stiklo su skirtinga dispersija. Panaikinti chromatinę aberaciją kiekvienam bangos ilgiui negalima (chromatinės aberacijos neturi veidrodžiai). Paprastai stengiamasi sutaptinti atvaizdus kuriems nors reikalingiems bangos ilgiams. Vizualiojo stebėjimo prietaisuose achromatizuojama  $\lambda_F = 480 \text{ nm}$  ir  $\lambda_C = 656 \text{ nm}$  bangos ilgiams. Tarpiniame spektro ruože chromatinė aberacija taip pat gerokai sumažėja.

Ilginę chromatinę aberaciją galima mažinti naudojant du plonus susiliečiančius lęšius (1.8.2.2 pav.), pagamintus iš skirtingos rūšies stiklo (pvz., iš flinto ir krono). Šių lęšių ilginė chromatinė aberacija yra priešingo ženklo ir bendra aberacija sumažėja.



1.8.2.2 pav. Achromatinis lęšis

Achromatinę sistemą galima sudaryti iš dviejų lęšių, pagamintų iš vienodo stiklo; tarpas tarp tų lęšių

$$l = \frac{f_1 + f_2}{2};$$

čia  $f$  – lęšių židinio nuotolis. Tokia sistema iš dalies ištaiso chromatinę aberaciją visiems bangų ilgiams, tačiau tai tik dalinis achromatizavimas, nes jis suvienodina atvaizdų kampinius didinimus, bet ne atvaizdų vietą (dėl skirtingos pagrindinių plokštumų vietos). Toks būdas taikomas žiūronų okuliaruose.

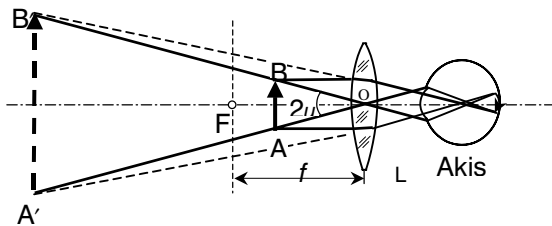
Sudėtingesnėmis sistemomis galima sutaptinti židinius trims skirtingiems bangos ilgiams. Tokie objektyvai (apochromatai) naudojami mikroskopuose.

Įvairių rūšių aberacijas mažinti galima tik konstruojant sudėtingas specialiai apskaičiuotas optines sistemas. Vienu metu pašalinti visų aberacijų negalima. Tenka ieškoti kompromisų: konstruojant optiką konkrečiam tikslui stengiamasi atsikratyti labiausiai nepageidaujamų trūkumų ir taikstyti su nevisišku kitų pašalinimu. Kiekvienas optinis prietaisas turi konkrečią paskirtį. Jei nedidelio kampinio regėjimo lauko teleskopuose pakanka pašalinti jų sukuriamą chromatinę ir sferinę aberaciją, tai mikroskopų objektyvuose ir fotoobjektyvuose su plačiu regėjimo lauku dar reikia pašalinti distorsiją ir atvaizdų lauko kreivį. Spektrinio prietaiso kolimatoriaus objektyvas neturi turėti sferinės aberacijos ir turi būti achromatizuotas, nes norint gauti lygiagrečių spindulių pluoštelį įeinamasis plyšys turi būti bendrame visiems bangos ilgiams židinyje.

## 1.9. OPTINIAI PRIETAISAI

Vizualieji optiniai prietaisai dažniausiai skirti regėjimo kampui bei skiriamajai gebai padidinti. Panagrinėsime keletą paprasčiausių vizualiųjų prietaisų.

**Lupa** (didinamasis stiklas). Paprasčiausia lupa sudaryta iš vieno teigiamojo (glaudžiamojo) lęšio. Lęšis  $L$  dedamas prieš akį (1.9.1 pav.) taip, kad stebimasis objektas  $AB$  būtų arti lęšio židinio plokštumos, šiek tiek arčiau prie lęšio. Tada lęšis sukuria tariamąjį tiesioginį padidintą



1.9.1 pav. Spindulių eiga lupoje

atvaizdą  $A'B'$  atstumu, kuriuo akis žiūri be akomodacijos (25 cm). Atvaizdo  $A'B'$  kampinius matmenis nusako kampas  $2u_0$ , lygus kampui, kuriuo matomas objektas  $AB$  iš lęšio centro  $O$ . Pažymėjus lęšio židinio nuotolį raide  $f$ , objekto matmenis – raide  $y$  gaunama tokia formulė:

$$2u = \frac{y}{f}.$$

Kampas, kuriuo akis mato objektą nenaudojant lęšio,

$$2u_0 = \frac{y}{l};$$

čia  $l$  – atstumas nuo akies iki objekto. Kadangi lupa dažniausiai naudojama daiktams, kurie gali būti bet kokių atstumu nuo akies, stebėti, tai atstumas  $l$  paprastai lygus geriausio matymo atstumui  $l_0$  (25 cm).

$$2u_0 = \frac{y}{l_0}.$$

Taigi lupa pakeičia tiriamojo objekto regėjimo kampinius matmenis

$$\gamma = \frac{u}{u_0} = \frac{l_0}{f} = \frac{25}{f \text{ (cm)}}$$

kartų. Dydis  $\gamma$  vadinamas *kampiniu lupos didinimu*.

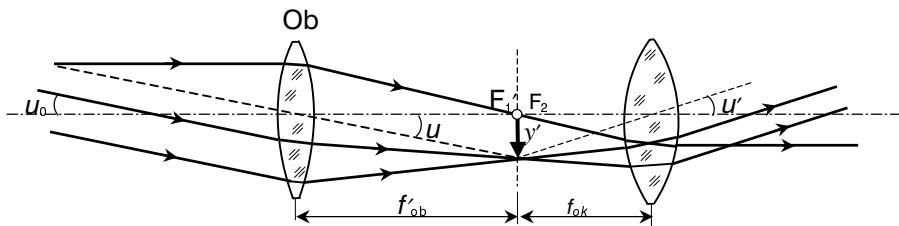
Norint sumažinti aberacijas lupa gaminama iš dviejų lęšių. Tokios lupos didina  $10 \div 20$  kartų.

Regėjimo lauko skersmuo naudojant lupą

$$\Phi = \frac{f D}{l_v};$$

čia  $D$  – apšviestos lupos dalies skersmuo,  $l_v$  – atstumas nuo akies vyzdžio iki lupos.

**Žiūronas** yra įtaisas tolimiems objektams stebėti. Žiūronas yra optinė sistema – pačių įvairiausių optinių prietaisų – teleskopų, žiūronų, taikiklių, tolinačių, periskopų ir kt. – sudedamoji dalis. Paprasčiausias žiūronas sudarytas iš dviejų pagrindinių dalių: objektyvo (Ob) ir okuliario (Ok). Jei objektas yra toli, jo atvaizdas sukuriamas objektyvo židinio plokštumoje. Objektyvo galinis židinytis sutampa su okuliario priekiniu židiniu (11.9.2 pav.). Toks žiūronas



1.9.2 pav. Žiūrono (teleskopo) optinė schema

sudaro *teleskopinę sistemą*. Lygiagrečiųjų spindulių pluoštelis krinta į teleskopinę sistemą ir iš jos išeina nepakitęs (spinduliai išlieka lygiagretūs). Šios sistemos optinė galia lygi nuliui, pagrindinės plokštumos yra begalybėje. Atvaizdo kampinis matmuo

$$2u = \frac{y'}{f'_{ob}};$$

čia  $y'$  – atvaizdo ilgis,  $f'_{ob}$  – objektyvo galinio židinio nuotolis. Okuliaras veikia kaip lupa, todėl jo sukurtą atvaizdą akis mato kampu

$$2u' = \frac{y'}{f_{ok}};$$

čia  $f_{ok}$  – okuliario priekinio židinio nuotolis.

Kadangi žiūrono ilgis, palyginti su atstumu iki objekto, mažas, plika akis objektą mato kampu  $2u_0 = 2u$ . Tada žiūrono kampinis didinimas

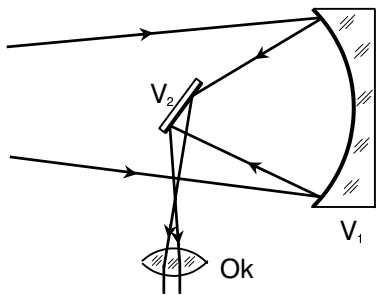
$$\gamma = \frac{2u'}{2u} = \frac{2u'}{2u_0} = \frac{f'_{ob}}{f_{ok}}.$$

Žiūrono kampinis didinimas tuo didesnis, kuo didesnis objektyvo židinio nuotolis ir kuo mažesnis okuliario židinio nuotolis.

Žiūronas sukuria apverstą stebimojo daikto atvaizdą. Jei žiūronas skirtas astronominiams objektams stebėti (teleskopai), apvertimas nesvarbu. Žiūronuose, skirtuose stebėjimams Žemėje, įtaisomos papildomos optinės sistemos (prizmės, veidrodžiai), apverčiančios atvaizdą taip, kad jis taptų tiesioginis. Tokie žiūronai vadinami *tiesiaivaizdžiais*.

Žiūronų objektyvai ir okuliarai yra sudėtingos optinės sistemos, sudarytos iš glaudžiamųjų ir sklaidomųjų lęšių, mažinančių aberacijas, t. y. ištaisiančios atvaizdų ydas.



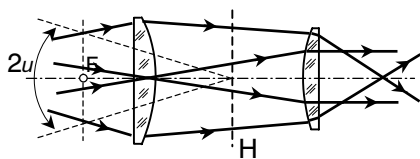


1.9.3 pav. Niutono atspindžio teleskopo optinė schema

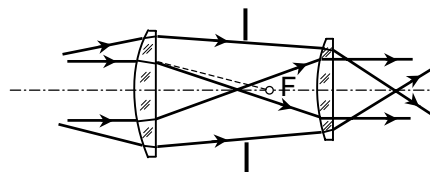
Be žiūronų ir teleskopų su lęšių sistemomis, sukurta sistema su atspindimaisiais veidrodžiais. Pirmąjį atspindžio teleskopą (1.9.3 pav.) sukūrė I.Niutonas (*Newton*). Šviesos pluoštelis iš objekto krinta į įgaubtąjį parabolinį veidrodį  $V_1$ , atsispindi nuo jo ir mažo plokščio veidrodėlio  $V_2$ ; židinio plokštumoje sukurta atvaizdas stebimas pro okuliarą Ok. Tokie teleskopai vadinami *reflektoriais*. Juose nėra chromatinės ir sferinės aberacijos.

**Okuliaras** yra optinės sistemos dalis atvaizdui, sukurtam prieš jį esančios sistemos (objektyvo), stebėti. Daugumos žiūronų okuliarų židinio nuotolis (nuo jo priklauso didinimas) yra  $(10 \div 40)$  mm. Priklausomai nuo regėjimo lauko didumo okuliarai skirstomi į okuliarus su normaliu regėjimo lauku ( $2u < 55^\circ$ ), su didesniu regėjimo lauku ( $55^\circ < 2u < 70^\circ$ ) ir plačiakampius ( $2u > 70^\circ$ ). Kadangi okuliarai sudaro vaizdus siaurais spindulių pluoštais, tai juose neturi būti pirmiausia komos, astigmatizmo, lauko kreivumo ir pagal galimybę sferinės ir chromatinės aberacijos, distorsijos.

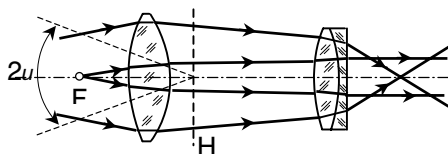
Paprastuose geodeziniuose įtaisuose naudojamas *Ramsdeno* (Ramsden) *okuliaras*



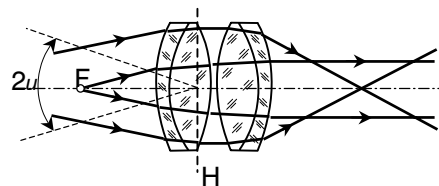
1.9.4 pav. Ramsdeno okuliaras



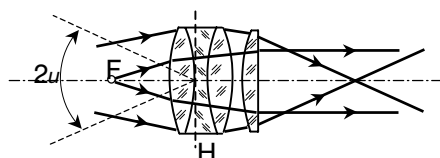
1.9.5 pav. Huiigenso okuliaras



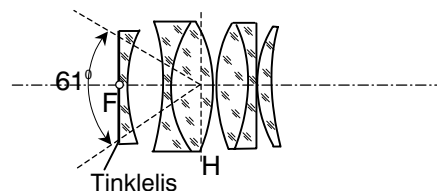
1.9.6 pav. Kelnerio okuliaras



1.9.7 pav. Simetrinis okuliaras



1.9.8 pav. Ortoskopinis okuliaras



1.9.9 pav. Plačiakampis okuliaras

(1.9.4 pav.). Chromatiškumas jame nepanaikintas, lauko aberacijos panaikintos kampui  $2u \approx 40^\circ$ .

Mikroskopuose naudojamas *Huigens* (Huygens) *okuliaras* (1.9.5 pav.). Priekinis jo židinytarys ir yra tarp lęšių. Geriau negu Ramsdeno okuliare sumažintas chromatiškumas.

Labiausiai paplitęs *Kelnerio* (Cölner) *okuliaras* (1.9.6 pav.), kuriame gerai sumažintos aberacijos  $2u = 45^\circ \div 50^\circ$  kampams.

*Simetrinis okuliaras* (1.9.7 pav.) naudojamas teleskopuose, gerai ištaisytos aberacijos kampams  $2u \approx 40^\circ$ .

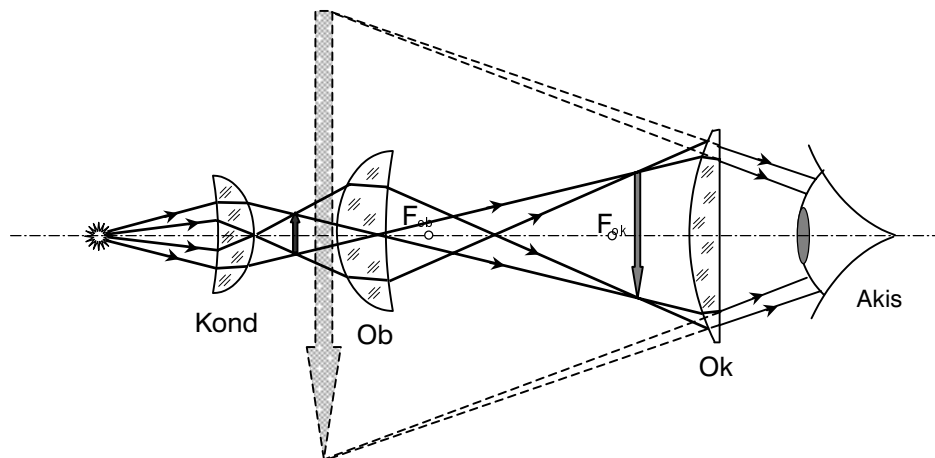
*Ortoskopinis okuliaras* (1.9.8 pav.) dažniausiai naudojamas mikroskopuose ir matavimo įtaisuose. Sumažintos visos aberacijos, ypač distorsija kampams  $2u \approx 40^\circ$ .

*Plačiakampio okuliaro* optinė schema pavaizduota 1.9.9 pav.

**Mikroskopas** yra optinis prietaisas, sukuriantis mažų objektų padidintą atvaizdą (arba – didinantis mažo objekto regėjimo kampą). Normali žmogaus akis geriausio regėjimo atstumu (25 cm) gali išskirti struktūrą, sudarytą iš linijų arba taškų, jei gretimi elementai yra ne mažesniu kaip 0,08 mm atstumu. Tačiau daugelio objektų (bakterijų, smulkių kristalų, metalų mikrostruktūros ir t. t.) matmenys yra gerokai mažesni. Tokie objektai tiriami įvairių rūšių mikroskopais. Mikroskopu nustatoma mažų objektų forma, matmenys, cheminė sudėtis. Optiniu mikroskopu galima skirti elementus, kurių tarpai yra iki 0,25  $\mu\text{m}$ .

Tiriamasis objektas dedamas arti objektyvo priekinio židinio plokštumos, aplanatinėje sistemos plokštumoje, kurioje tenkinama Abės sinusų sąlyga (1.8.1.1). Objektyvas sukuria tikrąjį, apverstą ir padidintą objekto atvaizdą (1.9.10 pav.) atstumu  $s$ . Ilginis objektyvo didinimas

$$\beta = \frac{s}{f_{ob}};$$



1.9.10 pav. Mikroskopo optinė schema

čia  $f_{ob}$  – objektyvo priekinio židinio nuotolis. Jei objekto ilginiai matmenys  $y$ , atvaizdo ilginiai matmenys

$$y' = y \frac{s}{f_{ob}}.$$

Okuliaras veikia kaip lupa, todėl žiūrint pro okuliarą atvaizdas matomas kampu

$$2u = \frac{y'}{f_{ok}};$$

čia  $f_{ok}$  – okuliario priekinio židinio nuotolis. Kampas, kuriuo matomas objektas žiūrint pro mikroskopą, lygus:

$$2u = y \frac{s}{f_{ob} f_{ok}}.$$

Plika akimi tas pats objektas būtų matomas kampu

$$2u_0 = \frac{y}{l_0};$$

čia  $l_0$  – nuotolis, kuriame tiriamas objekto atvaizdas (25 cm).

Mikroskopo kampinis didinimas

$$\gamma = \frac{2u}{2u_0} = \frac{l_0 s}{f_{ob} f_{ok}} = \gamma_{ob} \gamma_{ok}.$$

Atstumas  $s$  praktiškai lygus atstumui tarp objektyvo ir okuliario židinio plokštumų. Apytiksliai šis atstumas lygus mikroskopo vamzdžio ilgiui. Optinių mikroskopų didinimas siekia 2000 kartų.

Kad mikroskopo skiriamoji geba būtų didelė, jo objektyvas turi apimti kaip galima platesnį spindulių pluoštą, sklindantį iš objekto. Kad atvaizdas nebūtų iškraipytas dėl aberacijų, objektyvas yra gana sudėtinga sistema, sudaryta iš daug (10 ÷ 12) lęšių. Mikroskopo skyrą lemia šviesos difrakcija. Skyra priklauso nuo objektyvo skaitinės apertūros  $A = n \sin u$  (čia  $n$  – terpės tarp objekto ir objektyvo lūžio rodiklis,  $u$  – apertūros kampas) ir šviesos bangos ilgio. Mažiausias atstumas tarp dviejų švytinčių taškų, kuriuos galima išskirti mikroskopu, lygus:

$$s_{rib} = 0,51 \frac{\lambda}{n \sin u}.$$

Apskaičiuota, kad esant didžiausiai mikroskopo skiriamajai gebai atstumas tarp dar išskiriamų taškų lygus (0,3 ÷ 0,6)  $\mu\text{m}$ . Tai atitinka 500A ÷ 1000A mikroskopo didinimą (vadinamas naudinguoju mikroskopo didinimu).

Mikroskopais dažniausiai tiriami skaidrūs preparatai pereinančioje šviesoje. Objektai apšviečiami specialiomis apšvietimo sistemomis – kondensoriais. Apšvietiklio sistema turi kreipti

spindulius taip, kad susidarytų tolygi lauko apšvieta. Mikroskopo objektyvus ir okuliarus galima keisti, kad galima būtų gauti skirtingą didinimą.

Objektų stebėjimo metodai yra įvairūs, priklauso nuo bandinio pobūdžio. Bandinio struktūrą pro mikroskopą galima pamatyti tik tada, kai atskiros jo dalelės skiriasi viena nuo kitos arba nuo supančios terpės šviesos sugertimi, atspindžiu arba lūžio rodikliu. Taikomi šie stebėjimo metodai: šviesaus lauko metodas, imersinis metodas, stebėjimo poliarizuotoje šviesoje metodas, fazės kontrasto metodas, interferencinis metodas, mikrofotografijos metodas ir kt.

### Užduotys

1.1. Glaudžiamuoju lęšiu sukurto ekrane ryškaus atvaizdo ilgis  $a$ . Nejudinant objekto ir ekrano, lęšis pastumiamas tiek, kad ekrane vėl susidaro ryškus  $b$  ilgio atvaizdas. Koks yra daikto ilgis?

$$\text{Atsakymas: } x = \sqrt{ab}$$

1.2. Plonas glaudžiamasis lęšis (jo židinio nuotolis  $f_1 = 12$  cm) ir plonas sklaidomasis lęšis (jo  $f_2 = -10$  cm) sudaro centruotą optinę sistemą. Atstumas tarp lęšių 14 cm. Kur reikia pastatyti šviesos šaltinį, kad iš šios sistemos išeitų lygiagretus spindulių pluoštelis?

$$\text{Atsakymas: } x = 24 \text{ cm}$$

1.3. Toliaregio žmogaus geriausio matymo atstumas 100 cm. Kokios optinės galios akinius (kontaktinius lęšius) jis turi naudoti, kad galėtų normaliai skaityti (t. y. 25 cm atstumu)?

$$\text{Atsakymas: } \Phi = 3 D$$

1.4. Trumparegio žmogaus geriausio matymo atstumas 12 cm ir matymo riba 17 cm. Kokios optinės gebos akinius vartoti, kad žmogus galėtų gerai matyti tolimus daiktus ir koks bus tada geriausio matymo atstumas? Akiniai uždedami ant nosies, t. y. lęšiai yra 2 cm atstumu nuo akių.

$$\text{Atsakymas: } \Phi = 6,7 D; d_0 = 30 \text{ cm}$$

1.5. Nubraižykite objektyvo lęšių sistemą, jei konstrukciniai parametrai tokie:

$$r_1=27,6 \text{ cm}, r_2=\infty, r_3=-60,4 \text{ cm}, r_4=23,7 \text{ cm}, r_5=152,0 \text{ cm}, r_6=23,0 \text{ cm}, r_7=-37,0 \text{ cm};$$

$$d_1=4,0 \text{ cm}, d_2=4,0 \text{ cm}, d_3=1,8 \text{ cm}, d_4=5,8 \text{ cm}, d_5=1,3 \text{ cm}, d_6=4,9 \text{ cm};$$

$$n_1=1, n_2=1,6131, n_3=1, n_4=1,5780, n_5=1, n_6=1,5780, n_7=1,6130, n_1=1$$

čia  $r$  – kreivumo spindulys,  $d$  – lęšio storis,  $n$  – lūžio rodiklis)

1.6. Matuojant sklaidomojo lęšio židinio nuotolį, prie jo prigludžiamas glaudžiamasis lęšis. Ši sistema Saulės spindulius surenka 28,5 cm atstumu už lęšių. Kam lygus sklaidomojo lęšio židinio nuotolis, jei glaudžiamąjo lęšio židinio nuotolis 16 cm?

$$\text{Atsakymas: } -36,5 \text{ cm}$$

1.7. Iškilasis meniskas pagamintas iš stiklo, kurio lūžio rodiklis 1,50. Iškiliojo paviršiaus kreivumo spindulys 22,4 cm, o įgaubtojo 46,2 cm. Rasti židinio nuotolį.

$$\text{Atsakymas: } f = 89 \text{ cm}$$

1.8. Įrodyti, kad šviesos lūžio dėsnis  $n \sin \alpha = n' \sin \alpha'$  nusako spindulio optinio kelio minimumo sąlygą.

1.9. Sukurkite taškinio spinduolio atvaizdą centruota optine sistema, sudaryta iš dviejų suglaustų plonų lęšių: vienas glaudžiamasis, kitas skaidomasis. Abu lęšiai pagaminti iš tos pačios medžiagos ir jų paviršių kreivumo spindulių moduliai vienodi.

1.10. Nubraižykite centruotą optinę sistemą iš kelių atskirų elementų (lęšių, veidrodžių) ir sukurkite taškinių spindulių atvaizdą. Nubrėžkite bent tris variantus su skirtingais elementais ir skirtinga spindulio vieta.

1.11. Įgaubtojo veidrodžio paviršiaus kreivumo spindulys 40 cm. Kokių atstumų nuo veidrodžio poliaus turi būti daiktas, kad jo atvaizdas būtų netikras ir du kartus padidintas?

*Atsakymas:*  $a = 30$  cm

1.12. Jei užsidėti akinius, kurių lęšiai turi menisko formą su įgaubtu vidiniu paviršiumi, tai dažnai šalia įprastojo atvaizdo galima pamatyti sumažintą ryškaus nutolusio daikto atvaizdą. Paaiškinti.

1.13. Į horizontaliai paguldytą įgaubtą veidrodį pripilta vandens, kurio lūžio rodiklis 1,33. Veidrodžio paviršiaus kreivumo spindulys 60 cm. Koks šios sistemos židinio nuotolis? Vandens gylio gerokai mažesnis už kreivumo spindulį.

*Atsakymas:*  $f = 22,5$  cm

1.14. Kokių atveju ore esantis abipus iškilas lęšis, pagamintas iš stiklo, kurio lūžio rodiklis 1,5, bus sklaidomasis?

*Atsakymas:* storis  $d \approx 3(r_1 + r_2)$

1.15. Lęšis pagamintas iš stiklo, kurio lūžio rodiklis 1,5. Rasti į vandenį panardinto lęšio laužiamąją optinę gebą, jei ore jo židinio nuotolis 10 cm. Vandens lūžio rodiklis 1,33.

*Atsakymas:*  $\Phi = 2,5 D$

1.16. Remiantis Ferma principu gauti šviesos atspindžio nuo plokščiojo veidrodžio dėsnius.

1.17. Koks reflektoriumi sukuriama Saulės atvaizdo didumas, jei veidrodžio paviršiaus kreivumo spindulys 16 m? Saulės skersmuo  $1,4 \cdot 10^6$  km, atstumas nuo Saulės iki Žemės  $150 \cdot 10^6$  km.

*Atsakymas:*  $d = 7,5$  cm

1.18. Teleskopas nukreiptas į Saulę. Jo objektyvo židinio nuotolis 3 m. Okuliaras, kurio židinio nuotolis 50 mm, objektyvo sukurtą tikrąją Saulės atvaizdą projektuoja į ekraną, esantį 60 cm atstumu nuo okuliario. Ekraną plokštumą statmena teleskopo optinei ašiai. Rasti Saulės atvaizdo ekrane skersmenį, jei Saulės skersmuo danguje plika akimi matomas  $32'$  kampas.

*Atsakymas:*  $d = 0,312$  m

1.19. Į stiklo pleištą, kurio laužiamasis kampas  $10^0$ , statmenai į priekinę sienelę krinta siauras šviesos pluoštelis. Stiklo lūžio rodiklis 1,41. Kiek šviesių dėmelių matysime ekrane, pastatytame už pleišto?

*Atsakymas:* dvi

1.20. Stiklo prizmės laužiamasis kampas  $60^0$  ir lūžio rodiklis 1,52. Koks didžiausias spindulio nuokrypio kampas?

*Atsakymas:*  $\alpha_{\max} = 59^0 24'$

1.21. Prizmės laužiamasis kampas  $50^0$ , spindulių mažiausio nuokrypio kampas  $35^0$ . Koks bus mažiausio nuokrypio kampas, jei prizmė panardinama į vandenį, kurio lūžio rodiklis 1,33.

*Atsakymas:*  $\alpha_{\min} = 11^0$

1.22. Stebėtojas žiūri nuožulniai į daiktą tvenkinio dugne. Jo akys yra 1,5 m aukštyje virš vandens paviršiaus. Jam atrodo, kad daiktas yra 1 m gilyje ir 5 m atstumu nuo akies. Kokiame gilyje yra daiktas ir kokių atstumų nuo akies?

*Atsakymas:*  $h = 4,7$  m;  $l =$

1.23. Į lygiašonės didelio laužiamojo kampo prizmės pagrindą statmenai krinta platus lygiagrečių spindulių pluoštelis. Prizmės stiklo lūžio rodiklis 1,57, pagrindo plotis 5 cm. Rasti prizmės laužiamąjį kampą, jei 100 cm atstumu esančiame ekrane susidaro tamsus 1 cm pločio šešėlis.

$$\text{Atsakymas: } \alpha = 177^\circ$$

1.24. Viename tvenkinio, kurio forma yra  $\alpha$  kampo pleištas, krante gyvena žvejys. Jo namas yra  $h$  atstumu iki tvenkinio krašto ir  $l$  atstumu iki tvenkinio (pleišto) viršūnės. Kitame tvenkinio krante simetriškai išsidėstęs draugo namukas. Prie kranto yra valtelė. Raskite mažiausią laiką, per kurį žvejys iš savo namo nuvyks pas draugą. Žvejys sausuma juda greičiu  $v$  ir plaukia (jei reikia) dvigubai lėčiau.

1.25. Laivo dugne yra apskritas stiklo iliuminatorius, pro kurį galima stebėti jūros dugną. Iliuminatoriaus skersmuo 40 cm ir yra gerokai didesnis už stiklo storį. Rasti stebimo dugno plotą. Vandens lūžio rodiklis 1,4, atstumas iki dugno 5 m.

$$\text{Atsakymas: } 82 \text{ m}^2$$

1.26. Fotoaparato matinis stiklas taip nustatytas, kad jame aiškiai matomas 5 m atstumu nuo aparato esančio daikto atvaizdas. Iki kokio skersmens reikia diafragmuoti objektyvą, kad 0,5 m arčiau esančių daiktų atvaizdai būtų pakankamai ryškūs. Objektyvo židinio nuotolis 20 cm. Atvaizdo neryškumą laikyti nepastebimu, jei daikto kontūrų išplitimas neviršija 0,1 mm.

$$\text{Atsakymas: } d = 2,15 \text{ cm}$$

1.27. Į sulenktą šviesolaidį, kurio diametras  $D$  ir lūžio rodiklis  $n$ , krinta šviesos spindulys kampu  $\alpha$ . Rasti mažiausią sulenkimo spindulį.

$$\text{Atsakymas: } R = \frac{D}{2(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - 1)}$$

1.28. Šviesa krinta į siaurėjantį kūginį šviesolaidį kampu  $\alpha$ . Šviesolaidžio viršūnės kampas  $\varphi$ , lūžio rodiklis  $n$ , skersmuo įėjime  $D$ . Rasti šviesolaidžio ilgį, kuriame spindulys dar išliks šviesolaidyje.

$$\text{Atsakymas: } l = \frac{D}{\varphi} \left( 1 - \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - 1}} \right)$$

1.29. Įrodyti, kad du ploni lęšiai, kurių židinio nuotolis  $f_1$  ir  $f_2$  ir pagaminti iš tos pačios medžiagos, sudaro achromatinę židinio atžvilgiu sistemą, jei atstumas tarp jų  $l = (f_1 + f_2)/2$ .

1.30. Išreikšti sąlygą, kuriai esant storasis lęšis būtų achromatinis židinio atžvilgiu dviems kokiems nors spektro ruožams. Kokie lęšiai gali būti achromatiniai?

$$\text{Atsakymas: } d = \frac{n^2}{n^2 - 1} (r_2 - r_1)$$

## 2. FOTOMETRIJA

Optikoje dažnai tenka matuoti šviesos energiją, kurią perneša šviesos banga, taip pat dydžius, susijusius su šiuo parametru. Optikos šaka, kuri nagrinėja optinio ruožo elektromagnetinių bangų energijos matavimą, vadinama *fotometrija*.

Spinduliuotės energiją nusakantys dydžiai matuojami įprastiniais energijos, energijos srauto ir kt. vienetais. Šviesos technikoje svarbu ne tik objektyvi spinduliuotės intensyvumo energinė charakteristika, bet ir jos poveikio stebėtojo akiai matas. Todėl naudojami dvejetainiai vienetai: *energiniai* (vertinami pagal objektyvias energines charakteristikas) ir *šviesos techniniai* (vertinami pagal poveikį akiai).

**Spinduliuotės srautas** yra pagrindinis dydis, įvertinantis spinduliuotės energiją, patenkančią į matavimo prietaisus. Spinduliuotės srautas yra energijos kiekis, kurį elektromagnetinė banga perneša per vienetinę trukmę pro kuri nors paviršiaus plotą:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}.$$

Spinduliuotės srautas matuojamas galios vienetais – vatais (W).

**Spinduliuotės stipris.** *Energinis spinduliuotės stipris*  $I$  yra šaltinio spinduliuotės srautas  $d\Phi$  vienetiniame erdviniam kampe  $d\Omega$  tam tikra kryptimi:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}.$$

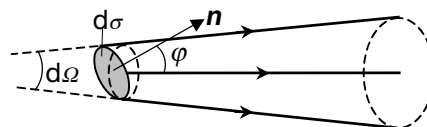
Konkreto spinduliuotės srauto didumas yra pastovus ir jo negalima padidinti jokiais optinėmis priemonėmis. Optinėmis sistemomis srautą galima tik skirstyti erdvėje. Pavyzdžiui, prožektoriuose paraboliniu veidrodžiu galima padidinti spinduliuotės stiprį viena kuria nors kryptimi, bet kitomis kryptimis stipris atitinkamai sumažėja.

Spinduliuotės stipris matuojamas vatais steradianui (W/sr).

**Skaistis.** Daugelis spinduliuotės šaltinių yra baigtinių matmenų. Jie nusakomi skaisčiu. *Energinis skaistis*  $L$  yra spinduliuotės stipris, tenkantis šaltinio paviršiaus projekcijos į plokštumą, statmeną spinduliuotės sklidimo (arba stebėjimo) kryptį, vienetiniam plotui.

Išskirkime šaltinio paviršiuje plotelį  $d\sigma$  (2.1 pav.) ir nagrinėkime šviesos srautą  $d\Phi$ , kurį skleidžia šis plotelis kryptimi, sudaranti kampą  $\varphi$  su normalę  $\mathbf{n}$ , mažame erdviniam kampe  $d\Omega$ . Šis srautas proporcingas erdviniam kampui, priklauso nuo plotelio  $d\sigma$  didumo, kampo  $\varphi$  ir nuo to, kaip ryškiai švyti paviršius. Tarsime, kad srauto  $d\Phi$  didumą nusako regimojo plotelio  $d\sigma$  matmenys, t. y. jo projekcija  $d\sigma_n$  į plokštumą, statmeną srauto sklidimo kryptį. Kadangi  $d\sigma_n = d\sigma \cos \varphi$ , tai

$$d\Phi = L d\sigma \cos \varphi d\Omega$$



2.1 pav. Skaisčio apibrėžtis

arba

$$L = \frac{d\Phi}{d\sigma \cos\varphi d\Omega} = \frac{dI}{d\sigma \cos\varphi} . \quad (2.1)$$

Dydis  $L$  vadinamas šaltinio skaisčiu kryptimi, nusakoma kampu  $\varphi$ . Taigi skaitis yra šviesos stiprio paviršinis tankis konkrečia kryptimi ir lygus šviesos stiprio ir švytinčio paviršiaus projekcijos į plokštumą, statmeną šiai kryptčiai, ploto dalmeniui.

Iš (2.1) formulės gaunama:

$$dI = L d\sigma \cos\varphi . \quad (2.2)$$

Iš (2.2) išplaukia, kad šviesos stipris kryptimi, sudarančia kampą  $\varphi$  su normale į paviršių, proporcingas šio kampo kosinusui. Tokie paviršiai vadinami *difuziškai švytinčiais*. Difuziškai švytinčio paviršiaus šviesos stipris yra didžiausias statmeną kryptimi ir lygus nuliui paviršiaus liestinės kryptimi.

Skaistis matuojamas vatais steradianui kvadratiniam metrui ( $\text{W}/\text{sr}\cdot\text{m}^2$ )

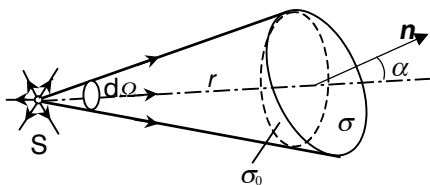
**Šviesis** (šviesumas). Su skaisčio samprata tampriai susijęs *šviesis*  $R$  – pilnutinis spinduliuotės srautas, skleidžiamas spinduliuotės paviršiaus  $\sigma$  į išorę visomis kryptimis (erdviniame kampe  $2\pi$ ). Energinį šviesį galima išreikšti tokiu sąryšiu:

$$R = \frac{\Phi}{\sigma} .$$

Šviesio ir skaisčio sąryšis:

$$R = 2\pi \int_0^{\pi/2} L \cos\varphi \sin\varphi d\varphi .$$

**Apšvieta.** Spindulinės energijos srautas gali sklisti iš kūnų ne tik dėl to, kad jie patys yra spinduliuotės šaltiniai, bet ir dėl kitų šaltinių skleidžiamos spinduliuotės sklaidos bei atspindžio nuo jų. Todėl svarbu žinoti kokio intensyvumo spinduliuotė krinta į tą arba kitą apšviesto kūno dalį. Tam naudojamas dydis, vadinamas *apšvieta*. Apšvietos samprata taikoma ne spinduliuotės šaltiniams, o nusako spinduliuotės energijos, krintančios į apšviečiamą paviršių, intensyvumą. *Energinė apšvieta*  $E$  yra srautas, tenkantis vienetiniam apšviestam paviršiui:



2.2 pav. Spinduliuotės srautas

$$E = \frac{d\Phi}{\sigma} .$$

Jei erdvėje yra laisvai orientuotas plotelis  $\sigma$  atstumu  $r$  nuo spinduliuotės šaltinio S (2.2 pav.), tai jis matomas erdviniu kampu

$$d\Omega = \frac{\sigma_0}{r^2} = \frac{\sigma \cos\alpha}{r^2} ;$$



Iš čia

$$\sigma = \frac{r^2}{\cos \alpha} d\Omega;$$

čia  $\alpha$  – kampas tarp spindulių krypties ir normalės  $n$  į plotelį. Šio paviršiaus apšvieta

$$E = \frac{d\Phi}{\sigma} = \frac{d\Phi \cos \alpha}{d\Omega r^2} = \frac{I \cos \alpha}{r^2}; \quad (2.3)$$

čia  $I = d\Phi/d\Omega$  – spindulio šviesos intensyvumas.

Iš (2.3) formulės išplaukia *apšvietos dėsnis*: plotelio apšvieta atvirkščiai proporcinga atstumo nuo taškinio spindulio kvadratui ir tiesiog proporcinga kosinusui kampo tarp spindulių srauto krypties ir normalės į plotelį.

Apšvieta ir šviesis matuojama vatais kvadratiniam metrui ( $\text{W}/\text{m}^2$ ).

Visi pateikti fotometriniai dydžiai yra objektyvūs energiniai spinduliuotės parametrai. Šiuos dydžius kiekybiškai galima nustatyti tokiu jutikliu, kuris vienodai reaguoja į skirtingo bangos ilgio krintančiosios spinduliuotės energiją. Tokie neatrankieji jutikliai yra termoelementai, bolometrai ir kt., jie reaguoja į visą į juos krintančią energiją ir keičia ją į šiluminę, kurią galima išmatuoti.

Be visuminių energinių spinduliuotės charakteristikų, svarbios yra ir spektrinės, nusakančios energijos (arba kitokio dydžio) skirstinį bangos ilgių (arba dažnių) atžvilgiu.

Šviesa yra tokių dažnių elektromagnetinė spinduliuotė, kurią jaučia žmogaus akis, tai yra maždaug (400 ÷ 750) nm bangos ilgių ruožas.

Šviesos suvokimo priklausomybę nuo šviesos bangos ilgio nusako jutiklio *spektrinė jaut* – dydis, atvirkščias kurio nors bangos ilgio monochromatinės spinduliuotės, sukeliančios vienodą poveikį šviesos jutikliui, galiai. Akis jautriausia 550 nm ilgio bangai.

Šviesos stipris yra vienas pagrindinių SI dydžių. Jis matuojamas kandelomis (cd). Kandelos didumą apibrėžia šviesos etalonas. Pirminis *šviesos etalonas* – juodasis kūnas, spinduliuojantis platinos kietėjimo temperatūroje (2042 K). Tokio spinduliuojančiojo kūno skaitis yra 60 kandelų kvadratiniam centimetrui. *Kandela* yra šviesos stipris tokio šaltinio, kuris tam tikra kryptimi skleidžia monochromatinę  $540 \cdot 10^{12}$  hercų dažnio  $1/683$  vato steradianui stiprio spinduliuotę.

Šviesos srautas matuojamas liumenais ( $1 \text{ lm} = 1 \text{ cd} \cdot \text{sr}$ ); *šviesos energija* – liumensekunde ( $\text{lm} \cdot \text{s}$ ); *apšvieta* – liuksais ( $1 \text{ lx} = 1 \text{ lm}/\text{m}^2$ ); *šviesis* – liumenais kvadratiniam metrui ( $\text{lm}/\text{m}^2$ ); *skaitis* – kandelomis kvadratiniam metrui ( $\text{cd}/\text{m}^2$ ).

## Užduotys

2.1. Virš stalo kabo lempa, kurią galima tik pakelti arba nuleisti. Ant stalo 1 m atstumu nuo statmens, nuleisto iš lempos į stalo plokštumą, padėta knyga. Kokiame aukštyje turi būti lempa, kad knygos apšvieta būtų didžiausia?

*Atsakymas:  $h = 0,7$  m*

2.2.  $25 \text{ m}^2$  ploto kvadratinio kambario centre pakabinta lempa. Kaip aukštai ją reikia pakabinti, kad kambario kampuose apšvieta būtų didžiausia?

*Atsakymas:  $h = 2,5$  m*

2.3. Ant optinio suolo iš eilės sustatyta ekranas E, taškinis spinduolis S, glaudžiamasis lęšis L ir plokščias veidrodis V. Atstumai tokie:  $ES = 2f$ ,  $SL = 2f$  ir  $LV = f$  (čia  $f$  – lęšio židinio nuotolis). Kaip pakis ekrano centro apšvieta plokščiąjį veidrodį pastūmus dar atstumu  $f$  nuo lęšio?

*Atsakymas: padidės 1,6 karto*

2.4. Kiek kartų padidės popieriaus apšvieta Saulės spinduliais, jei jame 4 dioptrijų ir 6 cm skersmens lęšiu gaunamas Saulės atvaizdas? Saulės kampinis skersmuo  $32'$

*Atsakymas: 678 kartus*

2.5. Fotografuojant objektą, apšviestą 100 w lempa, esančią 1 m atstumu, reikia 8 s ekspozicijos trukmės. Kokios ekspozicijos trukmės reikia apšviečiant dviem 100 w lempom, iš kurių viena yra 3 m, o kita 4 m atstumu?

*Atsakymas:  $\tau = 46$  s*

2.6. Planeta stebima teleskopu, kurio objektyvo skersmuo 80 mm, jo židinio nuotolis 8 cm, okuliaro židinio nuotolis 50 mm. Kaip pakis planetos atvaizdo apšvieta, jei okuliaras pakeičiamas kitu, kurio židinio nuotolis 10 cm?

*Atsakymas: nepakis*

2.7. Uždaros dėžės viršuje yra apskrita anga. Dėžės aukštis 1 m. Kaip pakis dėžės dugno apšvieta, jei į angą įstatoma vienos dioptrijos lęšis? Į dėžę krinta išsklaidyta šviesa.

*Atsakymas: nepakis*