

Parengė Donatas Majus, VU FF absolventas

**1. Dėžutė su smėliu, kurios masė  $M$ , guli ant horizontalios plokštumos, trinties koeficientas  $\mu$ . Kampu  $\alpha$  su vertikale ir greičiu  $v$  į dėžutę pataiko  $m$  masės kulka ir susminga į smėlį. Po kiek laiko dėžutė nustos judėti? Kokiems kampams  $\alpha$  dėžutė iš viso nepajudės?**

**Sprendimas**

Kulkos stabdymas smėlyje įvyksta per laiką  $\tau$ . Tuo laiko tarpu padidėja dėžutę veikianti atramos reakcijos jėga ir atsiranda trinties jėga. Laikome, kad smūgio jėga didelė, tad laiko tarpu  $\tau$  sunkio jėgų nepaisome.

Pagal judesio kiekio tvermės dėsnį smūgio metu

$$\begin{cases} mv \cos \alpha = N' \tau, \\ (M + m)u = mv \sin \alpha - \mu N' \tau, \end{cases}$$

Stabdymo laikas (po smūgio):

$$\begin{aligned} t &= \frac{(M + m)u'}{\mu(M + m)g} = \frac{mv \sin \alpha - \mu N' \tau}{\mu(M + m)g} = \\ &= \frac{mv \sin \alpha - \mu mv \cos \alpha}{\mu(M + m)g} = \frac{mv(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\mu(M + m)g}. \end{aligned}$$

Dėžutė visai nepajudės, jei:

$$\sin \alpha < \mu \cos \alpha,$$

$$\tan \alpha < \mu.$$

**2. Ant slidžių grindų padėtas indas su vandeniu. Vandens tankis  $\rho_0$ , o tūris  $V_0$ . Ant indo dugno tupi vabalas, kurio tūris  $V$ , tankis  $\rho$ . Vabalas pradeda ropoti greičiu  $u$  indo atžvilgiu. Kokiu greičiu juda indas grindų atžvilgiu? Į indo masę neatsižvelkite.**

**Sprendimas**

Galime įsivaizduoti, kad visą indą turį užima vanduo,

o vabalas atitinka papildomą masę

$$m' = V(\rho - \rho_0).$$

Tokiu atveju, vabalui judant, vanduo nejudės indo atžvilgiu.

Kadangi neveikia jokios išorinės horizontalios jėgos, pagal

judesio kiekio tvermės dėsnį:

$$m'(v - u) = Mu,$$

$$u = v \frac{m'}{m' + M} = v \frac{V(\rho - \rho_0)}{V(\rho - \rho_0) + (V_0 + V)\rho_0}$$

Jei  $V \ll V_0$ , tai:

$$u \approx v \frac{V(\rho - \rho_0)}{V_0 \rho_0}.$$



**3. Dviem vienodiems kūnams suteikiamas vienodas greitis, paleidžiant juos tuo pačiu kampu su horizontu. Pirmasis kūnas paleidžiamas skrieti laisvai, o antrasis be trinties juda tiesiu vamzdžiu. Kuris iš jų pakils aukščiau?**

**Sprendimas**

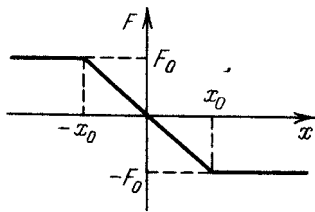
Antrasis, nes jo visa kinetinė energija virs į potencinę, tuo tarpu pirmasis aukščiausioje trajektorijos taške dar turės kinetinės energijos (dėl horizontalios greičio dedamosios). Kadangi abiejų kūnų pradinės energijos vienodos, antrasis pakils į didesnę aukštį.

4. Jėgos, veikiančios dalelę, priklausomybė nuo koordinatės pavaizduota paveikslėlyje. Raskite, kaip priklauso potencinė energija nuo koordinatės. Nubraižykite šią priklausomybę. Kokioje erdvės dalyje (koordinatinių dalyje) judės dalelė, jei jos didžiausia kinetinė energija  $K$ ? Šia sritį pažymėkite nubraižytame grafike.

### Sprendimas

Tegul potencinė energija bus skaičiuojama nuo koordinatinių pradžių.

Kadangi  $F(x) = -F(x)$ , t.y. jėga simetriška koordinatinių pradžių taškui, potencinės energijos funkcija bus lyginė  $U(x) = U(-x)$ .



$$U(0) = 0.$$

$$U(x) = \int_0^x -F dx,$$

$$0 < x < x_0 :$$

$$U(x) = \int_0^x \frac{F_0}{x_0} x dx = \frac{1}{2} \frac{F_0}{x_0} x^2.$$

$$x > x_0 :$$

$$U(x) = U(x_0) + \int_{x_0}^x F_0 dx = \frac{1}{2} F_0 x_0 + F_0 (x - x_0) = F_0 x - \frac{1}{2} F_0 x_0,$$

Apibendrinus ir kai  $x < 0$  :

$$U(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{F_0}{x_0} x^2, & -x_0 < x < x_0 \\ F_0 |x| - \frac{1}{2} F_0 x_0, & x < -x_0 \cup x > x_0 \end{cases}$$

Dalelė judės regione  $x$ , kuris randamas iš:

$$K(x) \leq U(x).$$