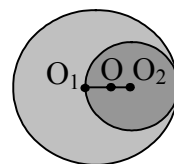


Lietuvos moksleivių XVIII fizikos čempionatas

2006 12 02

Kaunas, Klaipėda, Šiauliai, Vilnius

1. Spindulio R vienalyčiame diske, kaip pateikta paveiksle, išpjauta $R/2$ spindulio anga ir užpildyta medžiaga, kurios tankis 11 kartų didesnis už disko medžiagos tankį. Kurioje vietoje yra gautojo kūno masės centras?



Gautas kūnas lygivertis dviejų pilnų diskų sistemai: spindulio R ir medžiagos tankio ρ bei spindulio $R/2$ ir medžiagos tankio 10ρ . Tų diskų masės $m_1 = \pi R^2 d\rho$ ir $m_2 = \pi(R/2)^2 d \cdot 10\rho = 2,5\pi R^2 d\rho$, o jų masių centrai yra atitinkamų apskritimų centrai O_1 ir O_2 . Tada $O_1 O m_1 = O_2 O m_2$, $O_1 O = R m_2 / (m_1 + m_2) = 10R / 11$.

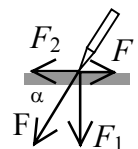
2. Du kūnai kurių medžiagos tankiai yra ρ_1 ir ρ_2 , ore sveria vienodai. Kūnai prikabinami svirties galuose ir panardinami į tankio ρ skystį. Koks turi būti svirties pečių santykis, kad svirtis būtų pusiausvira?

Pažymime oro tankį ρ_0 . Tada $m_1(1 - \rho_0 / \rho_1) = m_2(1 - \rho_0 / \rho_2)$, $m_1 / m_2 = (1 - \rho_0 / \rho_2) / (1 - \rho_0 / \rho_1)$. Esant pusiausvyrai $l_1 m_1(1 - \rho / \rho_1) = l_2 m_2(1 - \rho / \rho_2)$, $l_1 / l_2 = (\rho_1 - \rho_0)(\rho_2 - \rho) / (\rho_1 - \rho)(\rho_2 - \rho_0)$.

3. Skystis teka greičiu v vamzdžiu, kurio pjūvis – kvadratas su kraštine a . Vamzdžio galas susiaurėja iki kvadrato su kraštine $a/8$, ir pro jį vertikaliai aukštyn trykšta skysčio čiurkšlė. Kokių greičiu skystis išteka iš vamzdžio? Į kokį aukštį pakyla skysčio čiurkšlė? Pasipriešinimo nepaisykite.

Per 1 s vamzdžiu pratekančio skysčio tūris $V = va^2$, todėl pro susiaurėjusį galą jis trykš greičiu $v' = V / (a/8)^2 = 64v$ ir pakils į aukštį $h = v'^2 / 2g = 2048v^2 / g$.

4. Slinkdamas popieriumi pieštukas brėžia pakankamai ryškia liniją, kai susidaro ne mažesnė kaip 0,1 N trinties jėga. Pieštuką veikia 0,8 N jėga, sudaranti kampą α su popieriaus paviršiumi. Kokiems kampams α esant pieštukas brėš pakankamai ryškia liniją? Trinties koeficientas tarp pieštuko ir popieriaus 0,3.



Trinties jėga tarp pieštuko ir popieriaus $F' = \mu F_1 = \mu F \sin \alpha$ turi būti ne mažesnė už 0,1 N, todėl $\alpha_{\min} = \arcsin(F_0 / \mu F)$, $\alpha_{\min} = 25^\circ$. Trinties jėga turi būti ne didesnė už jėgos F dedamąją F_2 , lygiagrečią popieriaus paviršiumi, todėl $F \cos \alpha_{\max} = \mu F \sin \alpha_{\max}$, $\operatorname{tg} \alpha_{\max} = 1 / \mu$, $\alpha_{\max} = 73^\circ$.

5. Strypas, kurio ilgis 1 m, gali sukurti vertikaloje plokštumoje aplink nejudančią ašį O. Šio strypo galuose 0,4 m ir 0,6 m atstumu nuo sukimosi ašies O pritvirtinti du maži kūnai, kurių masės atitinkamai yra 6 kg ir 3 kg. Pradiniu laiko momentu strypas yra horizontalioje padėtyje. Koks bus kūno greitis žemiausiame nusileidimo taške? Strypo masės nepaisykite.

Palyginę sunkio jėgos sukuriamus jėgos momentus pastebime, kad 6 kg masės kūnas leis žemyn, o 3 kg masės kūnas kils į viršų. Panaudojame energijos tvermės dėsnį: $m_1 v_1^2 / 2 + m_2 v_2^2 / 2 = m_1 g l_1 - m_2 g l_2$. Kadangi $v_1 / v_2 = l_1 / l_2$, gauname $v_1 = \sqrt{2g(m_1 l_1 - m_2 l_2) / (m_1 + m_2 l_2^2 / l_1^2)}$, $v_1 = 0,96$ m/s.

6. Į termosą su vandeniu, kurio temperatūra $t = 40$ °C, įleidžiamas buteliukas su kūdikio maistu. Pakankamai ilgai palaikytas vandenyje buteliukas sušyla iki temperatūros $t_1 = 36$ °C. Po to jis išimamas ir į termosą įleidžiamas kitas lygiai toks pats buteliukas su maistu. Iki kokios temperatūros sušils antrasis buteliukas? Pradinė abiejų buteliukų temperatūra lygi $t_0 = 18$ °C.

Vandens šiluminę talpą pažymim C , buteliuko su maistu C' . Rašome šilumos balanso lygtis:

$$C(t - t_1) = C'(t_1 - t_0), \quad C(t_1 - t_2) = C'(t_2 - t_0).$$

Iš tų lygčių gauname $t_2 = [t_1(t_1 - t_0) + t_0(t - t_1)] / (t - t_0)$, $t_2 = 32,7$ °C.

7. Į kalorimetrą, kuriame yra 100 g 20 °C temperatūros vandens, įpilama 0,3 kg lydymosi temperatūros išlydyto aliuminio. Kokia temperatūra nusistovės kalorimetre? Kalorimetro šiluminės talpos nepaisykite. Vandens savitoji šiluma 4,2 kJ/(kg K), vandens savitoji garavimo šiluma 2,3 MJ/kg, aliuminio savitoji lydymosi šiluma 0,38 MJ/kg, aliuminio savitoji šiluma 0,88 kJ/(kg K), aliuminio lydymosi temperatūra 660 °C. Kalorimetro šiluminės talpos nepaisykite.

Sustingdamas ir atšaldamas iki 100 °C temperatūros aliuminis išskiria šilumą $Q = m_a[\lambda + c_a(t_a - 100)]$, $Q = 72500$ J. Vandeniui pašildyti iki 100 °C temperatūros reikalinga šiluma $Q' = m_v c_v(100 - t_v)$, $Q = 67200$ J. Taigi, aliuminis išskiria daugiau šilumos, negu reikia vandeniui užvirinti (lieka $Q - Q' = 5300$ J) visam vandeniui išgarinti reikėtų $Q'' = qm_v$, $Q'' = 230000$ J šilumos. Taigi, vanduo įkais iki 100 °C temperatūros ir dalis vandens išgaruos.

8. Du rutuliukai gali laisvai slankioti nejudančiu nelaidžiu elektrai spindulio r žiedu. Rutuliukams suteikiami vienodi elektros krūviai q , o žiedas su rutuliukais patalpinamas į pastovų elektrinį lauką, kurio stipris E lygiagretus žiedo plokštumai. Raskite kampo, kurį sudaro spinduliai, išvesti iš rutuliukų į žiedo centrą, skaitinę vertę stabilios pusiausvyros atveju. $16\pi\epsilon_0 r^2 E/q = 1$. Nuoroda: lygties $x^3 + px + q = 0$ viena iš šaknų

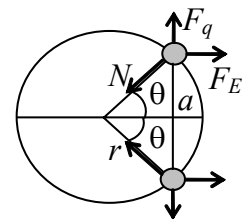
$$x = \sqrt[3]{-q/2 + \sqrt{q^2/4 + p^3/27}} + \sqrt[3]{-q/2 - \sqrt{q^2/4 + p^3/27}} \quad (\text{Kardano formulė}).$$

Stabilios pusiausvyros padėtis pateikta paveiksle. Rutuliukai išsidėsto simetriškai lygiagretaus lauko kryptį apskritimo skersmens atžvilgiu.

$$F_q = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (2r \sin \theta)^2}, \quad F_E = qE, \quad \text{tg} \theta = \frac{F_q}{F_E} = \frac{q}{16\pi\epsilon_0 E r^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta}.$$

Pažymėję $x = \text{ctg} \theta$ ir įrašę konstantų išraiškos skaitinę vertę gauname lygtį $1/x = 1 + x^2$, $x^3 + x - 1 = 0$, kurios viena iš šaknų

$$x = \sqrt[3]{1/2 + \sqrt{1/4 + 1/27}} + \sqrt[3]{1/2 - \sqrt{1/4 + 1/27}} = 0,68, \quad \theta = 55,7^\circ, \quad \alpha = 2\theta = 111,4^\circ.$$

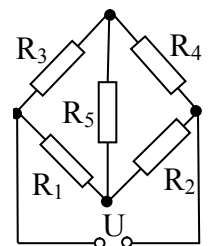


9. Kokia elektrinė galia išsiskirs pavaizduotoje grandinėje, jei varžos $R_1=2 \Omega$, $R_2=4 \Omega$, $R_3=3 \Omega$, $R_4=6 \Omega$, $R_5=10 \Omega$, o įtampa $U=12$ V.

Pagal varžų vertes lengva pastebėti, rezistoriaus R_5 gnybtuose įtampa lygi nuliui, todėl tuo rezistoriumi elektros srovė neteka. Likusių keturių rezistorių varža yra

$$R = (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)/(R_1 + R_2 + R_3 + R_4), \text{ o juose išsiskirianti galia}$$

$$P = U^2 / R = U^2 (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)/(R_1 + R_2)(R_3 + R_4), \quad P = 40 \text{ W}.$$

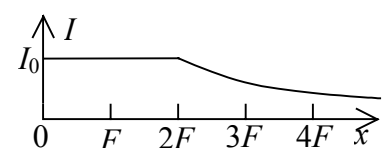
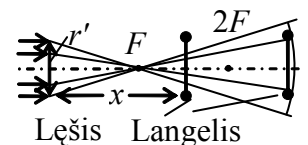


10. Į apvalų r spindulio fotoelemento langelį statmenai nukreipus lygiagrečių šviesos spindulių pluoštelį fotoelementas sukuria I stiprio elektros srovę. Prieš fotoelemento langelį statomas langelio didumo glaudžiamasis lęšis, kurio židinio nuotolis $F \gg r$. Kaip priklauso fotoelemento sukuriama elektros srovės stipris nuo atstumo tarp lęšio ir fotoelemento langelio, jei srovės stiprio kvadratas tiesiai proporcingas vidutinei apšvietai?

Sakykim, kad į fotoelemento langelį krinta šviesos srautas Φ , tolygiai pasiskirstęs visu langelio paviršiumi. Tada sudaroma vidutinė apšvieta $E_0 = \Phi / 2\pi r^2$ ir

sukurama elektros srovė stiprio $I_0 = k\sqrt{\Phi / 2\pi r^2}$, čia k – proporcingumo koeficientas. Iš paveikslo matyti, kad atstumui x tarp lęšio ir fotoelemento langelio esant $0 \leq x \leq 2F$ į langelį patenka visas srautas, todėl elektros srovės stipris nekinta. Kai $x > 2F$ šviesos srautas pasiskirsto visoje besiskleidžiančio pluošteliu apribotoje sferos paviršiaus dalyje, o elektros srovę sukuria tik tenkanti langeliui srauto dalis, praeinanti pro spindulio r lęšio vidurinę dalį.

Todėl $I / I_0 = r' / r = F / (x - F)$.



Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2006 12 12.