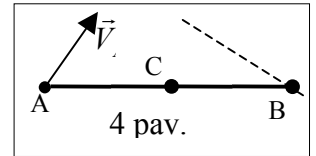
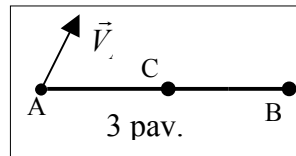
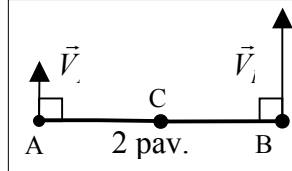
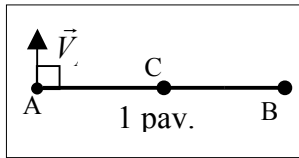


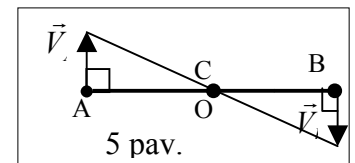
ČEMPIONATO UŽDUOTYS IR UŽDUOČIŲ
RENGĖJŲ OFICIALŪS AIŠKINAMIEJI UŽDUOČIŲ SPRENDIMAI

1 uždutis. Kiekvieną iš žemiau pateiktų klausimų reikia išspręsti grafiškai. \vec{V}_A , \vec{V}_B ir \vec{V}_C žymi strypo galų ir jo centro greičius. a) Raskite \vec{V}_B , jeigu $V_C = 0$ (1 pav.). b) Raskite \vec{V}_C (2 pav.). c) Raskite \vec{V}_B , jeigu $|\vec{V}_A| = |\vec{V}_B|$ (3 pav.). d) Raskite greitį \vec{V}_B , kai jo kryptis pažymėta punktyru (4 pav.). e) Raskite \vec{V}_B , jeigu $|\vec{V}_A| = |\vec{V}_C|$ (3 pav.).

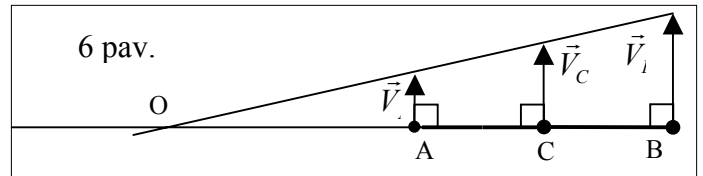


Sprendimas.

a) Jeigu taškas C nejuda, jis yra akimirksninis sukimosi centras O ir greitis \vec{V}_B stamenas strypui (5 pav.).

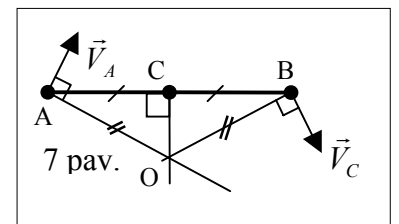


b) Kadangi greičiai yra statmeni strypui, akimirksninis sukimosi centras O yra ant strypo tęsinio, o atstumai OA, OB ir OC proporcingi greičiams (6 pav.).

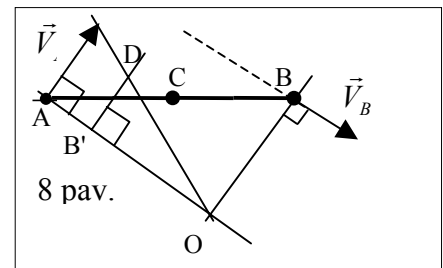


c) Braižome liniją, statmeną \vec{V}_A . Joje guli akimirksninis sukimosi centras O.

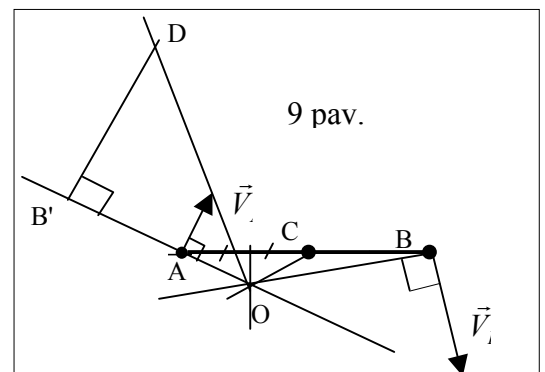
Kadangi $|\vec{V}_A| = |\vec{V}_B|$, atstumas OA turi būti lygus OB (7 pav.).



d) Braižome liniją, statmeną \vec{V}_A , ir liniją, statmeną punktirinei. Jų susikirtimas ir yra akimirksninis sukimosi centras O. Iš papildomo trikampio OB'D ($OB = OB'$) randame $|\vec{V}_B| = B'D$ ilgį (8 pav.).



e) Braižome liniją, statmeną \vec{V}_A . Joje randame tašką O, tokį, kad $OA = OC$. Tai akimirksninis sukimosi centras. Išvedame OB ir jai stameną liniją, nusakančią \vec{V}_B kryptį. Toliau randame \vec{V}_B ilgį kaip ir punkte d) (9 pav.).



2 uždutis. Pieno gamintojai tvirtina, kad nuriebindo pieno maistinė vertė $Q = 1,33 \text{ MJ/kg}$. Iš šio pieno pagamino ledus ir atšaldė taip, kad jų reali maistinė vertė sumažėtų dvigubai. Ar galima valgyti tokius ledus? Laikykite, kad pieno fizinės savybės sutampa su vandens savybėmis. Vandens savitoji šiluma $c = 4,2 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{°C)}$, vandens savitoji lydymosi šiluma $\lambda = 330 \text{ kJ/kg}$, o ledo savitoji šiluma $q = 2,1 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{°C)}$.

Sprendimas.

Pažymėsime pradinę ledų temperatūrą T_x .

Suvalgius masės m ledų, jų temperatūrą organizmas pakels iki savo vidinės temperatūros, sakykime $T_o = 37 \text{ °C}$. Pagal

sąlygą tam reikalingas šilumos kiekis sudarys pusę jų maistinės vertės: $\frac{1}{2}Qm = m(-T_x q + \lambda + T_o c)$.

Iš čia randame ledų temperatūrą: $T_x = \frac{1}{q} \left(T_o c + \lambda - \frac{1}{2}Q \right) \approx -85 \text{ (°C)}$. Akivaizdu, kad valgyti tokių šaltų ledų negalima.

Uždutį ir jos oficialų aiškinamąjį sprendimą parengė Teorinės fizikos ir astronomijos institutas.

3 uždutis. Dvi vienodos plokščiadugnės prakiurusios valtys buvo remontuojamos skirtingose įmonėse. Vienoje įmonėje valtės dugnas buvo padengtas d storio plastiko sluoksniu iš išorinės pusės, kitoje – tokio pat storio plastiko sluoksniu iš vidinės pusės. Po remonto abiejų valčių panirimo gylis padidėjo vienodu dydžiu h . Kokio tankio plastiką panaudojo kiekviena įmonė? Vandens tankis ρ_0 .

Sprendimas

Valties plūduriavimo sąlyga: $mg = \rho_0 l S g$, čia m – valtės masė, ρ_0 – vandens tankis, l - valtės panirimo gylis, S – valtės dugno paviršiaus plotas. Pirmoji įmonė padengė dugną plastiką iš išorinės pusės, todėl:

$$mg + \rho_1 d S g = \rho_0 (l + d + h) S g, \text{ čia } \rho_1 \text{ – pirmosios įmonės naudoto plastiko tankis. } \rho_1 = \frac{\rho_0 (d + h)}{d}.$$

Antroji įmonė padengė dugną plastiką iš vidinės pusės, todėl: $mg + \rho_{21} d S g = \rho_0 (l + h) S g, \rho_2 = \frac{\rho_0 h}{d}$.

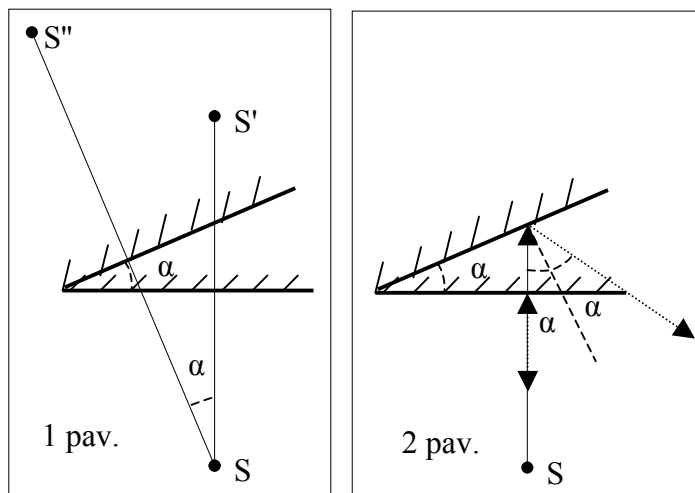
Uždutį ir jos oficialų aiškinamąjį sprendimą parengė Šiaulių universitetas.

4 uždutis. Gitana lazeriniu žibintuvėliu apšviečia veidrodines duris ir stebi žibintuvėlio atvaizdą. Durys prasiveria mažu kampu α . Kokiu kampu nuo pradinės stebėjimo krypties pasisuka žibintuvėlio atvaizdas veidrodyje? Kokiu kampu pasisuks atsispindėjęs spindulys?

Sprendimas

Atvaizdas S' veidrodyje yra simetriškas šaltiniui S veidrodžio plokštumos atžvilgiu (1 pav.). Iš paveiklo matyti, kad pasisukus veidrodinėms durims kampu α , atvaizdas S'' irgi pasisuks kampu, lygiu durų pravėrimo kampui α (kaip kampai su atitinkamai statmenomis kraštinėmis).

Pagal atspindžio dėsnį kritimo kampas lygus atspindžio kampui, todėl iš 2 paveiklo matyti, kad atsispindėjęs spindulys pasisuks kampu 2α (nuo pradinės stebėjimo krypties).



Uždutį ir jos oficialų aiškinamąjį sprendimą parengė Šiaulių universitetas.

5 uždutis. Matematinė svyruoklė svyruoja arti vertikalios sienos. Po svyruoklės pakabinimo tašku atstumu, lygiu pusei svyruoklės ilgio, sienoje įkalta vinis. Paleista svyruoti svyruoklė grįžta į pradinę padėtį po laiko T . Kokio ilgio l yra matematinė svyruoklė?

Sprendimas

Svyruoklei pereinant pusiausvyros padėtį, ji užkliūna už vinies, todėl svyruoklės ilgis pasidaro perpus trumpesnis.

Svyravimo periodas bus lygus: $T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$. $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ - l ilgio matematinės svyruoklės periodas,

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2g}} - \text{ilgiui } \frac{\ell}{2}. \text{ Todėl } T = \pi\left(\sqrt{\frac{\ell}{g}} + \sqrt{\frac{\ell}{2g}}\right). \text{ Iš čia: } \ell = 2g\left(\frac{T}{\pi(1+\sqrt{2})}\right)^2.$$

Užduotį ir jos oficialų aiškinamąjį sprendimą parengė Šiaulių universitetas.

6 uždavimas. Kambarys šildomas šildytuvu. Jei lauke oro temperatūra lygi -20°C , tai kambaryje tuo pačiu metu temperatūra yra 20°C , o jei lauke temperatūra lygi -40°C , tai kambaryje tik 10°C . Suraskite apšildančio kambarį šildytuvo paviršiaus temperatūrą T , kuri palaikoma pastovi.

Sprendimas

Sprendžiant šį uždavinį svarbu suvokti, kad per laiko vienetą perduota šiluma yra proporcinga temperatūrų skirtumui. Tada kambariui suteikiama šildytuvo šiluminė galia lygi

$$W_1 = k_1(T - T_K),$$

kur k_1 yra tam tikras koeficientas. Tuo tarpu šiluma išsisklaidžiusi iš kambario į lauką, lygi

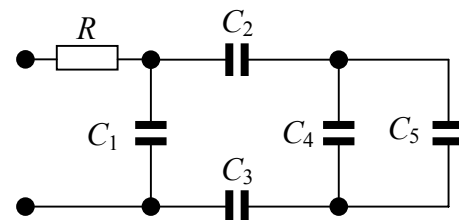
$$W_2 = k_2(T_K - T_L),$$

kur k_2 yra kitas koeficientas. Pagal šiluminės pusiausvyros sąlygas šildytuvo suteikiama šiluma lygi iš kambario į lauką išėjusiai šilumai, todėl galima parašyti lygtį $k_1(T - T_K) = k_2(T_K - T_L)$. Analogiškai antru atveju $k_1(T - T_{K2}) = k_2(T_{K2} - T_{L2})$.

$$\text{Padalinus vieną lygtį iš kitos: } \frac{(T - T_{K1})}{(T - T_{K2})} = \frac{(T_{K1} - T_{L1})}{(T_{K2} - T_{L2})}. \text{ Iš čia išreiškiame } T: T = \frac{T_{K2}T_{L1} - T_{K1}T_{L2}}{T_{K2} + T_{L1} - T_{L2} - T_{K1}} = 60^\circ\text{C}.$$

Užduotį ir jos oficialų aiškinamąjį sprendimą parengė Vytauto Didžiojo universitetas.

7 uždavimas. Raskite pavaizduotos schemos bendrąją talpą. Schemą prijungę prie įtampos U šaltinio. Raskite krūvį Q_1 , susikaupusį kondensatoriuje C_1 , ir krūvį Q_4 , susikaupusį kondensatoriuje C_4 . Prieš prijungiant šaltinį kondensatoriai nebuvo įelektrinti.



Sprendimas

Bendra sistemos talpa:

$$C = C_1 + \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_4 + C_5} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} = C_1 + \frac{C_2(C_4 + C_5)C_3}{C_2C_3 + (C_4 + C_5)C_2 + (C_4 + C_5)C_3}.$$

Krūvį Q_1 galima rasti labai lengvai: $Q_1 = UC_1$. Norint rasti krūvį Q_4 , reikia nagrinėti schemą be kondensatoriaus C_1 .

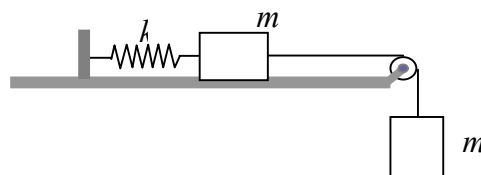
$$Q_2 = Q_{45} = Q_3 = U \frac{C_2(C_4 + C_5)C_3}{C_2C_3 + (C_4 + C_5)C_2 + (C_4 + C_5)C_3}, \text{ nes turime nuosekliai sujungtus kondensatorius } C_2, C_{45}$$

(sudarytas iš C_4 ir C_5) ir C_3 . Kadangi įtampos kondensatoriuose C_4 ir C_5 yra vienodos, $\frac{Q_4}{C_4} = \frac{Q_5}{C_5}$ ir $Q_4 + Q_5 = Q_{45}$. Iš

$$\text{čia } Q_4 \frac{C_4 + C_5}{C_4} = U \frac{C_2(C_4 + C_5)C_3}{C_2C_3 + (C_4 + C_5)C_2 + (C_4 + C_5)C_3}. \quad Q_4 = U \frac{C_2C_3C_4}{C_2C_3 + (C_4 + C_5)(C_2 + C_3)}.$$

Užduotį ir jos oficialų aiškinamąjį sprendimą parengė Vytauto Didžiojo universitetas.

8 uždavimas. Sistemoje kiekvieno tašelio masė $m = 0,50$ kg, spyruoklės standumas $k = 40$ N/m, o trinties tarp tašelio ir plokštumos koeficientas $\mu = 0,20$. Skridinio ir spyruoklės masės labai mažos. Sistema pradėjo judėti be pradinio greičio ir esant nedeformuotai spyruoklei. Rasti didžiausią tašelių greitį.



Sprendimas

Tašeliai greitės iki to momento, kol sistemą veiks tam tikra atstojamoji greitinanti jėga. Ribiniu momentu tai atitiks

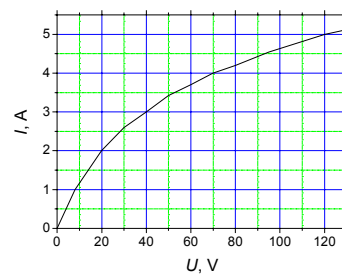
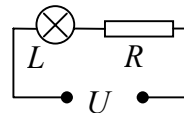
$$\text{spyruoklės pailgėjimą, tarkime, dydžiu } x. \text{ Taigi šiuo momentu } mg = \mu mg + kx. \text{ Iš čia } x = \frac{mg}{k}(1 - \mu).$$

$$\text{Užrašome energijos tvermės dėsnį, imdami pradinį ir šį laiko momentus: } mgx = \frac{kx^2}{2} + \mu mgx + 2\frac{mv^2}{2}.$$

$$\text{Iš šių dviejų lygčių gauname } v = \sqrt{g(1 - \mu)x - \frac{kx^2}{2}} = g(1 - \mu)\sqrt{\frac{m}{2k}} \approx 0,62 \text{ m/s}.$$

Užduotį ir jos oficialų aiškinamąjį sprendimą parengė Vilniaus universitetas.

9 uždutis. Grandinę sudaro $U = 100,0 \text{ V}$ įtampos šaltinis, rezistorius, kurio varža $R = 20,0 \Omega$, ir lemputė L , kurios varža priklauso nuo siūlelio temperatūros, taigi, ir nuo srovės stiprio. Lemputė tekančios srovės stiprio priklausomybė nuo įtampos lemputėje pavaizduota grafike. Kokio stiprio srovė teka grandine? Rezistoriaus varža R nuo srovės stiprio nepriklauso.



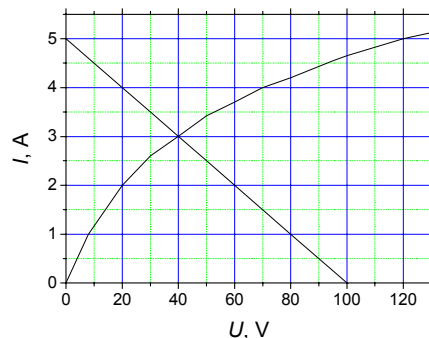
Sprendimas

Jei vietoje lemputės grandinėje įjungtume kintamos varžos rezistorių, tai keičiant jos dydį šio kintamos varžos rezistoriaus įtampa nuo grandinė tekančios srovės stiprio priklausytų taip:

$$U_r = U - IR.$$

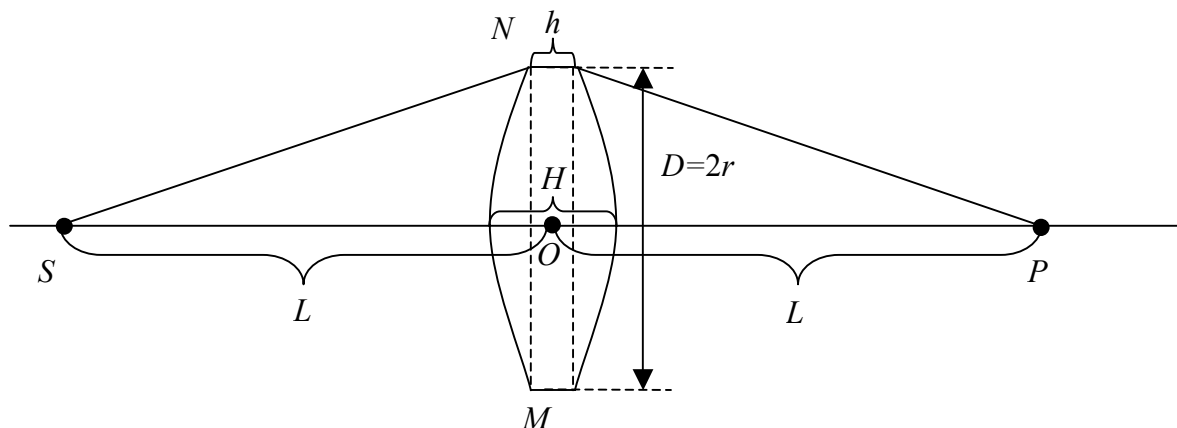
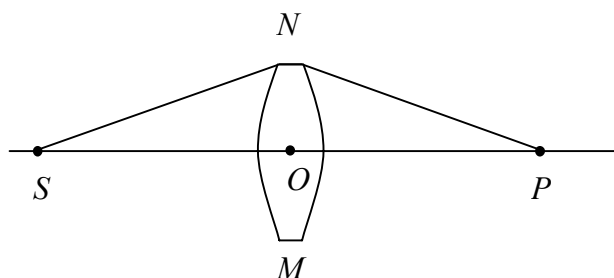
Tai yra tiesės lygtis, kurios grafikas parodytas brėžinyje. Taigi, lemputės įtampa ir srovės stipris atitiks lemputės voltamperinės charakteristikos ir šios tiesės susikirtimo tašką. Tai atitinka srovės stiprį

$$I_x = 3,0 \text{ A}.$$



Uždutį ir jos oficialų aiškinamąjį sprendimą parengė Vilniaus universitetas.

10 uždutis. Glaudžiamuoju lęšiu MN taške P gaunamas šaltinio S atvaizdas (žiūr. brėž.). Atstumai SO ir OP vienodi ir lygūs $L = 1,0 \text{ m}$, lęšio skersmuo $NN' = D = 10,0 \text{ cm}$, jo storis ties kraštu $h = 2,0 \text{ mm}$, o centre – $H = 6,2 \text{ mm}$. Koks lęšio stiklo lūžio rodiklis n ? Įvertinti lęšio židinio nuotolį. Tarti, kad atvaizdo tašką visi spinduliai pasiekia vienu metu. Aplinkos lūžio rodiklis – tai šviesos greičio vakuume ir aplinkoje santykis.



Žinodami, kad kraštinis spindulys (pvz., SNP) ir centrinis spindulys (SOP) tašką P pasiekia vienu metu, laikams, kurie reikalingi šviesai išveikti šiuos atstumus, galime užrašyti:

$$t_1 = t = \frac{2}{c} \sqrt{\left(L - \frac{h}{2}\right)^2 + r^2} + \frac{nh}{c},$$

$$t_2 = t = \frac{2L - H + nH}{c}.$$

Čia $r = \frac{D}{2}$ – lęšio spindulys, o c – šviesos greitis. Be to, čia pasinaudota lūžio rodiklio apibrėžimu.

Išsprendę lygtis, gauname

$$n = \frac{2\sqrt{(L-0,5h)^2 + (0,5D)^2} - 2L + H}{H-h} \approx 1,6.$$

Formulę galima supaprastinti pasinaudojus tuo, kad $D, h, H \ll L$.

$$\begin{aligned} n &= \frac{2\sqrt{\left(L - \frac{h}{2}\right)^2 + \frac{D^2}{4}} - 2L + H}{H-h} = \frac{\sqrt{(2L-h)^2 + D^2} - 2L + H}{H-h} = \\ &= \frac{(2L-h) \sqrt{1 + \frac{D^2}{(2L-h)^2}} - 2L + H}{H-h} \approx 1 + \frac{D^2}{2(2L-h)(H-h)} \approx 1 + \frac{D^2}{4L(H-h)} \approx 1,6. \end{aligned}$$

Galime pritaikyti plono lęšio formulę ($H \ll L$):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Mūsų atveju $a = b = L$. Taigi,

$$f = \frac{L}{2} = 0,5 \text{ m.}$$

Užduotį ir jos oficialų aiškinamąjį sprendimą parengė Vilniaus universitetas.

Šis tekstas interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiamas nuo 2007 12 10.