VYTAUTAS RINKEVIČIUS

NUOLATINĖ ELEKTROS SROVĖ
MAGNETINIS LAUKAS

PASKAITŲ KONSPEKTAS
Ypatingai gabių mokinių papildomo ugdymo mokyklos
„Fizikos olimpas“ moksleiviams

FIZIKOS OLIMPAS
Vilnius 2000

www.olimpas.lt

UDK 537.3(075.3)
Nu-19

Parengė Vilniaus universiteto docentas Vytautas Rinkevičius

Autorius dėkoja „Fizikos olimpo“ tarybos primininkui P. Jonušui už paramą leidžiant šį leidinį

Ypatingai gabių mokinių papildomo ugdymo mokykla „Fizikos olimpas“
Įstaigos kodas 9174341
Saulėtekio al. 9, III rūmai, LT-10222 Vilnius
Tel. 8-5 2698676, 8-686 13779, 8-698 20707
El. paštas olimpas@ff.vu.lt
Interneto svetainė www.olimpas.lt

ISBN 9986-778-07-7

Turinys

1. Elektros srovė ir jos pagrindiniai dėsningumai

Elektros srovė yra bet koks kryptingas elektros krūvių (tiksliau sakant elektringųjų dalelių ar įelektrintų kūnų) ***judėjimas***. Laisvųjų elektronų metaluose ar teigiamųjų bei neigiamųjų jonų elektrolituose judėjimas, įelektrinto bet kokio kūno slenkamasis ar sukamasis judėjimas yra elektros srovės pavyzdžiai. Tačiau dažniausiai kalbėdami apie elektros srovę turime galvoje kryptingą elektringųjų dalelių judėjimą medžiagoje ar vakuume. Šios elektringosios dalelės dar vadinamos ***krūvininkais***.

Tekant elektros srovei atsiranda naujų reiškinių, kurie nebūdingi judantiems krūviams. Iš jų paminėtini:

1) *Šiluminis veikimas*. Laidininkas, kuriuo teka elektros srovė, įšyla.

2) *Cheminis veikimas*. Tekant elektros srovei gali kisti medžiagos cheminė sudėtis. Šis reiškinys būdingas tik medžiagoms, kuriose krūvininkai yra jonai, pavyzdžiui, elektrolitams – vandeniniams druskų, rūgščių ar šarmų tirpalams.

3) *Magnetinis veikimas*. Elektros srovė kuria magnetinį lauką. Pavyzdžiui, arti laido padėtos magnetinės rodyklės kryptis pakinta, kai laidu ima tekėti elektros srovė.

Magnetinės srovės veikimas, skirtingai nuo šiluminio ir cheminio, yra bendriausias. Jis pasireiškia visais elektros srovės atvejais, netgi judant masyviems įelektrintiems kūnams, kada šiluminio ir cheminio veikimo nesti. Cheminio veikimo nesti tekant srovei medžiagomis, kuriuose krūvininkai yra laisvieji elektronai, pavyzdžiui, metalais. Šiluma neišsiskiria tekant srovei superlaidininkais.

2. Elektros srovės stipris ir srovės tankis. Nuolatinė elektros srovė

Pagrindinė kiekybinė elektros srovės charakteristika yra ***srovės stipris. Jis lygus krūviui, pratekančiam laidininko skerspjūviu per laiko vienetą***.

Jei per be galo mažą laiko intervalą dt prateka elektros krūvis dq, tai srovės stipris

$$\boxed{I = \frac{dq}{dt}.} \qquad (1)$$

Krūvis, pratekantis per baigtinį laiko intervalą t, pagal (1) yra

$$q = \int_0^t I dt'. \qquad (2)$$

Jeigu srovės kryptis laikui einant nekinta, tokia srovė vadinama nuolatine srove, jei nesikeičia ir jos stipris – pastoviąja nuolatine srove. Pastoviosios nuolatinės srovės atveju I=const, todėl ją galima rašyti prieš integralą. tuo atveju (2) užrašysime taip:

$$q = It, \qquad (3)$$

o (1) –

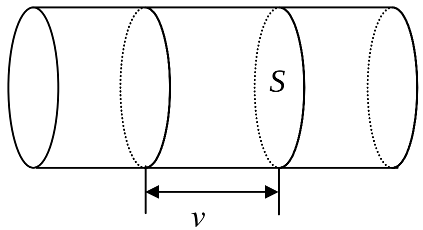
$$\boxed{I = \frac{q}{t}.} \qquad (4)$$

Srovės stiprio SI vienetas yra ***amperas*** (1 A). Tai pagrindinis vienetas. Jis nusakomas remiantis srovių magnetine sąveika.

Srovės stipris I yra algebrinis skaliarinis dydis. Jis gali būti teigiamas arba neigiamas. ***Sutarta teigiamąja elektros srovės kryptimi laikyti tą kryptį, kuria juda teigiamieji krūviai***.

Nustatysime sąsają tarp srovės stiprio I ir krūvininkų kryptingojo judėjimo greičio v bei jų skaičiaus tankio n. Tarkime, kad skerspjūvio pro kurį teka srovė, plotas S, o kiekvieno krūvininko krūvis q_0 (1 pav.). Pro šį plotą per laiko vienetą pralėks tie krūvininkai, kurie nutolę nuo jo atstumu, ne

didesniu už vidutinį kryptingo judėjimo greitį v. Tų krūvininkų skaičius lygus nvS, o jų krūvis $q=q_0nvS$. Taigi



1 pav.

$$\boxed{I=q_0nvS.} \qquad (5)$$

Kitas svarbus srovę apibudinantis dydis yra ***srovės tankis*** j. ***Jis lygus krūviui, pratekančiam per laiko vienetą pro vienetinį plotą, statmeną krūvių judėjimo krypčiai***:

$$j = \frac{dq}{dt \cdot dS_\perp}. \qquad (6)$$

Remdamiesi (6) galime užrašyti:

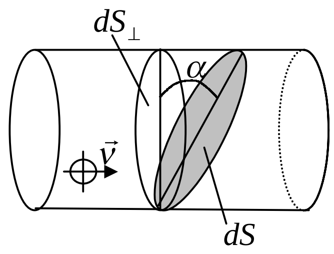
$$dI = j \cdot dS_\perp. \qquad (7)$$

Jei plotelis dS nestatmenas krūvininkų judėjimo krypčiai, tuomet $dS_\perp = dS\cos\alpha$ (2 pav.), ir pagal (7)

$$dI = jdS\cos\alpha. \qquad (8)$$

(8) lygybę galima užrašyti kaip vektorių $\vec{j}$ ir $d\vec{S}$ skaliarinę sandaugą:

$$dI = (\vec{j}, d\vec{S}). \qquad (9)$$



2 pav.

Srovės, tekančios pro bet kokio baigtinio dydžio plotą S. stipris apskaičiuojamas integruojant (9):

$$I = \int_{(S)} (\vec{j}, d\vec{S}). \qquad (10)$$

Jeigu srovės tankis visame skerspjūvio plote vienodas, (10) lygybė tampa

$$I = (\vec{j}, \vec{S}), \qquad (11)$$

o jei dar ir $\vec{j}$ kryptis sutampa su ploto S normalės kryptimi –

$$I = jS. \qquad (12)$$

Srovės tankio SI vienetas yra 1 A/m^2.

Atsižvelgę į (5) lygybę, srovės tankio vektorių $\vec{j}$ galime taip susieti su vidutiniu krūvininkų judėjimo greičiu $\vec{v}$:

$$\vec{j} = q_0 n \vec{v} \qquad (13)$$

Atkreipsime dėmesį, kad laisvieji elektronai, panašiai, kaip dujų molekulės, visą laiką netvarkingai (chaotiškai) juda. tai šiluminis judėjimas. Elektronų šiluminio judėjimo greitis kambario temperatūroje yra gana didelis ir siekia apie 10^5 m/s, o kryptingo judėjimo greitis paprastai esti $v \approx 1$ mm/s. Kryptingas laisvųjų metalo elektronų judėjimas kartais vadinamas ***dreifu***, o greitis ν – elektronų ***dreifo greičiu***.

3. Omo dėsnis grandinės daliai. Elektrinė varža

Nagrinėsime dažniausiai praktikoje pasitaikantį atvejį, kai elektros srovė teka medžiaga, kurioje yra laisvųjų krūvininkų. tokią medžiagą vadinsime laidininku, nors atskirais atvejai tai gali būti puslaidininkis ar elektrolitas. Tačiau laisvųjų krūvininkų buvimo dar nepakanka srovei atsirasti. Jų kryptingam judėjimui sukelti ir palaikyti reikia jėgos, veikiančios tam tikra kryptimi. Kai ši jėga nustoja veikti, kryptingas krūvininkų judėjimas greitai nutrūksta dėl varžos, sąlygotos laisvųjų krūvininkų sąveikos su kitomis medžiagoje esančiomis dalelėmis (metalų kristalinės gardelės jonais, priemaišiniais atomais, elektrolitų neutraliosiomis molekulėmis ir pan.) Kryptingą laisvųjų krūvininkų judėjimą sukelianti ir palaikanti jėga dažniausiai esti elektrinės prigimties. Žinome, kad elektriniame $\vec{E}$ stiprio lauke esantį krūvį q_0 veikia jėga $\vec{F} = q_0 \vec{E}$. Taip pat žinome, kad elektrostatikos atveju laidininke lauko nesti ($\vec{E} = 0$), o įvairių laidininko taškų potencialai esti vienodi (φ=const). Vadinasi, kad laidininku tekėtų elektros srovė, ame turi būti elektrinis laukas ($\vec{E} \neq 0$) ir potencialų skirtumas Δφ.

1826 m. Omas (*G. Ohm*) nustatė, kad srovės stipris laidininke *I* tiesiai proporcingas potencialų skirtumui (įtampai) tarp laidininko galų *U*: (*I~U*). Proporcingumo koeficientą pažymėję *G*, užrašysime:

$$I = GU. \qquad (14)$$

Dydis *G* vadinama elektriniu laidumu. Iš (14) išreiškę *G*, turėsime *G=I/U*. Elektrinio laidumo SI vienetas vadinamas ***simensu*** (*S*). 1 S = 1 A/1 V.

Dažniau naudojamas atvirkščias laidumui dydis *R*, vadinamas ***elektrine varža***: *R=1/G*. Tuomet Omo dėsnis grandinės daliai užrašomas taip:

$$\boxed{I = \frac{U}{R}.} \qquad (15)$$

Iš (15) išreiškę *R*, turėsime:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Varžos SI vienetas vadinamas ***omu*** (Ω). 1 Ω = 1V/ 1A = $1S^{-1}$.

Bandymais nustatyta, kad varža priklauso nuo laidininko medžiagos ir jo geometrinių matmenų. Laidininko, kurio ilgis *l* ir pastovus skerspjūvio plotas *S*, varža

$$\boxed{R = \rho \frac{l}{S}} \qquad (16)$$

Čia dydis ρ vadinamas medžiagos savitąja varža. Savitoji varžas priklauso nuo laidininko medžiagos ir temperatūros. Iš (16) išreiškę ρ, turėsime: $R = \frac{RS}{l}$ ir nustatysime, kad savitosios varžos SI vienetas yra 1Ω·1 m^2/1 m=1 Ωm. Taip pat iš (16) aišku, kad savitoji varža lygi varžai laidininko, kurio ilgis *l*=1 m ir skerspjūvio plotas S=1 m^2.

Atvirkščias savitajai varžai dydis σ vadinamas ***savituoju laidumu***:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}.$$

Jo SI vienetas yra $1\Omega^{-1}\cdot 1\ m^{-1}$=1 S/m.

Priminsime, kad nuosekliai sujungtų kelių laidininkų varža lygi atskirų laidininkų varžų sumai:

$$R=\sum_i R_i\ , \qquad (17)$$

o lygiagrečiai sujungtų laidininkų laidumas lygus atskirų laidininkų laidumų sumai:

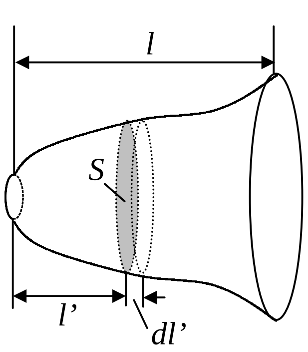
$$G=\sum_i G_i\ , \qquad (18)$$

arba

$$\frac{1}{R}=\sum_i \frac{1}{R_i}. \qquad (19)$$

Jei laidininko skerspjūvio plotas arba savitoji varžas nėra pastovūs (3 pav.), varžą galima apskaičiuoti integruojant:

$$R=\int_0^l \rho\frac{dl'}{S}. \qquad (20)$$



3 pav.

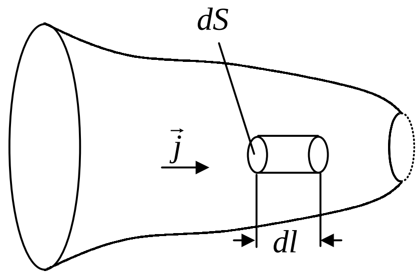
Kad galėtume apskaičiuoti (20) integralą, turime žinoti, kokiu dėsniu kinta ρ ir S išilgai laidininko.

Nustatysime sąsają tarp srovės tankio j ir elektrinio lauko stiprio E tame pačiame laidininko taške. Tam bet kokios formos laidininke, kuriuo teka srovė, mintyse išskirkime srovės tankio vektoriaus $\vec{j}$ kryptimi be galo mažą laidininko elementą, kurio ilgis dl ir skerspjūvio plotas dS (4 pav.). Šiuo elementu tekančios srovės stipris dI=jdS, įtampa tarp jo galų dU=Edl, o jo varža $R=\rho\dfrac{dl}{dS}$. Įrašę šias išraiškas į Omo dėsnio (15) formulę, turėsime:

$$jdS=\frac{Edl}{\rho\dfrac{dl}{dS}},$$

arba suprastinę

$$j=\frac{E}{\rho}=\sigma E.$$



4 pav.

Kadangi j ir E yra vektoriniai dydžiai, o ρ ir σ – skaliarai, be to, $\vec{j}\parallel\vec{E}$, pastarąją formulę galima užrašyti ir vektoriškai:

$$\boxed{\vec{j}=\frac{\vec{E}}{\rho}=\sigma\vec{E}.} \qquad (21)$$

(21) išreiškia Omo dėsnio diferencialinę (vietinę, lokalią) formą, nes sieja dydžius tame pačiame laidininko taške.

4. Varžos priklausomybė nuo temperatūros. Superlaidumas

Bandymai rodo, kad įvairių medžiagų elektrinė varža priklauso nuo temperatūros. Šiai priklausomybei apibūdinti naudojamas dydis, vadinamas temperatūriniu varžos koeficientu. ***Temperatūrinis varžos koeficientas α lygus varžos santykiniam pokyčiui, pakitus temperatūrai 1 K.*** Tarkime, kad laidininko varža temperatūroje T lygi R, o pakitus temperatūrai dydžiu dT ji pakito dydžiu dR. Tada

$$\alpha=\frac{dR}{RdT}. \qquad (22)$$

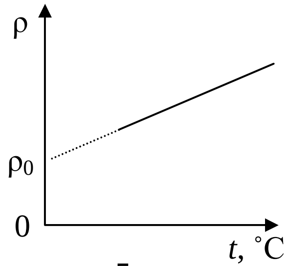
Varžos priklausomybę nuo temperatūros iš esmės nulemia savitosios varžos priklausomybė nuo temperatūros, nes matmenų kitimo dėl šiluminės plėtros įtaka čia maža. Todėl vietoj (22) galima užrašyti:

$$\alpha=\frac{d\rho}{\rho dT}. \qquad (23)$$

Jei temperatūrai didėjant varža didėja, tai $\alpha>0$, o jei mažėja, tai $\alpha<0$. Metalų esti $\alpha>0$, o elektrolitų $\alpha<0$.

Temperatūrinio varžos koeficiento SI vienetas yra 1 K^{-1}.

Bandymai rodo, kad metalų varža temperatūrai didėjant neženkliai didėja. Nelabai dideliame temperatūrų intervale jų varža ir savitoji varža tiesiškai priklauso nuo temperatūros (5 pav.).



5 pav.

Sutariama metalų atveju (22) formulėje imti $R=R_0$ ir (23) $\rho=\rho_0$. Čia R_0 ir ρ_0 – metalo varža ir savitoji varža 0˚ C temperatūroje. Tada tiesinės priklausomybės atveju α=const, nes dR/dT=const. Atskyrus kintamuosius ir suintegravus (22) gaunama:

$$dR = \alpha R_0 dT,$$

$$R = \alpha R_0 T + A.$$

Čia A – integravimo konstanta, kurią riekia nustatyti iš pradinės sąlygos: kai T=0˚ C, $R=R_0$. Taigi $A=R_0$ ir galutinai gauname:

$$R = R_0(1+\alpha t) \qquad (24)$$

bei

$$\rho = \rho_0(1+\alpha t) \qquad (25)$$

Būtina nepamiršti, kad (24) ir (25) formulėse temperatūra t išreikšta ˚ C.

Mėgindami išsiaiškinti, kas lemia metalų varžos priklausomybę nuo temperatūros, pasinaudokime (13) ir (21) formulėmis. Jų kairiosios pusės vienodos, tad galime rašyti lygybę ir tarp dešiniųjų pusių:

$$q_0 n\vec{v} = \sigma\vec{E},$$

arba

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = q_0 n\frac{\vec{v}}{\vec{E}} = q_0 n\mu. \qquad (26)$$

Dydis

$$\boxed{\mu = \frac{\vec{v}}{\vec{E}}} \qquad (27)$$

vadinamas krūvininkų ***judriu***. Taigi ***judris lygus krūvininkų dreifo greičio ir elektrinio lauko stiprio santykiui***. Judrio SI vienetas nustatomas pasinaudojant (27). Jis yra $\frac{1m/s}{1V/m} = 1\frac{m^2}{V\cdot s}$.

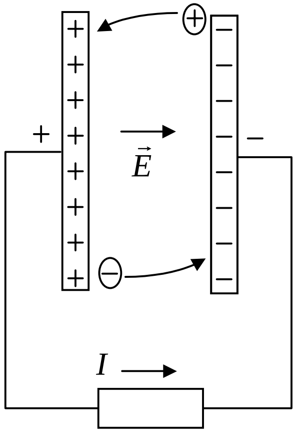
Metaluose laisvųjų krūvininkų skaičiaus tankis n nuo temperatūros nepriklauso, o varžos didėjimą kylant temperatūrai lemia judrio μ mažėjimas.

1911 m. Kamerling-Onesas (*Kamerlingh-Onnes*) pastebėjo, kad 4,15 K temperatūroje gyvsidabris (Hg) staiga visiškai netenka varžos. Vėliau buvo pastebėta, kad daugelis kitų metalų bei lydinių labai žemoje temperatūroje netenka varžos. Šis reiškinys buvo pavadintas ***superlaidumu***, o medžiagos – ***superlaidininkais***. Superlaidžiame žiede kartą sužadinta (pavyzdžiui, elektromagnetinės indukcijos būdu) srovė nemažėdama gali tekėti metus laiko ir ilgiau. Temperatūra, iki kurios atšaldytas laidininkas tampa superlaidus, vadinama ***krizine temperatūra***. Superlaidumu pasižymi nemažai grynų metalų (pvz. Zn, Al, Hg, Sn, Pb, Nb), bet jų krizinės temperatūros yra gana žemos (neviršija 10 K). Šiek tiek aukštesnės gali būti lydinių krizinės temperatūros. Pavyzdžiui, Nb_3N krizinė temperatūra yra apie 23 K.

1986 m. Bednorcas ir Miuleris (*J. G. Bednorz, K. A. Müller*) atrado LaBaCuO, kurio krizinė temperatūra apie 33 K, superlaidumą. Nuo to laiko daugelyje pasaulio šalių imta ieškoti naujų superlaidininkų, pasižyminčių aukšta krizine temperatūra, ir daug tokių medžiagų buvo surasta. Pavyzdžiui, HgBaCaCuO krizinė temperatūra yra 153 K (1993 m. duomenys).

5. Pašalinės elektros krūvio varomosios jėgos. Srovės šaltinio elektrovara

Jeigu laidininku sujungsime įelektrinto kondensatoriaus plokšteles, ims tekėti elektros srovė (6 pav.) Bet ši srovė bus nepastovi ir trumpalaikė, nes krūviai greitai neutralizuojasi, potencialų skirtumas tarp plokštelių mažėja, kartu mažėja ir elektrinio lauko, tiap pat ir srovės, stipris. Norint pasiekti, kad tekėtų nuolatinė pastovi srovė, reikia įrenginio, kuris perkeltų tiek teigiamų krūvių iš neigiamosios plokštelės į teigiamąją (arba neigiamų krūvių iš teigiamosios plokštelės į neigiamąją), kiek jų per tą laiką neutralizuojasi tekant srovei. Tokio krūvių perkėlimo negali atlikti elektrostatinis laukas, nes jis veikia krūvius priešinga kryptimi, negu turi būti perkeliami krūviai. Taigi nuolaitnės srovės šaltinyje be elektrostatinių jėgų krūvius turi veikti ir neelktrostatinės kilmės jėgos, kurios šiuo etveju vadinamos ***pašalinėmis jėgomis***. Jų prigimtis gali būti labai įvairi (cheminė – galvaniniuose elementuose, akumuliatoriuose, elektromagnetinė – dinamo mašinose, šiluminė – termoelementuose ir t. t.). Pašalinės jėgos gali veikti krūvius arba visoje uždaroje grandinėje, arba tik kai kuriose jos vietose.



6 pav.

Svarbiausias fizikinis dydis, apibūdinantis pašalines jėgas, vadinamas ***elektrovara*** (sutrumpintai žymimas EV arba ev). ***Elektrovara yra pašalinių jėgų darbo, atliekamo perkeliant teigiamąjį krūvį uždara grandine, ir to krūvio santykis:***

$$\boxed{\varepsilon = \frac{A_p}{q}.} \qquad (28)$$

Elektrovaros Si vienetas yra 1 J/1 C = 1 V. Jis yra toks pat, kaip ir potencialo ar potencialų skirtumų skirtumo (įtampos) vienetas.

6. Omo dėsnis uždarajai elektros grandinei

Pašalinė jėgą pažymėkime F_p. Tada uždaroje grandinėje atliktas pašalinės jėgos darbas

$$A_p = \oint_{(L)} (\vec{F}_p, d\vec{l}). \qquad (29)$$

Įrašę (29) į (28), gauname:

$$\varepsilon = \oint_{(L)} \left(\frac{\vec{F}_p}{q}, d\vec{l} \right) = \oint_{(L)} (\vec{E}_p, d\vec{l}). \qquad (30)$$

Čia

$$\vec{E}_p = \frac{\vec{F}_p}{q} \qquad (31)$$

yra pašalinių jėgų lauko stipris.

Bendru atveju, jei krūvininkus veikia elektrostatinė ir pašalinės jėgos, Omo dėsnio diferencialinė forma (21) užrašoma taip:

$$\vec{j} = \frac{\vec{E} + \vec{E}_p}{\rho}. \qquad (32)$$

(32) abi puses skaliariškai dauginkime iš $\rho d\vec{l}$ ir integruokime uždaru kontūru L:

$$\oint_{(L)} \rho(\vec{j}, d\vec{l}) = \oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{l}) = \oint_{(L)} (\vec{E}_p, d\vec{l}). \qquad (33)$$

Skerspjūvio plotą pažymėję S, (33) lygybėje vietoj j įrašykime I/S ir I iškelkime prieš integralo ženklą, nes visame integravimo kelyje I vertė ta pati. Be to, (32) dešinėw pusės pirmasis integralas lygus nuliui, nes elektrostatinis laukas yra potencialinis, o antrasis integralas sutinkamai su (30) lygus ε. Taigi (33) galim taip užrašyti:

$$I \oint_{(L)} \frac{\rho dl}{S} = \varepsilon. \qquad (34)$$

(34) lygybėje integralas reiškia uždaros grandinės suminę varžą (žr. (20)). Galime tarti, jog uždara grandinė susideda iš dviejų dalių: išorinės ir vidinės. Išorinę grandinę sudaro prie srovės šaltinio gnybtų prijungtų laidininkų varža, o vidinę – tarp tų gnybtų šaltinio viduje esančių medžiagų verža. Išorinės grandinės varžą pažymėję *R*, o vidinės grandinės *r*, (34) lygybę užrašysime taip:

$$I(R = r) = \varepsilon\,, \qquad (35)$$

arba

$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{R + r}.} \qquad (36)$$

(35) arba(36) išreiškia Omo dėsnį uždarąjai elektros grandinei. Atsižvelgę į Omo dėsnį grandinės daliai (žr. (15)), (35) galime taip užrašyti:

$$U + Ir = \varepsilon\,. \qquad (35a)$$

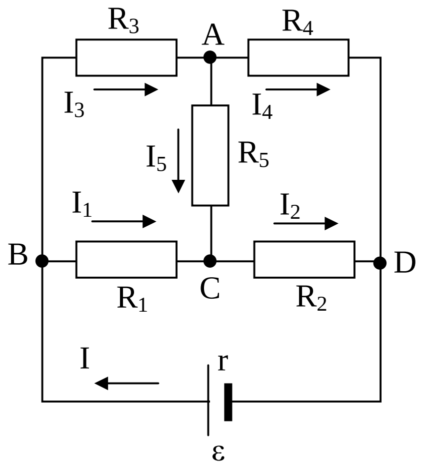
Čia u yra šaltinio gnybtų įtampa, o Ir dar vadinama įtampos kritimu vidinėje varžoje. Iš (35a) matyti, jog

$$U = \varepsilon - Ir\,, \qquad (37)$$

t. y. kai srovės šaltinis tiekia srovę išorinei grandinei, jo gnybtų įtampa esti mažesnė už jo EV dydžiu *Ir*. Tačiau jei *I*=0, tada *U*=*ε*. Todėl šaltinio elektrovarą galima ir taip nusakyti: ***elektrovara lygi šaltinio gnybtų įtampai, kai šaltiniu srovė neteka***. Tuo paprastai naudojamasi norint praktiškai išmatuoti srovės šaltinio EV.

7. Kirchhofo taisyklės

Ne visais atvejais sudėtingose grandinėse tekančių srovių stiprius galima apskaičiuoti remiantis vien tik Omo dėsniu ir pasinaudojant nuoseklaus, lygiagretaus bei mišraus varžų jungimo formulėmis (ž. (17), (19)). Praktikoje dažnai pasitaiko šakotinės grandinės, kuriose, be to, gali būti keletas įvairiai sujungtų srovės šaltinių. Šakotinės grandinės pavyzdys parodytas 7 pav.



7 pav.

Grandinės taškas, į kurį sueina trys ar daugiau laidų, vadinamas ***mazgu***. 7 pav. schemoje yra 4 mazgai. Jie pažymėti A, B, C, D. Grandinės dalis, jungianti du gretimus mazgus, vadinama ***šaka***. Minėtoje schemoje yra 6 šakos: AB, AC, AD, BC, CD ir BεD. Bet kuri uždara grandinė vadinama kontūru, pvz. BACB, BCDεB, BACDεB ir t. t. Kontūras, kurio viduje nėra šakų, vadinamas ***elementariuoju kontūru***, pvz., BACB, ADCA ir BCDεB. Kiti kontūrai, pvz, BADCB, BACDεB, BADεB nėra elementarieji.

Tarkime, kad grandinės šakomis tekančių srovių stipriai yra I_1, I_2, I_3, ..., I_6, o jų kryptys tokios, kaip pavaizduota rodyklėmis.

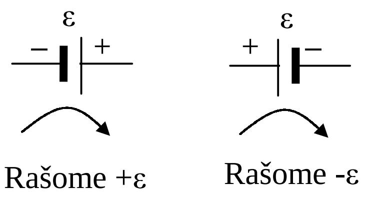
Pirmoji Kirchhofo (*G. Kirchhoff*) taisyklės teigia, kad ***į mazgą sutekančių srovių stiprių algebrinė suma lygi nuliui***. sumuojant sroves, į mazgą įtekančias ir ištekančias sroves reikia rašyti su priešingais ženklais, pvz., įtekančias su „+“ ženklu, o ištekančias – su „-“. Žinoma, galima daryti ir atvirkščiai. Pavyzdžiui, 7 pav. mazgui A užrašysime: I_3-I_4-I_5=0. apibendrintai pirmoji Kirchhofo taisyklė užrašoma taip:

$$\boxed{\sum_k I_k = 0\,.} \qquad (38)$$

Antroji Kirchhofo taisyklė teigia, kad ***bet kokio uždaro kontūro šakomis tekančių srovių ir varžų sandaugų algebrinė suma lygi tame kontūre esančių šaltinių elektrovarų algebrinei sumai***:

$$\boxed{\sum_k I_k R_k = \sum_j \varepsilon_j} \qquad (39)$$

Norint užrašyti lygtį pagal antrąją Kirchhofo taisyklę, reikia laisvai pasirinkti kontūro apėjimo kryptį (pagal arba prieš laikrodžio rodyklę). Jei srovės šakoje kryptis sutampa su pasirinkta apėjimo kryptimi, tai sandauga $I_k R_k$ rašoma su „+“ ženklu, jei ne – su „-“ ženklu. Paskui dar kartą ta pačia kryptimi apeinamas tas kontūras ir užrašoma (39) lygties dešinė pusė – EV suma. Šiuo atveju būtina atsiminti: ***jei per šaltinį tenka eiti potencialo didėjimo kryptimi (t. y. iš „-“ į „+“), jo EV imama su „+“ ženklu, o jei potencialo mažėjimo kryptimi (iš „+“ į „-“), jo EV rašoma su „-“ ženklu***. Kad lengviau įsimintume, pailiustruosime piešiniai 8 pav., kuriame lankelis su rodykle rodo ėjimo per šaltinį kryptį.



8 pav.

Pavyzdžiui, 7 pav. kontūrui BADεB, pasirinkę apėjimo kryptį pagal laikrodžio rodyklę, užrašysime:

$$I_3 R_3 + I_4 R_4 + Ir = \varepsilon \,.$$

pastebėsime, kad pirmoji Kirchhofo taisyklė susijusi su srovės pastovumo sąlyga. Jei į mazgą sutekančių srovių algebrinė suma nebūtų lygi nuliui, tai laikui einant tame mazge kauptųsi teigiamas ar neigiamas krūvis, taigi ir elektrinio lauko stipris, o kartu ir srovės tankis bei stipris irgi kistų, t. y. srovė nebūtų pastovi nuolatinė. antroji Kirchhofo taisyklė susijusi su elektrostatinio lauko potencialumu ir pašalinių krūvių varomųjų jėgų samprata.

Kirchhofo taisyklės įgalina apskaičiuoti srovės stiprius bet kokio sudėtingumo nuolatinės srovės grandinėje, kai žinomos visos varžos (išorinės ir vidinės) ir visos EV. Jei visos grandinės varžos yra pastovios (t. y. nepriklauso nuo įtampos), tinkamai užrašius lygtis pagal pirmąją ir antrąją Kirchhofo taisykles, gaunama tiesinių lygčių sistema. Kad ta sistema

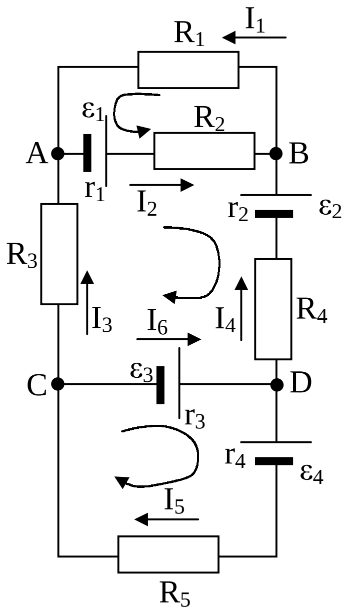
turėtų vienintelį sprendinį, joje neturi būti tiesiškai priklausomų lygčių. Tam reikia laikytis šių reikalavimų:

1) jei grandinėje yra iš viso *n* mazgų, sudarant lygčių sistemą reikia rašyti tik *n*-1 lygtį pagal pirmąją Kirchhofo taisyklę;

2) pagal antrąją Kirchhofo taisyklę rašyti tiek lygčių, kiek grandinėje yra elementariųjų kontūrų.

laikantis šių dviejų reikalavimų, sistemą sudarys tiek lygčių, kiek šakų (tuo pačiu ir skirtingo stiprio srovių) yra grandinėje. Išsprendę ją, nustatysime visų srovių stiprius.

Pastabos. a) Sudėtingoje grandinėje, ypač jei joje yra keletas įvairiai sujungtų srovės šaltinių, srovės tekėjimo kryptį ne visada galima iš anksto numatyti. Tačiau srovių kryptis prieš sudarant lygčių sistemą galima pasirinkti laisvai. Jei išsprendus lygčių sistemą, kurių nors srovių stiprių vertės pasirodys esančios neigiamos, tai reikš, kad tos srovės iš tikrųjų teka priešingomis kryptimis, negu buvo pasirinkta, o jų moduliai bus lygūs tų srovių stipriams.



9 pav.

b) Teiginys, kad pagal antrąją Kirchhofo taisyklę galima rašyti tiek lygčių, kiek yra elementariųjų kontūrų, teisingas tik tuo atveju, jei grandinės schema yra atvaizduota plokštumoje. Tūrinės schemos atveju lygčių gali būti mažiau, negu yra elementariųjų kontūrų (žr. 1 uždavinį).

Kaip pavyzdį užrašysime Kirchhofo lygčių sistemą grandinei, kurios schema pavaizduota 9 pav. Joje 4 mazgai ir 3 elementarieji kontūrai, tad lygčių sistemą sudarys 3 lygtys pagal pirmąją ir 3 pagal antrąją Kirchhofo taisykles. Jei srovių kryptys ir kontūrų apėjimų kryptys pasirinktos tokios, kaip parodyta rodyklėmis 9 pav., lygčių sistema bus tokia:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0, \\ -I_1 + I_2 + I_4 = 0, \\ -I_3 + I_5 - I_6 = 0, \\ I_2(R_2 + r_1) + I_1 R_1 = \varepsilon_1, \\ I_2(R_2 + r_1) - I_4(R_4 + r_2) - I_6 r_3 + I_3 R_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \\ I_5(R_5 + r_4) + I_6 r_3 = \varepsilon_3 - \varepsilon_4. \end{cases}$$

Pastebėsime, kad pagal Omo dėsnį grandinės daliai $I_k R_k = U_k$, tad antrąją Kirchhofo taisyklę galima ir taip užrašyti:

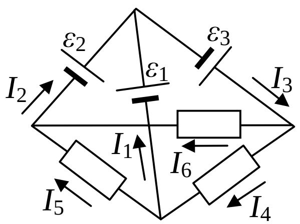
$$\sum_{\kappa} U_k = \sum_j \varepsilon_j \,. \qquad (40)$$

(40) formule tenka naudotis, jei kurioj nors grandinės šakoje yra kondensatorių arba netiesinių rezistorių (žr. 2 ir 3 uždavinius).

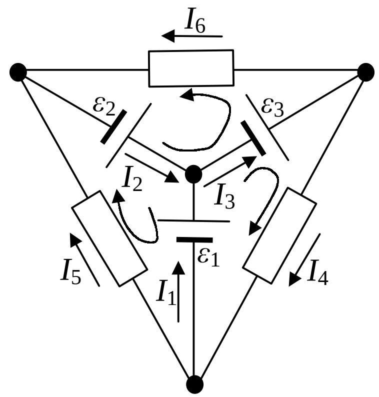
1 uždavinys. Tetraedro trijose briaunose įjungti srovės šaltiniai ε_1=2 V, ε_2=4 V ir ε_3=6 V, o kitose trijose – vienodi R=10 Ω varžos rezistoriai (10 pav.). Kokio stiprio srovės teka šaltiniai? Į šaltinių vidines varžas neatsižvelkite.

Sprendimas

10 pav. grandinėje matome 4 mazgus ir 4 elementariuosius kontūrus. Tačiau nepriklausomi tik 3 kontūrai, nes parašius lygtis pagal antrąją Kirchhofo taisyklę, tarkime, trims pasviriesiems kontūrams jau bus panaudotos visos grandinės šakos, ir lygtis horizontaliajam kontūrui su varžomis r būtų



10 pav.



11 pav.

tiesinė ankstesnių lygčių kombinacija. Taip atsitiko todėl, kad 10 pav. grandinės schema tūrinė. 11 pav. pavaizduota tos pačios grandinės lygiavertė schema plokštumoje, kurioje matome 3 elementariuosius kontūrus. Taigi šioje grandinėje yra 4 mazgai ir 3 elementarieji kontūrai. Parinkę srovių krytis ir kontūrų apėjimo kryptis, tarkime, tokias, kaip pavaizduota 11 pav. užrašome tokią 6 lygčių sistemą:

$$\begin{cases} -I_1 + I_4 - I_5 = 0, \\ -I_2 + I_5 + I_6 = 0, \\ I_3 - I_4 - I_6 = 0, \\ I_6 R = \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \\ I_5 R = \varepsilon_2 - \varepsilon_1, \\ I_4 R = \varepsilon_1 + \varepsilon_3. \end{cases}$$

Išsprendę ją, apskaičiuosim šaltiniai tekančių srovių stiprius:

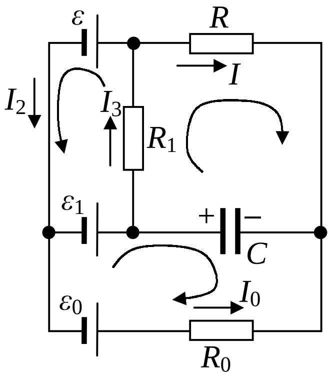
$$I_1 = \frac{2\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{R} = 0{,}6A,$$

$$I_2 = \frac{2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_3}{R} = 1{,}2A,$$

$$I_3 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 2\varepsilon_3}{R} = 1{,}8A.$$

2 uždavinys. Grandinėje, kurios schema pavaizduota 12 pav., ε=9 V, ε_1=18 V, ε_0=27 V, R=270 Ω, R_1=90 Ω, R_0=180 Ω, C=1 μF. Pereinamieji procesai pasibaigę. Kokia yra kondensatoriaus įtampa? Į šaltinių vidines varžas neatsižvelkite.

Sprendimas



12 pav.

Grandinėje yra 4 mazgai ir 3 elementarieji kontūrai. Pasirinkę srovių kryptis, kontūrų apėjimų kryptis ir kondensatoriaus įtampos U poliškumą, kaip pažymėta 12 pav. ir žinodami, kad nuolatinė srovė per kondensatorių neteka, sudarome tokią lygčių sistemą:

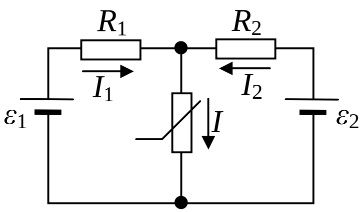
$$\begin{cases} I_3 - I_2 - I = 0, \\ I_2 - I_1 - I_0 = 0, \\ I_1 - I_3 = 0, \\ I_3 R_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon, \\ IR - U + I_3 R_1 = 0, \\ U - I_0 R_0 = \varepsilon_1 - \varepsilon_0. \end{cases}$$

Išsprendę ją, apskaičiuojame, kad

$$U = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)R - (\varepsilon - \varepsilon_1)R_0}{R + R_0} = -1{,}8V .$$

Neigiamas sprendinys rodo, kad kondensatoriaus įtampos poliškumas yra priešingas, negu buvo pasirinkta užrašant lygtis, o jo įtampa lygi 1,8 V.

3 uždavinys. Grandinę sudaro du elementai, kurių elektrovaros ε_1=2 V, ε_2=6 V, du rezistoriai, kurių varžos R_1=6 Ω, R_2=180 Ω, ir netiesinis rezistorius, kurio voltamperinė charakteristika aprašoma lygtimi I=0,3$\sqrt{U}$ (žr. 13 pav.). Apskaičiuokite srovių *I*, I_1 ir I_2 stiprius.



13 pav.

Sprendimas

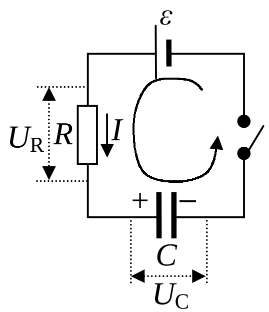
Netiesinio rezistoriaus įtampą pažymėkime U, o srovės stipri jame I. Tris lygtis užrašę remdamiesi Kirchhofo taisyklėmis ir dar prirašę voltamperinės charakteristikos lygtį, gauname tokią lygčių sistemą:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I = 0, \\ I_1 R_1 + U = \varepsilon_1, \\ I_2 R_2 + U = \varepsilon_2, \\ I = 0{,}3\sqrt{U}. \end{cases}$$

Išsprendę ją, apskaičiuojame, kad *U*=1,40 V, *I*=0,36 A, I_1=0,10 A, I_2=0,26 A.

8. Nuolatinės srovės įjungimas ir išjungimas, kai grandinėje yra kondensatorius ir varža

Tarkime, kad prie nuolatinės įtampos šaltinio, kurio vidinės varžos galima nepaisyti, per R varžos rezistorių prijungiamas kondensatorius, įelektrintas iki U_{C0} įtampos, kurios poliškumas toks, kaip pavaizduota 14 pav. Grandine ėmus tekėti srovei, kondensatoriaus įtampa (pažymėkime ją U_C) kis, tačiau bet kuriuo laiko momentu turi būti tenkinama antroji Kirchhofo taisyklė



14 pav.

$$U_C + U_R = \varepsilon . \qquad (41)$$

Kadangi

$$U_C = \frac{q}{C}, \qquad (42)$$

o

$$U_R = IR, \qquad (43)$$

įrašę (42) ir (43) į (41), gauname:

$$\frac{q}{C} + IR = \varepsilon . \qquad (44)$$

Išdiferencijavę (44) pagal laiką t ir atsižvelgę, kad dq/dt=I, o dε/dt=0, nes ε nepriklauso nuo laiko, gauname tokią diferencialinę lygtį:

$$\frac{I}{C}+R\frac{dI}{dt}=0\,. \qquad (45)$$

(45) lygtį sprendžiame atskirdami kintamuosius. Tam tikslui ją pertvarkome taip:

$$R\frac{dI}{dt}=-\frac{I}{C},$$

$$\frac{dI}{I}=-\frac{dt}{RC},$$

$$\int\frac{dI}{I}=-\int\frac{dt}{RC},$$

$$\ln I=-\frac{t}{RC}+A. \qquad (46)$$

(46) yra (45) diferencialinės lygties bendrasis sprendinys. Jame A – integravimo konstanta. Ją nustatome iš pradinės sąlygos. Srovės stiprį, kai t=0, pažymėkime I_0. Įrašę šias vertes į (46), nustatome, kad

$$A=\ln I_0,$$

o įrašę šią išraišką į (46), gauname:

$$\ln I=-\frac{t}{RC}+\ln I_0\,.$$

Išreiškę iš čia I, nustatome srovės kitimo dėsnį:

$$I=I_0e^{-\frac{t}{RC}}\,. \qquad (47)$$

Pasinaudoję (41), I_0 galime susieti su grandinės parametrais. Kai t=0, $U_C=U_{C0}$, $U_R=I_0R$. Taigi iš (41) gauname, kad

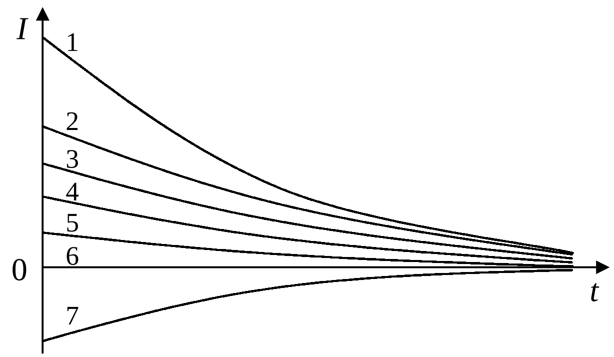
$$I_0=\frac{\varepsilon-U_{C0}}{R}\,. \qquad (48)$$

Tada (47) galime užrašyti taip:

$$\boxed{I=\frac{\varepsilon-U_{C0}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}.} \qquad (49)$$

Jei kondensatorius prieš jį jungiant prie šaltinio buvo neįelektrintas, t. y. U_{C0}=0, tada I_0=ε/R ir (49) tampa

$$\boxed{I=\frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}}.} \qquad (49a)$$



15 pav.

Jei kondensatorius pradiniu momentu buvo įelektrintas priešingo poliškumo įtampa, negu parodyta 14 pav., tai (48) ir (49) formulėse vietoje U_{C0} reikia rašyti -U_{C0}. Tada

$$I_0=\frac{\varepsilon+U_{C0}}{R}, \qquad (48a)$$

$$I=\frac{\varepsilon+U_{C0}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\,. \qquad (49b)$$

(49) funkcijos grafikai, kai U_{C0}=-2ε, -ε, -ε/2, 0, ε/2, ε ir 2ε, pavaizduoti 15 pav. 1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6 ir 7 kreivėmis atitinkamai.

Norėdami nustatyti kondensatoriaus įtampos kitimo dėsnį, galime vėl pasinaudoti (41). Iš jos matyti, kad

$$U_C=\varepsilon-IR. \qquad (50)$$

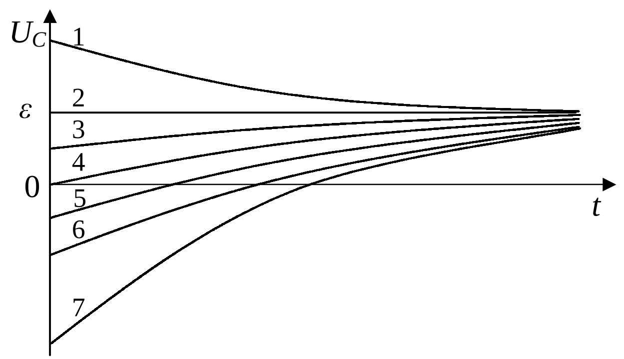
Įrašę į (50) srovės stiprio I kitimą aprašančias (49), (49a) ir (49b) išraiškas, gauname atitinkamai:

$$\boxed{U_C=\varepsilon-(\varepsilon-U_{C0})e^{-\frac{t}{RC}},} \qquad (51)$$

$$\boxed{U_C=\varepsilon(1-e^{-\frac{t}{RC}}),} \qquad (51a)$$

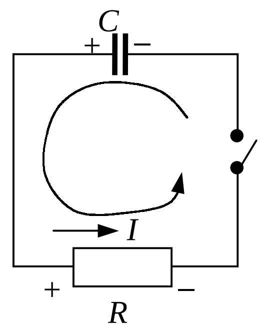
$$\boxed{U_C=\varepsilon-(\varepsilon+U_{C0})e^{-\frac{t}{RC}}.} \qquad (51b)$$

(51), (51a) ir (51b) funkcijų grafikai, kai UC0=2ε, ε, ε/2, 0, -ε/2, -ε ir -2ε, pavaizduoti 16 pav. (1, 2 , 3,4 ,5, 6 ir 7 kreivės atitinkamai).



16 pav.

Dabar tarkime, kad kondensatorius, kurio pradinė įtampa U_{C0}, išelektrinama per R varžos rezistorių (17 pav.). Pagal antrąją Rirchhofo taisyklę turime:



17 pav.

$$-\frac{q}{C}+IR=0. \qquad (52)$$

Atsižvelgę į tai, kad šiuo atveju $I=-\frac{dq}{dt}$ ir išdiferencijavę pagal t gauname (45) diferencialinę lygtį, kurios bendrasis sprendinys yra (46). Kai t=0 srovės stiprį pažymėję I_0, gausime (47) formule aprašomą srovės stiprio kitimo dėsnį. Šiuo atveju

$$I_0=\frac{U_{C0}}{R}.$$

Taigi srovės stiprio kitimą šiuo atveju aprašo formulė

$$\boxed{I_0=\frac{U_{C0}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}}. \qquad (53)$$

Padauginę (53) abi puses iš R, gauname išelektrinto kondensatoriaus įtampos kitimą aprašančią formulę

$$\boxed{U_C=U_{C0}e^{-\frac{t}{RC}}}, \qquad (54)$$

o padauginę iš talpos C ir pažymėję $q=CU_C$, $Q_0=CU_{C0}$ – krūvio kitimo dėsnį

$$\boxed{q=q_0e^{-\frac{t}{RC}}}. \qquad (55)$$

Kaip matyti iš (53) – (55), srovės stipris, įtampa ir krūvis mažėja eksponentiškai.

9. Elektros srovės darbas ir galia. Džiaulio dėsnis

Panagrinėkime grandinės dalį. Tarkime, kad tos dalies įtampa U, o ta grandine tekančios nuolatinės srovės stipris I. Jei per laika t prateka krūvis q, elektrinis laukas atlieka darbą

$$A=qU$$

Kadangi tekant nuolatinei pastoviai srovei q=It, tai srovės atliktas darbas

$$A=UIt. \qquad (56)$$

Elektros srovės darbas grandinės dalyje lygus įtampos, srovės stiprio ir laiko, per kurį atliekamas darbas, sandaugai.

Pagal energijos tvermės dėsnį šis darbas turi būti lygus nagrinėjamos grandinės dalies energijos pokyčiui. Jeigu grandinės dalyje judančių laidininkų nėra ir nevyksta jokie cheminiai kitimai, tai padidėja jos vidinė energija, t.y. padidėja temperatūra. Šiuo atveju visas srovės darbas virsta šiluma: $Q=A$. Temperatūros didėjimo mechanizmas toks: krūvininkai (pavyzdžiui, metalo laisvieji elektronai), veikiami elektrinio lauko jėgos, įgyja papildomą kinetinę energiją, kurią paskui atiduoda gardelei susidurdami su jos mazguose esančiai jonais.

Pasinaudodami Omo dėsniu grandinės daliai (15), šilumos kiekį, išsiskyrusį per laiką *t*, galime ir taip išreikšti:

$$\boxed{Q = UIt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t}. \qquad (57)$$

(57) formulė išreiškia Džiaulio (*J. P. Joule*) dėsnį, kurį žodžiais galima taip suformuoti: ***šilumos kiekis, išsiskiriantis laidininke, kai juo teka srovė, lygus srovės stiprio kvadrato, laidininko varžos ir laiko sandaugai.***

Pagal galios P apibrėžimą $P=A/t$. Taigi elektros srovės galia

$$\boxed{P=UI}. \qquad (58)$$

Tuo atveju, kai visas srovės darbas virsta šiluma, galią galima ir taip išreikšti:

$$\boxed{P = I^2R = \frac{U^2}{R}}. \qquad (59)$$

Atkreipsime dėmesį, kad (56) ir (58) formules galima taikyti ir tuo atveju, kai visa elektros energija ar jos dalis virsta ne tik šiluma, bet ir mechanine, chemine ar kitokios formos energija, o (57) ir (59) – tik kai visa energija virsta šiluma.

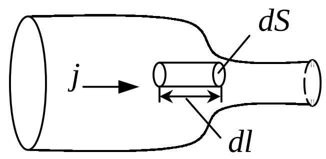
Panagrinėkime energijos virsmus uždarojoje grandinėje, turinčioje pašalinę elektrovarą ε. (35a) formulės, išreiškiančios Omo dėsnį uždarajai grandinei, abi puses padauginkime iš srovės stiprio *I*:

$$UI + I^2r = \varepsilon I . \qquad (60)$$

Čia εI yra pašalinių jėgų išvystoma galia. Matome, kad ji lygi išorinės grandinės (kuri nebūtinai visa virsta šiluma) ir vidinės grandinės šiluminių galių sumai. Taigi grandine tekant srovei pašalinių jėgų atliekamas darbas virsta kitų rūšių energija, o elektrinis laukas tik padeda tą energiją perkelti iš šaltinio į kitas grandinės dalis.

Pagal (58) ar (59) galima apskaičiuoti tik visame laidininke išsiskiriančią šiluminę galią. Jei laidininkas nevienalytis (pavyzdžiui, nevienodas jo skerspjūvio plotas ar nevienoda savitoji varža), tai išsiskirianti šiluma esti nevienodai pasiskirsčiusi jo tūryje. Tačiau galima rasti būdą tam tikrame laidininko taške išsiskiriančiai šiluminei galiai apskaičiuoti.

Bet kokios formos laidininke mintyse išskirkime be galo mažą jo elementą, kurio ilgis *dl* nukreiptas lygiagrečiai su srovės tankio vektoriumi $\vec{j}$, o skerspjūvio plotas *dS* – statmenai jam (18 pav.). Tokio elemento varža



18 pav.

$$R = \rho \frac{dl}{dS},$$

o juo tekančios srovės stipris

$$dI = jdS .$$

Jame išsiskirianti šiluminė galia pagal (59)

$$dP = (dI)^2 R = j^2 (dS)^2 \rho \frac{dl}{dS} = \rho j^2 dV . \qquad (61)$$

Čia $dV=dl\cdot dS$ – laidininko elemento tūris.
Fizikinis dydis

$$\boxed{w = \frac{dP}{dV} = \rho j^2} \qquad (62)$$

vadinamas elektros srovės šiluminės galios tūriniu tankiu. tai tūrio vienete išsiskirianti šiluminė galis . w SI vienetas yra 1 W/m3. (62) formulė vadinama Džiaulio dėsnio diferencialine (vietine, lokalia) forma. Pagal (61) apskaičiuojama šiluminė galia, išsiskirianti tam tikrame laidininko taške. Visame laidininke išsiskirianti šiluminė galia gali būti apskaičiuota integruojant:

$$P = \int\limits_{(V)} w dV = \int\limits_{(V)} \rho j^2 dV\,. \qquad (63)$$

10. Magnetai ir magnetinis laukas. Ampero dėsnis

Jau senovės laikais buvo žinoma kai kurių gamtoje randamų geležies rūdų (pvz., magnetito Fe_3O_4) savybė traukti geležinius daiktus. Nuo senų laikų taip pat žinoma magnetinio strypelio (magnetinės rodyklės) savybė pasisukti šiaurės-pietų kryptimi. (ši savybė panaudojama kompasuose). Vėlesnieji tyrimai parodė, kad kai kurios medžiagos įsimagnetina patekusios arti įmagnetintų kūnų. Ypač stipriai įsimagnetina geležis (Fe), kobaltas (Co), nikelis (Ni) ir jų lydiniai. Iš tokių medžiagų gaminami ***nuolatiniai magnetai***. Jie dažniausiai daromi tiesaus strypo (***strypiniai magnetai***) arba pasagos (***pasaginiai magnetai***) pavidalo.

Bandymai rodo, kad magnetų magnetinės ypatybės stipriausiai reiškiasi tam tikrose vietose, kurios vadinamos ***magnetiniais poliais***.

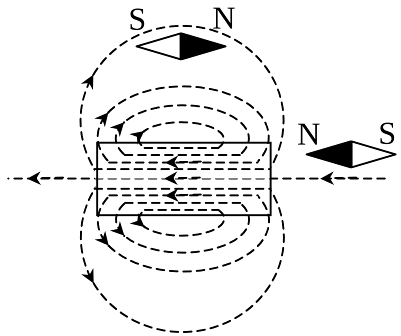
Tarkime, kad strypinis magnetas įtaisytas taip, kad galėtų laisvai sukiotis erdvėje. Nukrypęs į šiaurės pusę magnetinis polius vadinamas ***šiauriniu***, o nukrypęs į pietus – ***pietiniu*** magnetiniu poliumi. Šiaurinis polius žymimas **N**, o pietinis **S**. tiriant savitarpį dviejų magnetų polių veikimą, paaiškėjo, kad dviejų magnetų vienarūšiai poliai vienas kitą stumia, o įvairiarūšiai – traukia. Taip pat paaiškėjo, kad atskiri

magnetiniai poliai neegzistuoja. Pavyzdžiui, perpjovus magnetą pusiau abiejose jo dalyse esti šiaurinis ir pietinis poliai. Taigi visada du priešingi poliai sudaro magnetinį dipolį.

Panašiai, kaip elektrostatinė sąveika tarp krūvių perduodama per tarpininką – elektrostatinį lauką, taip ir magnetinė sąveika perduodama per ypatingos formos materiją – ***magnetinį lauką***.

Pagrindinis magnetinį lauką apibudinantis fizikinis dydis yra ***magnetinio srauto tankio (magnetinės indukcijos) vektorius*** $\vec{B}$. Magnetinį lauką, kaip ir elektrinį, geometriškai galima pavaizduoti magnetinio srauto tankio linijomis (jos dar vadinamos ir magnetinio lauko jėgų linijomis). Šių linijų kryptis nusako ir B (be rodyklės viršuje). Magnetinio srauto tankio kryptis dažnai trumpiau vadinam magnetinio lauko kryptimi. Šiai krypčiai nustatyti galima pasinaudoti maža magnetine rodykle (strypiniu magnetu), galinčia laisvai orientuotis magnetiniame lauke. Magnetinė rodyklė nusistovi magnetinio srauto linijos liestinės kryptimi. Sutarta, jog tuomet $\vec{B}$ kryptis sutampa su jėgos, veikiančios rodyklės šiaurinį polių, kryptimi.

Magnetinis laukas, kurio $\vec{B}$ kryptis ir modulis nepriklauso nuo erdvinių koordinačių, vadinamas ***vienalyčiu*** magnetiniu lauku. Jo $\vec{B}$ linijos yra lygiagretės tiesės, o atstumas tarp jų vienodas (pavyzdžiui, ilgo strypinio magneto viduje toli nuo jo galų).



19 pav.

Strypinio magneto $\vec{B}$ linijos pavaizduotos 19 pav.

www.olimpas.lt

Magnetinio srauto tankio linijos, skirtingai nuo elektrostatinio lauko stiprio linijų, yra uždaros. Magneto išorėje jos išeina iš šiaurinio poliaus ir įeina į pietinį polių, o magneto viduje – atvirkščiai: jos eina nuo pietinio poliaus link šiaurinio. Laukai, kurių linijos yra uždaros, vadinami sūkuriniais laukais. Taigi ***magnetinis laukas yra sūkurinis***. Jis neturi šaltinių, t. y. taškų, kuriuose tos linijos prasideda arba pasibaigia.

Magnetiniam laukui, kaip ir elektrostatiniams, galioja ***superpozicijos principas***:

$$\vec{B} = \sum_k \vec{B_k}\,. \qquad (64)$$

Bandymais nustatyta, kad magnetiniame lauke esantį laidininką, kuriuo teka elektros srovė, veikia jėga. šios jėgos didumas priklauso nuo srovės stiprio, laidininko ilgio, jo formos ir orientacijos magnetinio lauko atžvilgiu, taip pat nuo magnetinio lauko savybių. 1820 m. Amperas (*A. M. Ampère*) nustatė, kad be galo mažo ilgio *dl* laido atkarpą, kuria teka *I* stiprio srovė, magnetiniame lauke veikiančios jėgos modulis *dl* yra proporcingas *I*, *dl* ir sin*α*. Čia *α* – kampas tarp laido ir magnetinio lauko krypties. Proporcingumo koeficientas, kuris apibūdina magnetinį lauką, ir yra magnetinio srauto tankis *B*. Tada užrašysime:

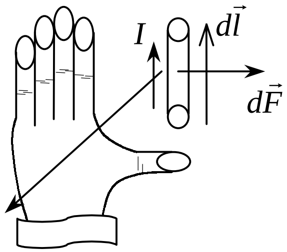
$$dF = BIdl\sin\alpha\,. \qquad (65)$$

Žinome, kad jėga ir magnetinio srauto tankis yra vektoriniai dydžiai. Įvesime dar ir srovės elemento vektorių. Tai vektorius $Id\vec{l}$. Čia $\left|d\vec{l}\right| = dl$, o $d\vec{l}$ kryptis sutampa su srovės tekėjimo kryptimi. Kaip rodo bandymai, $d\vec{F} \perp \vec{B}$ ir $d\vec{F} \perp \vec{I}d\vec{l}$. taigi vektoriškai (65) užrašoma panaudojant dviejų vektorių vektorinę sandaugą taip:

$$d\vec{F} = I\left\lfloor d\vec{l}, \vec{B} \right\rfloor \qquad (66)$$

(66) lygybė išreiškia ***Ampero dėsnį***, o magnetiniame lauke esantį laidininką su srove veikianti jėga vadinama ***Ampero jėga***. Ampero jėgos kryptį nusako dviejų vektorių $d\vec{l}$ ir $\vec{B}$ vektorinės

sandaugos taisyklė, tačiau praktiškai $d\vec{F}$ krypčiai nustatyti patogu pasinaudoti ***kairiosios rankos taisykle: jei kairiąją ranką ištiesime taip, kad statmenoji laidui magnetinio lauko srauto tankio vektorius*** $\vec{B}$ ***dedamoji būtų nukreipta į delną, o ištiesti keturi pirštai rodytų srovės laide kryptį, tai atlenktas stačiu kampu nykštys rodys ampero jėgos kryptį*** (žr. 20 pav.).



20 pav.

Jei srovė teka tiesiu leidininku, esančiu vienalyčiame magnetiniame lauke, tai jį veikianti Ampero jėga

$$\vec{F} = I\left\lfloor \vec{l}, \vec{B} \right\rfloor,$$

o tos jėgos modulis

$$\vec{F} = BIl\sin\alpha\,.$$

Ta jėga esti didžiausia, kai α=90º:

$$F_{\max} = BIl\,. \qquad (67)$$

(67) galima panaudoti magnetinio srauto tankio (magnetinės indukcijos) vektoriaus $\vec{B}$ moduliui nusakyti. Iš (67) gauname, kad

$$B = \frac{F_{\max}}{Il}\,. \qquad (68)$$

Iš (68) matome, kad ***magnetinio srauto tankio modulis lygus maksimalios Ampero jėgos, veikiančios tiesų laidininką, esantį vienalyčiame magnetiniame lauke, santykiui su laidininku tekančios srovės stipriu ir laidininko ilgiu***. Magnetinio srauto tankio SI vienetas yra ***tesla*** (T): $1\frac{N}{A\cdot m} = 1T$.

11. Magnetiniame lauke judantį krūvį veikianti jėga. Lorenco jėga

Bandymai rodo, kad magnetinis laukas veikia judančius krūvius. pavyzdžiui, priartinus magnetą prie elektroninio vamzdžio, šviesi dėmelė jo ekrane paslenka. Ampero jėga ir yra suminė jėga, veikianti srovi tekant judančius krūvininkus. Jei srovės elemento ilgis d*l* ir skerspjūvio plotas *S*, tai jo tūris d*V*=*S*· d*l*. Krūvininkų skaičiaus tankį pažymėkime n. Tada krūvininkų skaičius srovės elemente d*N*=*n*· d*V*=*nS*· d*l*. Iš čia nustatome, kad

$$dl = \frac{dN}{nS}. \qquad (69)$$

Kadangi

$$I = q_0 n v S, \qquad (70)$$

įrašę (69) ir (70) į (65), gauname:

$$dF = Bq_0 n v S \cdot \frac{dN}{nS} \cdot \sin\alpha = Bq_0 v \sin\alpha dN,$$

o vieną krūvininką veikianti jėga

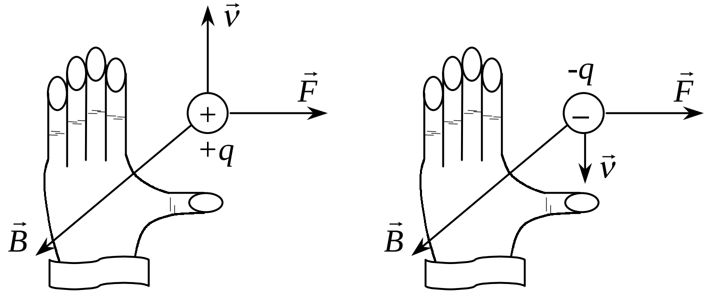
$$F = \frac{dF}{dN} = q_0 v \mathbf{s} in\alpha. \qquad (71)$$

Čia q_0 yra krūvininko (elektringosios dalelės) krūvis, α – kampas tarp vektorių $\vec{v}$ ir $\vec{B}$**.** (71) vektorinė forma yra

$$\vec{F} = q_0 \left[\vec{v}, \vec{B}\right] \qquad (72)$$

(72) formulė išreiškia magnetiniame lauke judantį krūvį veikiančią jėgą. Iš jos matome, kad $\vec{F} \perp \vec{v}$ ir $\vec{F} \perp \vec{B}$. Šios jėgos krypčiai nustatyti taip pat galima pritaikyti kairiosios rankos taisyklę: jeigu kairiąją ranką ištiesime taip, kad magnetinio lauko vektorius $\vec{B}$ būtų nukreiptas į delną, o ištiesti keturi pirštai nukreipti teigiamojo krūvio greičio $\vec{v}$ kryptimi (21a pav.) (arba priešingai neigiamojo krūvio greičio krypčiai (21b pav.)), tai atlenktas stačiu kampu nykštys rodys jėgos $\vec{F}$ kryptį.

Iš mechanikos kurso žinome, kad greičiui statmena jėga neatlieka darbo, taigi nepakeičia kūno kinetinės energijos, tuo pačiu ir jo greičio modulio. Taigi ***magnetiniame lauke judančios elektringos dalelės greičio modulis nekinta, o kinta tik greičio vektoriaus kryptis***.



a) b)

21 pav.

Jei kartu yra magnetinis ir elektrinis laukai, tai

$$\vec{F} = q_0(\vec{E} + \left[\vec{v}, \vec{B}\right]). \qquad (73)$$

(73) formule išreiškiama jėg vadinama ***Lorenco*** (*H. A. Lorentz*) ***jėga***. (72) aprašo Lorenco jėgos atskirą atvejį, kai $\vec{E} = 0$. (72) taip pat dažnai vadinama Lorenco jėgos išraiška.

12. Elektringų dalelių judėjimas elektriniame ir magnetiniame laukuose

Nagrinėsime judėjimą tik vienalyčiuose laukuose.

jei yra tik elektrinis laukas, dalelę, kurios krūvis *q* ir masė *m*, veikia jėga $\vec{F} = q\vec{E}$, o dalelė juda pagreičiu $\vec{a} = q\vec{E}/m$. Jos judėjimas toks pat, kaip ir gravitaciniame lauke. Bendru atveju dalelė juda paraboline trajektorija. Išsamiau šio judėjimo čia nenagrinėsime, nes jis nagrinėjamas elektrostatikos skyriuje.

Jei yra tik magnetinis laukas, dalelę veikia Lorenco jėga (72), kuri suteikia dalelei pagreitį:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q}{m}\left[\vec{v}, \vec{B}\right] \qquad (74)$$

Matome, kad pagreičio vektorius $\vec{a} \perp \vec{v}$ ir $\vec{a} \perp \vec{B}$.

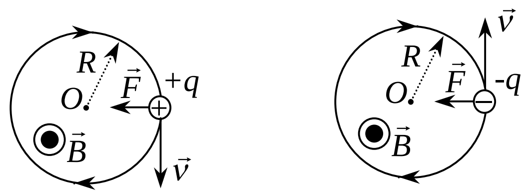
Jei dalelė įlekia į magnetinį lauką stačiu kampu (t. y. $\vec{v} \perp \vec{B}$, *F*=*qvB*), tai jos trajektorija esti apskritimas, kurio plokštuma statmena magnetiniam laukui, o jėga $\vec F$ esti visą laiką nukreipta į to apskritimo centrą (įcentrinė jėga). To apskritimo spindulį r galime nustatyti prisiminę įcentrinės jėgos išraišką mv^2/R. Taigi

$$\frac{mv^2}{R} = qvB\,. \qquad (75)$$

Iš čia nustatome, kad

$$R = \frac{mv}{qB}\,. \qquad (76)$$

Matome, kad apskritimo spindulys tiesiai proporcingas dalelės greičiui v ir atvirkščiai proporcingas magnetinio srauto tankui B. Žinodami v, B bei išmatavę R, galime iš (76) nustatyti dalelės krūvio ir masės santykį q/m (specifinį krūvį).



a) b)

22 pav.

Teigiamą krūvį turinčios dalelės trajektorija vienalyčiame statmename brėžinio plokštumai į skaitytoją nukreiptame magnetiniame lauke pavaizduota 22a pav., o neigiamą krūvį – 22b pav. Sukimosi kryptis priklauso nuo krūvio ženklo. Kaip matyti iš 22 pav., neigiamą krūvį turinčios dalelės sukimosi kryptis susijusi su magnetinio lauko $\vec B$ kryptimi pagal dešininio sraigto taisyklę, o teigiamą – pagal kairinio sraigto taisyklę. Pasinaudoję (76), lengvai apskaičiuojam sukimosi apskritimu periodą:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB} \qquad (77)$$

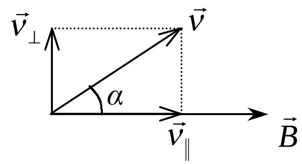
Matome, kad periodas nepriklauso nei nuo dalelės greičio, nei nuo apskritimo spindulio, o priklauso tik nuo magnetinio srauto tankio B ir nuo santykio q/m.

Dabar tarkime, kad dalelė įlekia į magnetinį lauką ne statmenai jam, o tam tikru kampu. Kampą tarp $\vec v$ ir $\vec B$ pažymėkime α. Greičio vektorių $\vec v$ išskaidykime į dvi dedamąsias: lygiagrečią magnetiniam laukui $\vec v_\parallel$ ir jam statmeną $\vec v_\perp$ (23 pav.).

$$\vec v = \vec v_\parallel + \vec v_\perp$$

Krūvį veikianti Lorenco jėga

$$\vec F = q\left[\vec v_\parallel + \vec v_\perp, \vec B\right] = q\left[\vec v_\parallel, \vec B\right] + q\left[\vec v_\perp, \vec B\right] = q\left[\vec v_\perp, \vec B\right] \qquad (78)$$



23 pav.

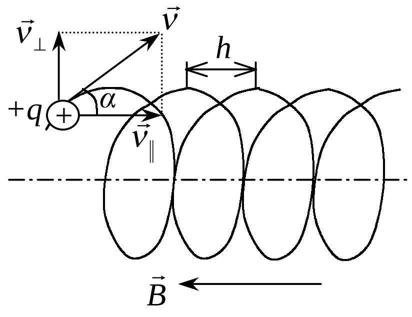
nes $\left[\vec v_\parallel, \vec B\right] = 0$. Matome, kad šiuo atveju Lorenco jėgos išraiška (78) sutampa su (72), tik joje vietoje $\vec v$ reikia rašyti $\vec v_\perp$, kurios modulis $\vec v_\perp = v\sin\alpha$. Todėl dalelė suksis apskritimu, kurio spindulys

$$R = \frac{mv_\perp}{qB} = \frac{mv\sin\alpha}{qB}, \qquad (79)$$

o jos sukimosi periodas aprašomas (77) formule. Lygiagrečioji magnetiniam laukui dedamoji $v_\parallel = v\cos\alpha$ nekinta, nes šia kryptim veiksiančios Lorenco jėgos dedamoji lygi nuliui. Taigi atstojamasis dalelės judėjimas šiuo atveju susideda iš sukimosi statmenoje magnetiniam laukui plokštumoje ir tolygaus judėjimo išilgai lauko. Tai reškia, kad dalelė juda ***spiraline linija***, kurios spindulys aprašomas (79), o žingsnis

$$h = v_\parallel T = \frac{2\pi m v\cos\alpha}{qB}\,. \qquad (80)$$

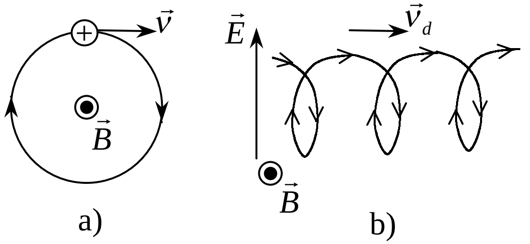
Spiralės ašis nukreipta magnetinio lauko kryptimi (24 pav.).



24 pav.

Jeigu veikia ir elektrinis, ir magnetinis laukai kartu, elektringos dalelės judėjimas pasidaro daug sudėtingesnis.

Panagrinėkime paprasčiausią atvejį, kai tie du laukai tarpusavyje statmeni, o dalelės greitis statmenas magnetiniam laukui, (t. y. $\vec E \perp \vec B$ ir $\vec v \perp \vec B$). Tarkime, kad magnetinis laukas $\vec B$ statmenas brėžinio plokštumai ir nukreiptas į skaitytoją, elektrinis laukas $\vec E$ nukreiptas į viršų, o judančios dalelės krūvis teigiamas (25 pav.). Jei nebūtų elektrinio lauko, tai dalelė judėtų apskritimu pastoviu greičiu v (25a pav.). Veikiant dar ir elektriniam laukui, dalelės greitis kinta. Kai ji juda į tą pusę, į kurią veikia elektrinė jėga $\vec F_e = q\vec E$, greitis didėja, kreivumo spindulys sutinkamai (76) taip pat didėja (25b pav. viršutinė trajektorijos dalis). Kai greitis pasidaro priešingos krypties (t. y. 25b pav. nukreiptas žemyn), dalelė juda prieš elektrinę jėgą, todėl jos greitis, kartu ir trajektorijos spindulys, mažėja (25b pav. apatinė trajektorijos dalis). Dėl šių dviejų trajektorijos dalių nevienodumo dalelė per kiekvieną apsisukimą šiek tiek paslenka kryptimi, statmena elektriniam ir magnetiniam laukams (25 b pav. į dešinę). Šis dalelės judėjimas vadinamas ***elektriniu dreifu***. Dreifo greitį



25 pav.

pažymėkime $\vec v_d$. Galima įsivaizduoti, kad dreifas – tai judėjimas apskritimu apie centrą, slenkantį dreifo greičiu $\vec v_d$. Taigi dalelės greitį $\vec v$ galima išreikšti kaip sukimosi apskritimu greičio $\vec v\,'$ ir dreifo greičio $\vec v_d$ vektorinę sumą

$$\vec v = \vec v\,' + \vec v_d\,. \qquad (81)$$

Pagreitį $\vec a$ išreiškę per pagreičio išvestinę $\frac{d\vec v}{dt}$, o jėgą $\vec F = m\vec a = m\frac{d\vec v}{dt}$ ir įrašę (81) į (73), gauname tokią dalelės judėjimo lygtį:

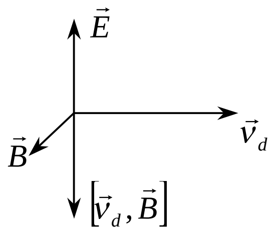
$$m\frac{d\vec v\,'}{dt} + m\frac{d\vec v_d}{dt} = q(\vec E + [\vec v\,' + \vec v_d, \vec B]) = q(\vec E + [\vec v\,', \vec B] + [\vec v_d, \vec B]) \quad (82)$$

Ieškodami (82) lygties sprendimo, $\vec v_d$ pasirinkime tokį, kad būtų

$$\vec E + [\vec v_d, \vec B] = 0\,. \qquad (83)$$

Tą galima padaryti, nes pagal dviejų vektorių vektorinės sandaugos taisyklę vektorius $[\vec v_d, \vec B]$ yra nukreiptas priešingai vektoriui $\vec E$ (26 pav.) Taigi (83) bus tenkinama, jeigu $\vec v_d$ modulis

$$v_d = \frac{E}{B}\,. \qquad (84)$$



26 pav.

Iš 26 pav. matyti, jog $\vec v_d$ kryptis sutampa su $[\vec E, \vec B]$ kryptimi. Taigi

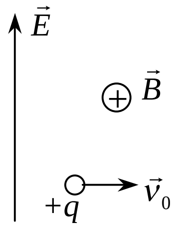
$$\vec v_d = \frac{E}{B}\cdot\frac{[\vec E, \vec B]}{EB} = \frac{[\vec E, \vec B]}{B^2}\,. \qquad (85)$$

Kaip matyti iš (84) arba (85), v_d nekinta laikui einant, taigi $\frac{d\vec v_d}{dt} = 0$. Atsižvelgus dar ir į (83), iš (82) lieka tik

$$m\frac{d\vec{v}^{\,t}}{dt} = q\left[\vec{v}^{\,t}, \vec{B}\right]. \qquad (86)$$

Kadangi (86) turi tokį pat pavidalą, kaip ir (74), tai aišku, kad $\vec{v}\,'$ yra tolygus sukimosi apskritimu greitis. Apskritimo spindulys išreiškiamas (76) formule, vietoje v įrašant v', o apsisukimo periodas – (77) formule.

4 uždavinys. Teigiamą krūvį turinti dalelė juda tarpusavy statmenuose vienalyčiuose elektriniame ir magnetiniame laukuose. E=10^6 V/m, B=0,1 T. Tam tikru momentu dalelės greitis v_0 buvo nukreiptas statmenai vektoriams $\vec{E}$ ir $\vec{B}$, kaip parodyta 27 pav. Koks bus dalelės greitis, kai jis vėl bus statmenas $\vec{E}$ ir $\vec{B}$, bet sudarys 180˚ kampą su $\vec{v}_0$? Į sunkio jėgą neatsižvelkite.

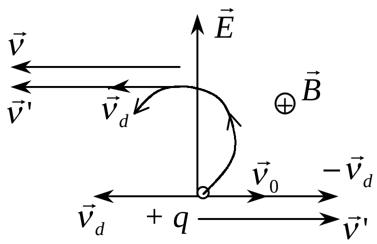


27 pav.

Sprendimas

1 būdas. Nustatysime dreifo kryptį ir greitį. Vektorius $\left[\vec{E}, \vec{B}\right]$, taigi ir $\vec{v}_d$, šiuo atveju nukreipti į kaire, o

$$\vec{v}_d = \frac{E}{B}.$$



28 pav.

Pagal (81) nustatome, kad sukimosi apskritimu greitis

$$\vec{v}\,' = \vec{v}_0 - \vec{v}_d = \vec{v}_0 + (-\vec{v}_d),$$

o jo modulis

$$v' = v_0 + v_d.$$

Kampas tarp $\vec{v}$ ir $\vec{v}_0$ bus lygus 180˚, kai dalelė pasisuks 180˚ kampu. Tuomet vektoriai $\vec{v}\,'$ ir $\vec{v}_d$ bus vienos krypties (žr. 28 pav.). Taigi

$$v = v_d + v' = v_d + v_0 + v_d = v_0 + 2v_d = v_0 + \frac{2E}{B} = 10^7 + \frac{2\cdot 10^6}{0{,}1} = 3\cdot 10^7\,\frac{m}{s}$$

2 būdas. Nustatę, kad

$$v' = v_0 + v_d = v_0 + \frac{E}{B},$$

pagal (76) surandame apskritimo spindulį

$$R = \frac{mv'}{qB} = \frac{m(v_0 + \frac{E}{B})}{qB}.$$

Kai dalelė bus pasisukusi 180˚ kampu, ji bus nuskriejusi $\vec{E}$ kryptimi atstumą 2R ir įgijusi papildomą kinetinę energiją

$$\Delta W = qE\cdot 2R = \frac{2qEm(v_0 + \frac{E}{B})}{qB}.$$

Pagal energijos tvermės dėsnį

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{2Em(v_0 + \frac{E}{B})}{B}.$$

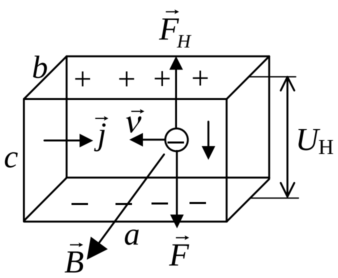
Iš čia išreiškę v gauname:

$$v = v_0 + \frac{2E}{B} = 3\cdot 10^7\,\frac{m}{s}.$$

13. Holo efektas

Jei laidininkas, kuriuo teka elektros srovė, yra magnetiniame lauke, tai kryptingai judančius krūvininkus veikia Lorenco jėga (žr. (72)).

Išsamiau panagrinėkime stačiakampio gretasienio formos laidininką, kurio matmenys *a*, *b*, ir *c* (29 pav.). Jei srovės tankio vektorius $\vec{j}$ nukreiptas išilgai briaunos *a* į dešinę, o magnetinis laukas $\vec{B}$ – išilgai briaunos *b* į skaitytoją, tai greičiu $\vec{v}$ prieš $\vec{j}$ kryptį judančius neigiamus krūvininkus (elektronus) veiks Lorenco jėga $F=qvB$, nukreipta išilgai briaunos *c* žemyn. Jos veikiami elektronai nukryps žemyn, ir apatinė sienelė *ab* įsielektrins neigiamu krūviu, o viršutinė – teigiamu. Šis reiškinys vadinamas ***Holo*** (*E. H. Hall*) ***efektu***, o tarp viršutinės ir apatinės sienelių susidariusi įtampa U_H vadinama Holo įtampa. Holo elektrinio lauko stipris $E_H = \frac{U_H}{c}$ elektronus veikia jėga $F_H = qE_H = q\frac{U_H}{c}$, nukreipta į viršų. Kai patenkinama lygybė $F_H=F$, tolesnis krūvių kaupimasis viršutinėje ir apatinėje sienelėse nebevyksta. Taigi nusistovėjus pusiausvyrai



11 pav.

$$q\frac{U_H}{c} = qvB. \qquad (87)$$

Krūvininkų greitį galima išreikšti iš (13):

$$v = \frac{j}{qn} = \frac{I}{qnbc}. \qquad (88)$$

Įrašę (88) į (87), nustatome, kad Holo įtampa

$$U_H = \frac{IB}{qnb}. \qquad (89)$$

Jei krūvininkai turėtų teigiamą krūvį, tai jie tekant srovei judėtų $\vec{j}$ kryptimi, o Lorenco jėgos kryptis būtų ta pati, kaip ir elektronų atveju. Tada apatinė sienelė elektrintųsi teigiamai, o viršutinė – neigiamai. Taigi eksperimentiškai nustačius Holo įtampos ženklą ir žinant $\vec{j}$ ir $\vec{B}$ kryptis, galima nustatyti krūvininkų krūvio ženklą. Be to, išmatavus U_H, *I*, *B* ir *b*, galima nustatyti laisvųjų krūvininkų skaičiaus tankį *n*, o pasinaudojus (26) ir judrį.

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2004 10 28.