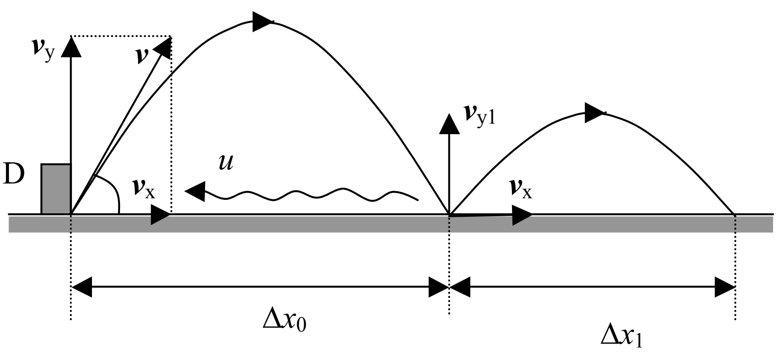
59-osios Lietuvos moksleivių fizikos olimpiados
III rato 10 klasės teorinių užduočių sprendimai
2011m. balandžio 7- 9 d., Vilnius

Teorinė dalis

1. Nedidelis kamuoliukas metamas greičiu v = 60 m/s kryptimi, sudarančia kampą α = 60° su horizontalia plokštuma. Kamuoliuko smūgiai į lygų horizontalų paviršių netemprūs – kiekvieno smūgio metu vertikalioji greičio dedamoji sumažėja ξ kartų. Laisvojo kritimo pagreitis $g = 9{,}81$ m/s^2, trinties bei oro pasipriešinimo nėra. Jautrus detektorius, esantis kamuoliuko paleidimo vietoje, fiksuoja garsinius aplinka sklindančius signalus, atsirandančius dėl kamuoliuko smūgių į žemės paviršių. Pirmasis garso signalas pasiekia detektorių po T_1 = 11,5 s nuo kamuoliuko paleidimo, o antrasis - po T_2 = 17,25 s. 1) Koks garso greitis u aplinkoje? 2) Kam lygus koeficientas ξ?
(10 taškų)

Sprendimas
Brėžinys pirmiems dviems smūgiams. (1 taškas)



1) Apskaičiuojame greičių komponentes: $v_x = v\cos\alpha$, $v_y = v\sin\alpha$. (1 taškas)
Rutuliuko judėjimui horizontalia ir vertikalia kryptimi galime užrašyti:
$\Delta x_0 = v_x \Delta t_0$, (1 taškas)
$v_y = \frac{1}{2} g \Delta t_0$ (1 taškas)

Čia Δt_0 - kamuoliuko skriejimo laikas iki pirmojo smūgio. Iš čia $\Delta x_0 = \frac{2v_x v_y}{g}$, $\Delta t_0 = \frac{2v_y}{g}$.

Iki detektoriaus garsas sklis laiką $\Delta\tau_0 = \Delta x / u$, todėl laikas iki pirmojo garsinio signalo užfiksavimo $T_1 = \Delta t_0 + \Delta\tau_0 = \frac{2v_y}{g} + \frac{2v_x v_y}{gu}$. (1 taškas)

Iš čia surandame $u = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{gT_1 - 2v\sin\alpha} = 351\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. (2 taškai)

2) Pažymėkime 1/ξ=μ. Tuomet vertikalioji greičio komponentė po pirmojo smūgio $v_{y1} = \mu v_y$. Panašiai kaip ir pirmojoje dalyje:

$$T_2 - T_1 = \Delta t_1 + \Delta\tau_1 = \frac{2v_{y1}}{g} + \frac{2v_x v_{y1}}{gu},\ T_2 - T_1 = \frac{2\mu v_y}{g} + \frac{2\mu v_x v_y}{gu} = \mu T_1. \quad \text{(2 taškai)}$$

Iš čia $\mu = \dfrac{T_2 - T_1}{T_1}$. Tada $\xi = \dfrac{T_1}{T_2 - T_1} = 2$. (1 taškas).

2. Į t_1 = 20°C temperatūros vandenį, esantį mažos šiluminės talpos inde, įmetus du įkaitintus iki t_2 = 100°C temperatūros vienodus šratus, po kiek laiko nusistovėjo t_3 = 60°C temperatūra. Kokia temperatūra t nusistovės įmetus dar tris tokius pačius ir tiek pat įkaitintus šratus? Į šilumos nuostolius neatsižvelkite.
(10 taškų)

Sprendimas
Sudarome dvi šilumos balanso lygtis, atitinkamai įmetus į vandenį du ir po to tris šratus. Tam įveskime vandens ir vieno šrato šilumines talpas, atitinkamai C_v ir $C_š$:

$C_v(t_3 - t_1) = 2C_š(t_2 - t_3)$, (3 taškai)

$(2C_š + C_v)(t - t_3) = 3C_š(t_2 - t)$. (3 taškai)

Iš pirmos lygties randame

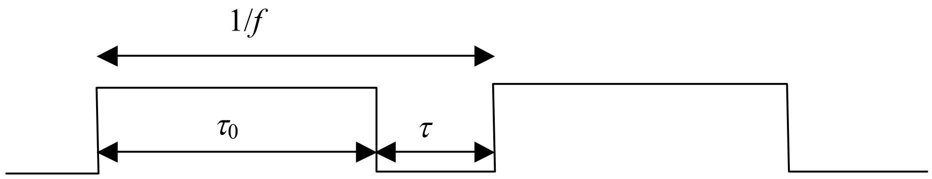
$C_š = \dfrac{C_v(t_3 - t_1)}{2(t_2 - t_3)}$. (1 taškas)

Įrašę šią išraišką į antrąją lygtį ir išprastinę C_v randame t:

$t = \dfrac{5t_2t_3 - 3t_1t_2 - 2t_1t_3}{3t_3 + 2t_2 - 5t_1} = 77°C$. (3 taškai)

3. Lokomotyvas skleidžia garsinius impulsus, kurių trukmė τ_0 = 0,89 s, o jų pasikartojimo dažnis f = 1,0 Hz. 1) Koks laiko tarpas τ tarp gretimų impulsų, kurio metu garsinio signalo nėra? 2) Kokiu greičiu turi važiuoti lokomotyvas, kad nejudantis stebėtojas ties bėgiais neatskirtų atskirų garso impulsų? Žmogui garso pojūtis išlieka τ_i = 0,10 s, garso greitis ore c = 330 m/s.
(10 taškų)

Sprendimas



Brėžinys – (1 taškas)
1) Laiko tarpas τ tarp impulsų, kai garsinio signalo nėra, lugus

$\tau = \dfrac{1}{f} - \tau_0 = \dfrac{1 - f\tau_0}{f} = 0{,}11\ \text{s}$. (2 taškai)

2) Šis laiko tarpas didesnis už garso pojūčio laiką τ_i = 0,10 s, todėl stebėtojas lokomotyvui stovint impulsus atskirs. (1 taškas).
Lokomotyvui važiuojant link stebėtojo, laikas, kai garsinio signalo nėra, trumpėja. Tegul greičiui v tas tarpas tampa τ_i = 0,10 s, kai stebėtojas impulsų jau nebeatskirs. (1 taškas)
Jei impulso pabaigoje atstumas tarp lokomotyvo ir stebėtojo buvo l, o garso greitis ore c, tai

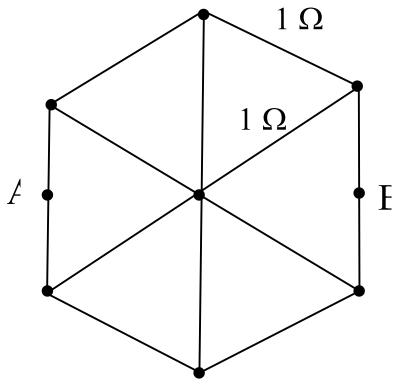
$\tau_i = \tau - \left(\dfrac{l}{c} - \dfrac{l - v\tau}{c}\right)$. (2 taškai) . Pasinaudoję τ išraiška randame

$v = c\dfrac{1 - f(\tau_0 + \tau_i)}{1 - f\tau_0} = 30\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}} \approx 110\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$. (2 taškai)

Taigi, impulsai susilieja, kai $v > 110\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$. (1 taškas)

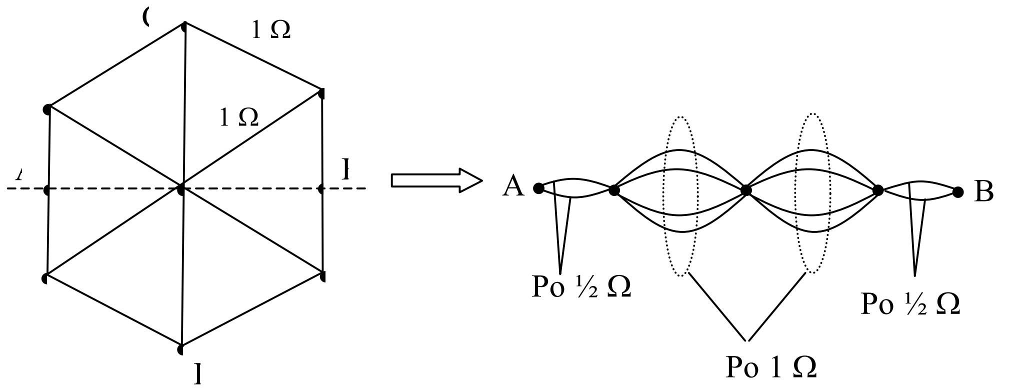
4. Taisyklingo šešiakampio visos kraštinės bei įstrižainių pusės – vienodos vielos atkarpos, kurių kiekvienos varža R = 1 Ω. Įstrižainių centrai sujungti į vieną tašką. Raskite varžą tarp taškų A ir B, esančių priešingų šešiakampio kraštinių centruose.

(10 taškų)



Sprendimas

Jei prijungtume taškuose AB įtampą, tai tiesės AB atžvilgius simetriški taškai (pvz., CD) turės vienodus potencialus. (3 taškai)
Tuos taškus galime sujungi, ir dėl to varža tarp taškų AB nepasikeis, nes nesikeičia srovės atskirose grandinės šakose. (2 taškai)
Tada galime perbraižyti schemą tokiu būdu: (3 taškai)



Tuo būdu, atstojamąją varža tarp taškų AB apskaičiuojame kaip nuosekliai ir lygiagrečiai sujungtų rezistorių sistemą:

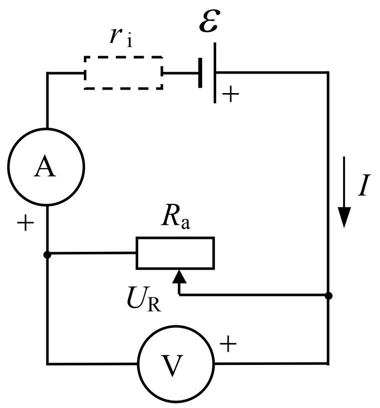
$R_{AB} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1\,\Omega$. (2 taškai)

2011 m. Respublikinės fizikos olimpiados (RFO) 10 klasės moksleivių eksperimento užduotis

Eksperimento dalis

Elektros grandinės tyrimas

1. Surinkti paveiksle parodytą elektros grandinę.



Šiame paveiksle rezistorius r_i yra nežinomas ir sumontuotas kartu su įtampos šaltiniu, krio elektrovara $\mathcal{E}$.

2. Keičiant reostato R_a varžos vertę išmatuoti įtampos U_R ir srovės stiprio I priklausomybę nuo R_a.

3. Matavimų rezultatus pateikti grafikais $U_R(R_a)$, $I(R_a)$ ir rezistoriuje R_a išsiskiriančios galios P_R priklausomybę nuo apkrovos varžos R_a, t.y. $P_R(R_a)$.

4. Rezultatus paaiškinti ir nustatyti r_i vertę. Nubrėžti tame pačiame galios priklausomybės nuo apkrovos grafiko lape teorinę priklausomybę $P_R(R_a)$. Įvertinti matavimų paklaidas.

(20 taškų)

Sprendimas

Varžos elementas R (varžas, rezistorius)- idealizuotas elementas, neturintis parazitinių reaktyviųjų sandų- talpos bei induktyvumo. Tokiame elemente pastoviosios įtampos U_R (arba $U_{R=}$) ir juo tekančios pastoviosios srovės I_R (arba $I_{R=}$) sąryšis yra išreiškiamas *Omo dėsniu grandyno daliai*:

$$U_R = I_R \cdot R = I_R / G, \tag{1}$$

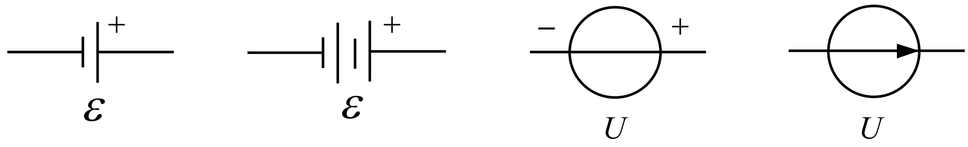
kur: R - rezistoriaus varža; $G = 1/R$ - laidumas arba admitansas.

Rezistorius R radiotechninių grandynų schemose gali būti pavaizduotas dviem būdais, parodytais 1 pav., kur: a - atitinka Europinį standartą; b- Amerikietiškąjį standartą; c- ir d- reguliuojamos varžos rezistorius (potenciometras).

a b c d

1 pav. Rezistoriaus R žymėjimas radiotechniniuose ir elektroniniuose grandynuose

Įtampos šaltinis (galvaninis elementas)- idealizuotas aktyvusis elementas, kuriame pastoviosios įtampos $U_=$ vertė U_o šaltinio gnybtuose nepriklauso nuo pastoviosios srovės $I_=$ stiprio jame. Tokio šaltinio vidinė varža $r_i = 0$ ir todėl jame nėra energijos nuostolių. Įtampos šaltinio grafiniai simboliai yra parodyti 2 pav., kur: a- galvaninis elementas ($\mathcal{E}$ arba *evj*); b- galvaninių elementų baterija; c- ir d- įtampos šaltiniai, realizuoti įvairiais elektriniais grandynais.



a b c d

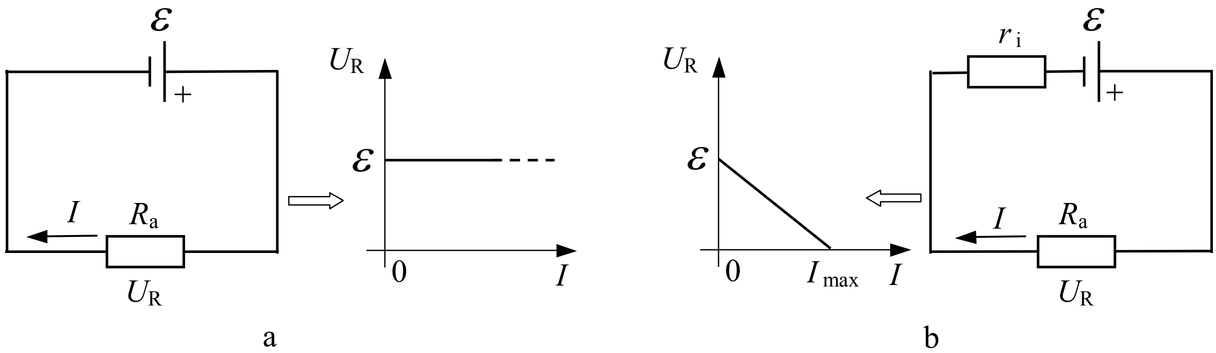
2 pav. Įtampos šaltinio grafiniai simboliai

Prie idealaus ($r_i = 0$) pastoviosios įtampos šaltinio $\mathcal{E}$ gnybtų prijungus išorinę apkrovą R_a (3 pav. a), sujungtojoje grandinėje teka pastovioji srovė I (arba $I_=$), kurios kryptis sutampa su įtampos šaltinio $\mathcal{E}$ vidaus srovės kryptimi ir jos vertė yra nusakoma <u>*Omo dėsniu visam grandynui*</u>:

$$I = \mathcal{E}/R_a. \qquad (2)$$

Realūs įtampos šaltiniai $\mathcal{E}$ turi vidaus varžą $r_i > 0$, kuri grandyne yra atvaizduojama nuosekliai sujungta su idealiu įtampos šaltiniu $\mathcal{E}$ (3 pav. b) Todėl (3) yra užrašoma taip:

$$I = \mathcal{E}/(r_i + R_a). \qquad (3)$$



3 pav. Idealaus (a) ir realaus (b) įtampos šaltinio $\mathcal{E}$ pilnoji grandinė su apkrovos rezistoriumi R_a bei šalia parodytomis atitinkamomis $U_R(I)$ voltamperinėmis charakteristikomis (VACh)

Iš (2) ir (3) bei (1) seka įtampos U_R rezistoriuje R_a, o tuo pačiu ir įtampos šaltinio $\mathcal{E}$ gnybtuose, išraiškos: $U_R = I \cdot R_a = \mathcal{E} =$ const- idealaus įtampos šaltinio atveju (3 pav. a), bei $U_R = I \cdot R_a = [\mathcal{E}/(r_i + R_a)] \cdot R_a$- realaus įtampos šaltinio atveju (3 pav. b).

Iš 3 pav. matome: įtampos šaltinio $\mathcal{E}$ viduje srovė I teka nuo gnybto su neigiamu potencialu „–“ link gnybto su teigiamu potencialu „+“, t. y. teigiami krūvininkai $+q$ (pvz. jonai) įtampos šaltinio $\mathcal{E}$ viduje juda priešinga vidinio elektrinio lauko $\boldsymbol{E}$ jėgų linijų krypčiai, o neigiami krūvininkai $-q$ (pvz. katijonai)- ta pačia kryptimi. Šiam krūvių pernešimui reikalinga vidinė (pašalinė) jėga $\boldsymbol{F}_\varepsilon$, kuri, pernešant teigiamą elementarųjį krūvį + q, atlieka elementarųjį darbą δA. Šio darbo δA ir krūvio q santykis yra vadinamas įtampos šaltinio elektrovaros jėga (*evj*), kurią žymime raide $\mathcal{E}$ ir yra išreiškiama taip:

$$\mathcal{E} = \delta A /\mathrm{q}. \tag{4}$$

Susitarta, jog įtampos $\mathcal{E}$ kryptis šaltinio gnybtuose sutampa su pašalinės jėgos $\boldsymbol{F}_\varepsilon$ kryptimi. Todėl įtampos šaltinio gnybtuose įtampos $\mathcal{E}$ kryptis sutampa su vidinės srovės $\boldsymbol{I}$ kryptimi įtampos šaltinio viduje (2 pav. d), t. y. nukreipta nuo gnybto su neigiamu potencialu „–“ link gnybto su teigiamu potencialu „+“. Pašalinės jėgos $\boldsymbol{F}_\varepsilon$, kuriančios įtampą $\mathcal{E}$, fizikinė prigimtis gali būti cheminė (galvaniniai elementai, akumuliatoriai), mechaninė (elektriniai generatoriai sukami vandens, vėjo, vandens garų ir t. t.), branduolinės reakcijos ir kitokios.

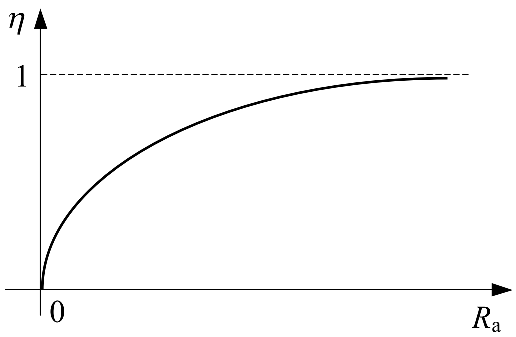
Lygiagrečiai sujungtų realaus įtampos šaltinio $\mathcal{E}$ ir apkrovos rezistoriaus R_a pilnoje grandinėje (3 pav. b) tekančios srovės I galingumas, išsiskiriantis apkrovos rezistoriuje R_a, yra naudingas galingumas P_n, o galingumas, išsiskiriantis realaus įtampos šaltinio $\mathcal{E}$ vidinėje varžoje r_i - nuostolinis galingumas P_i. Todėl realaus įtampos šaltinio $\mathcal{E}$ atiduodamos galios naudingasis veikos koeficientas *nvk* (arba η) yra nusakomas taip:

$$\eta = P_n/(P_n + P_i). \tag{5}$$

Kadangi $P_n = I^2 \cdot R_a$ ir $P_i = I^2 \cdot r_i$, tai iš čia bei (5) randame:

$$\eta = (I^2 R_a)/(I^2 R_a + I^2 r_i) = R_a/(R_a + r_i). \tag{6}$$

Iš (6) seka, jog apkrovos R_a varžai kintant nuo 0 iki ∞, realaus įtampos šaltinio $\mathcal{E}$ atiduodamos galios *nvk* kečiasi nuo 0 iki 1 (4 pav.).



4 pav. Iš (6) paskaičiuota realaus įtampos šaltinio $\mathcal{E}$ atiduodamos galios *nvk* (arba η) priklausomybė nuo apkrovos varžos R_a

Gautas teisingas rezultatas (6) yra klaidinantis, nes be η vertės svarbu ir naudingojo galingumo P_n vertė, kuri turi būti kuo didesnė. Tuo tarpu iš (3) seka, jog didėjant R_a srovė I mažėja ir tuo pačiu keičiasi P_n. Todėl iš (3) ir iš žinomos P_n išraiškos užrašome:

$$P_n = I^2 \cdot R_a = [\mathcal{E}/(r_i + R_a)]^2 \cdot R_a = \mathcal{E}^2/\{[(r_i/R_a) + 1]^2 \cdot R_a\}, \qquad (7)$$

iš kur seka, jog R_a vertei artėjant prie 0 arba ∞, galingumo P_n vertė artėja prie 0. Tai rodo, jog yra tokia R_a vertė, kuriai esant P_n įgyja didžiausią (maksimalią) vertę $P_{n\,max}$ (5 pav.). Šiai vertei nustatyti, iš (7) surandame P_n išvestinę kintamojo R_a atžvilgiu ir prilyginsime ją 0:

$$[P_n(R)]' = \{[\mathcal{E}/(r_i + R_a)]^2 R_a\}' = [\mathcal{E}/(r_i + R_a)]^2 + (2 R_a \mathcal{E})/\{(r_i + R_a)[-\mathcal{E}/(r_i + R_a)^2]\} =$$

$$= [\mathcal{E}/(r_i + R_a)]^2 \cdot \{1 - [(2 R_a)/(r_i + R_a)]\} = 0. \qquad (8)$$

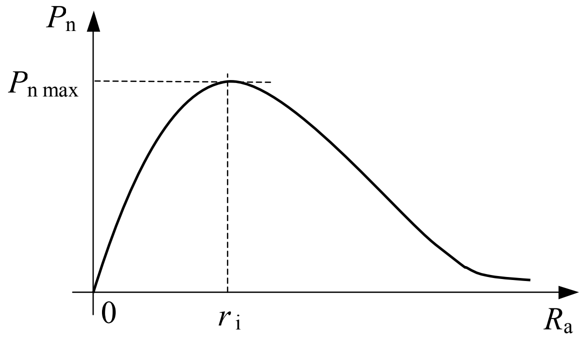
Iš (8) matome, jog $[P_n(R_a)]' = 0$ tik tuo atveju, jeigu:

$$1 - (2 R_a)/(r_i + R_a) = 0, \qquad (9)$$

ir iš (9) randame, jog realus įtampos šaltinis $\mathcal{E}$ į apkrovą R_a atiduoda didžiausią galingumą $P_{n\,max}$, kai yra tenkinama sąlyga:

$$R_a = r_i. \qquad (10)$$

Šiuo atveju realaus įtampos šaltinio $\mathcal{E}$ atiduodamos galios *nvk* yra: $\eta = 0{,}5$ arba 50 % (6).



5 pav. Iš (7) paskaičiuotos naudingos galios P_n, išsiskiriančios apkrovoje R_a, priklausomybė nuo R_a vertės