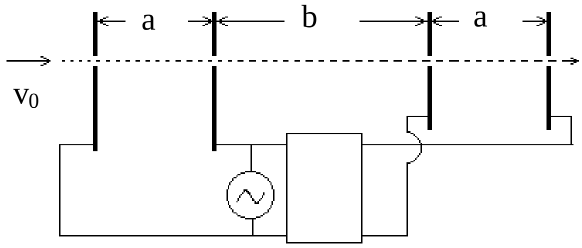
XXXII TARPTAUTINĖ FIZIKOS OLIMPIADA
2001 m. birželio 28–liepos 6 d. Antalija, Turkija

Teorinė užduotis 1

1A. KLISTRONAS

Klistronai – tai prietaisai, naudojami stiprinti labai didelio dažnio signalus. Klistronas susideda iš dviejų vienodų porų lygiagrečių plokštelių (sudarančių ertmes), esančias atstumu **b** viena nuo kitos, kaip pateikta paveiksle. Elektronų pluoštelis pradinio greičio $\mathbf{v_0}$ kerta sistemą prasiskverbdamas pro mažas angas plokštelėse. Didelio dažnio įtampa, kuri turi būti stiprinama, prijungiama prie abejų plokštelių su tam tikru fazių postūmiu (periodas **T** atitinka fazių skirtumą 2π), sukurdama ertmėse horizontalia kryptimi kintamus elektrinius laukus. Kai elektrinis laukas nukreiptas į dešinę elektronai ertmėje yra stabdomi, o kitu atveju – greitinami. Tam tikru atstumu nuo pirmos ertmės elektronai susigrupuoja sudarydami sankaupas. Jeigu antroji ertmė yra patalpinta ten, kur elektronai sudaro sankaupą, ir fazių postūmis yra tinkamai parinktas, elektrinis laukas juos stabdo ir gauna jų energiją. Tegu stiprinamas signalas yra stačiakampės formos. Jo reikšmė staigiai keičiasi: $\mathbf{V}=\pm0{,}5$ V, o periodas $\mathbf{T}=1{,}0\cdot 10^{-9}$ s. Elektronų pradinis greitis $\mathbf{v_0}=2{,}0\cdot 10^{6}$ m/s. Elektrono krūvio ir masės santykis $\mathbf{e/m}=1{,}76\cdot 10^{11}$ C/kg. Atstumas **a** tarp plokštelių nykstamai mažas ir elektronų buvimo tarp plokštelių laiko galima nepaisyti.



Keturių reikšminių ženklų tikslumu apskaičiuokite:

a) atstumą **b,** kuriam esant ties antrąja ertme susidaro elektronų sankaupa. (1,5 taško)
b) fazių postūmį, reikalingą gauti stiprinimui. (1,0 taškas)

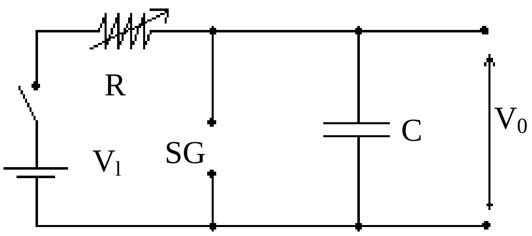
1B. TARPMOLEKULINIS ATSTUMAS.

Tegul $\mathbf{d_L}$ ir $\mathbf{d_V}$ atitinkamai yra vidutiniai atstumai tarp vandens molekulių skystoje ir garų fazėse. Abi fazės yra 100 ˚C temperatūros ir normalaus atmosferos slėgio, o garai elgiasi kaip idealiosios dujos. Apskaičiuokite santykį $\mathbf{d_V/d_L}$. (2,5 taško)

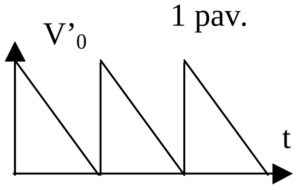
Nagrinėjamo vandens tankis $\boldsymbol{\rho_L}=1{,}0\cdot 10^{3}$ kg/m^3. Vandens molio masė $\mathbf{M}=1{,}8\cdot 10^{-2}$ kg/mol. Atmosferos slėgis $\mathbf{P_a}=1{,}0\cdot 10^{5}$ N/m^2. Universalioji dujų konstanta $\mathbf{R}=8{,}3$ J/mol•K. Avogadro skaičius $\mathbf{N_A}=6{,}0\cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

1C. PAPRASTAS PJŪKLINĖS ĮTAMPOS GENERATORIUS

Pjūklinė įtampa $\mathbf{V_0}$ gali būti gauta tarp pavaizduoto 1 pav. kondensatoriaus **C** plokštelių. **R** yra keičiama varža, $\mathbf{V_1}$ yra idealus įtampos šaltinis, o **SG –** kibirkštinis tarpelis. Kai įtampa tarpelyje pasiekia $\mathbf{V_f}$ oras yra pramušamas ir įtampa staigiai darosi labai maža.



1 pav.

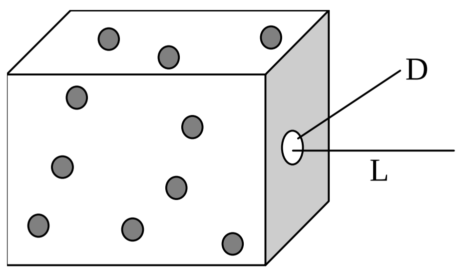


2 pav.

a) Nubrėžkite įtampos $\mathbf{V_0}$ priklausomybės nuo laiko **t** grafiką įjungus jungiklį. (0,5 taško).
b) Kokia sąlyga turi būti patenkinta, kad augančios įtampos $\mathbf{V_0}$ priklausomybė nuo laiko būtų beveik tiesinė? (0,2 taško).
c) Laikant, kad ši sąlyga yra patenkinta, gaukite supaprastintą išraišką periodui **T**. (0,4 taško).
d) Ką reikia kaitalioti (**R** ar/ir **SG**) norint pakeisti tik periodą? (0,2 taško).
e) Ką reikia kaitalioti (**R** ar/ir **SG**) norint pakeisti tik amplitudę? (0,2 taško)
f) Jums duotas papildomas reguliuojamos nuolatinės įtampos šaltinis. Nubraižykite naują schemą 2 pav. pavaizduotai įtampai $\mathbf{V'_0}$ gauti ir nurodykite kontaktus, tarp kurių susidaro ta įtampa. (1,0 taškas).

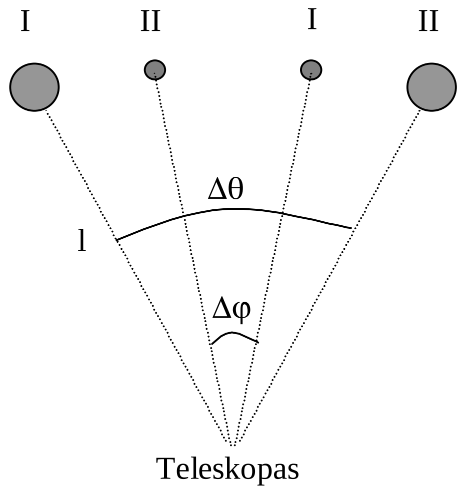
1D. ATOMŲ SRAUTAS

Atomų srautas gaunamas kaitinant dujas iki temperatūros **T** uždarame inde su maža (atomo matmenų) skersmens **D** anga. Pro angą praeina tik atomai, kurių pradiniai greičiai yra horizontalūs ir statmeni sienelei. Įvertinkite atomų pluoštelio skersmenį atstumu **L** nuo angos. Atomų masės **M.** (2,5 taško).



Teorinė užduotis 2

DVINARĖ ŽVAIGŽDŽIŲ SISTEMA



a) Kai kurias dvinares sistemas sudaro paprasta masės $\mathbf{m_0}$ ir spindulio **R** žvaigždė ir masyvesnė masės **M** kompaktiška neutroninė žvaigždė, besisukančios apie bendrą masių centrą. Teleskopu gaunama tokia informacija:

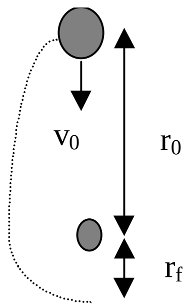
• Maksimalus kampinis poslinkis įprastinei žvaigždei $\mathbf{\Delta\theta}$**,** o neutroninei - $\mathbf{\Delta\varphi}$ (1 pav.).

• Tie poslinkiai įvyksta periodiškai per laiką $\boldsymbol{\tau}$.

• Spinduliuotės matavimais gaunama įprastinės žvaigždės paviršiaus temperatūra **T** ir spinduliuotės galia, tenkanti Žemės paviršiaus ploto vienetui **P**.

• Kalcio spektrinės linijos, kurios normalus bangos ilgis yra $\mathbf{\lambda_0}$**,** bangos ilgio pokytis dėl įprastinės žvaigždės gravitacinio lauko yra $\mathbf{\Delta\lambda}$. (Skaičiuojant fotonui priskiriama masė $\mathbf{h/c\lambda}$).

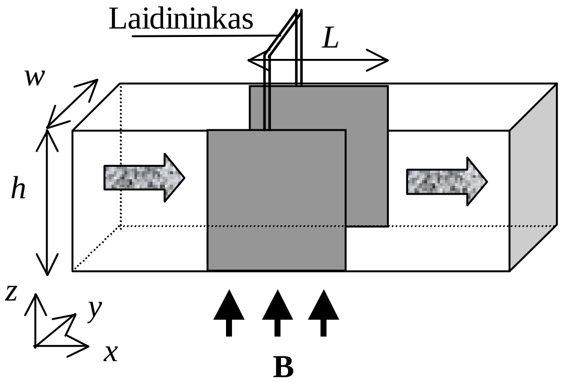
Išreikškite atstumą ***l*** nuo Žemės iki žvaigždžių sistemos per stebėjimų duomenis ir universalias konstantas. (7 taškai).



b) Laikome, kad $\mathbf{M \gg m_0}$ ir kad įprastinė žvaigždė sukasi aplink neutroninę apskritimine spindulio $\mathbf{r_0}$ orbita. Įprastinė žvaigždė greičiu $\mathbf{v_0}$ savęs atžvilgiu link neutroninės žvaigždės išmeta dujas (2 pav.). Atsižvelgdami tik į neutroninės žvaigždės gravitacinę trauką ir nepaisydami galimų įprastinės žvaigždės judėjimo pokyčių raskite mažiausią atstumą $\mathbf{r_f}$ kuriuo dujos priartėja prie neutroninės žvaigždės (2 pav.). (3 taškai).

Teorinė užduotis 3

MAGNETOHIDRODINAMINIS GENERATORIUS



Horizontaliu pločio *w* ir aukščio *h* uždaru plastmasiniu vamzdžiu cirkuliuoja gyvsidabris. Gyvsidabrio savitoji varža ρ**.** Gyvsidabrį pastoviu greičiu v_0 varo turbina, sukurdama slėgį *P***.** Ilgio *L* vamzdžio dalyje šoninės sienelės padarytos iš varinių plokščių, išorėje sujungtų bevaržiu laidininku.

Skysčio judėjimas yra labai sudėtingas. Darome tokias prielaidas:

- Nors skystis yra klampus, jo greitis vienodas visame vamzdžio skerspjūvyje.
- Skysčio greitis visada tiesiai proporcingas veikiančiai jėgai.
- Skystis nespūdus.

Vienalytis nukreiptas vertikaliai aukštyn magnetinis laukas **B** sukurtas erdvės dalyje, apribotoje varinėmis plokštelėmis. Eksperimentinė situacija pavaizduota brėžinyje, kur nurodyti naudojamos koordinačių sistemos vienetiniai vektoriai *x*, *y*, *z*.

a) Raskite kokia jėga magnetinis laukas veikia skystį. Ją išreikškite per *L, B, h, w,* ρ ir pakitusį skysčio greitį *v***.** **(**2,0 taškai**).**

b) Išreikškite dėl magnetinio lauko poveikio pakitusį gyvsidabrio greitį *v* per v_0**,** *P, L, B* ir ρ**.** **(**3,0 taškai**).**

c) Gaukite išraišką papildomai galiai, kurią turi išvystyti turbina, kad gyvsidabris vėl judėtų greičiu v_0. (2,0 taškai).

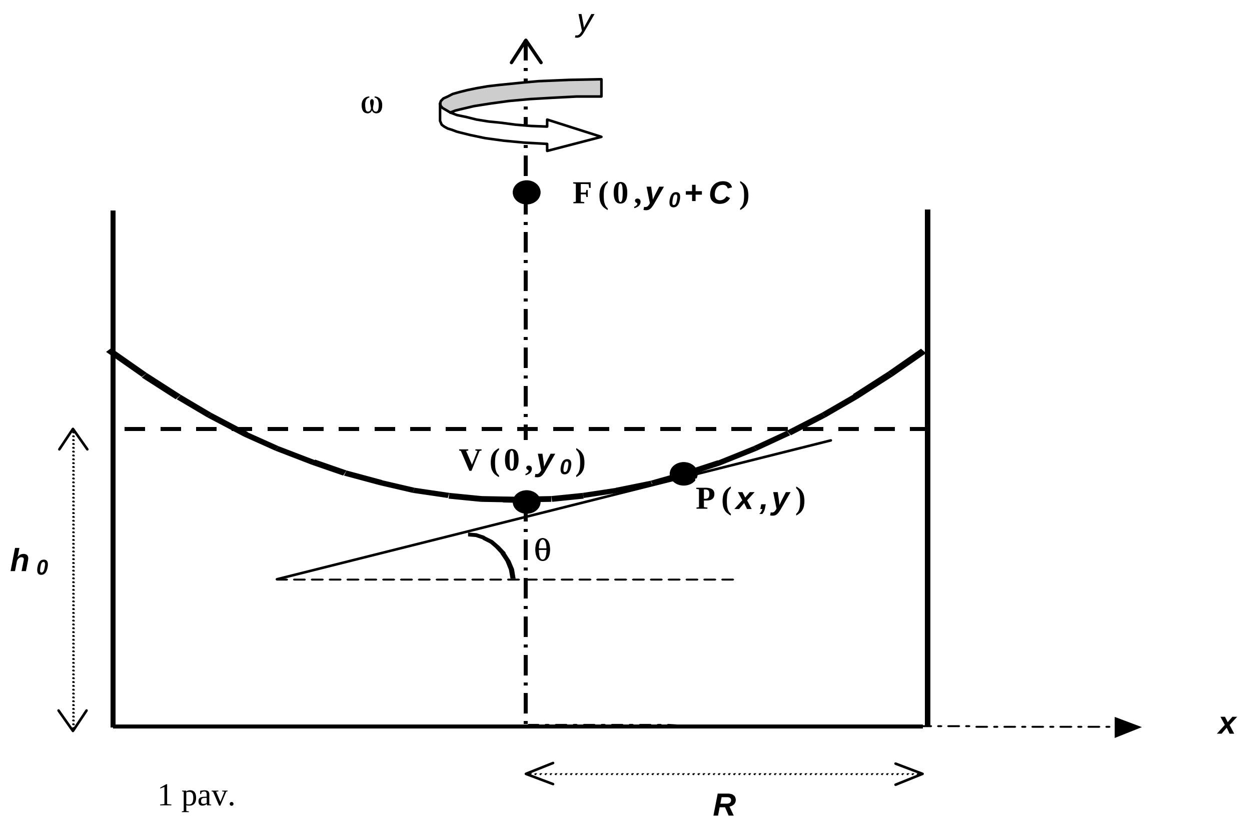
d) Magnetinis laukas išjungtas, o gyvsidabris pakeistas vandeniu, judančiu tuo pačiu greičiu v_0. Tam tikro dažnio *f* elektromagnetinė banga sklinda išilgai vamzdžio vandens tekėjimo kryptimi. Vandens lūžio rodiklis *n*, o $v_0 \ll c$. Gaukite išraišką vandens tekėjimo įtakotam fazių skirtumo pokyčiui, kai elektromagnetinė banga nusklinda atstumą *L*. (3,0 taškai).

Eksperimentinė užduotis

BESISUKANTIS SKYSTIS

Bandymą sudaro trys pagrindinės dalys:

1. Besisukančio skysčio paviršiaus formos ir laisvojo kritimo pagreičio nustatymas.
2. Besisukančio skysčio kaip optinės sistemos nagrinėjimas.
3. Skysčio lūžio rodiklio nustatymas.



1 pav.

Besisukant kampiniu greičiu **ω** cilindriniam indui su skysčiu apie vertikalią ašį, sutampančią su cilindro ašimi, skysčio paviršius įgauna sukimosi paraboloido formą (1 pav.). Esant pusiausvyrai paviršiaus liestinė taške **P(*x*,*y*)** sudaro kampą **θ** su horizontu, tada

$$tg\theta = \frac{\omega^2 x}{g} \qquad \text{esant } |x| \le R, \tag{1}$$

čia ***R*** yra indo spindulys, o ***g*** – laisvojo kritimo pagreitis.

Galima parodyti, kad esant $\omega<\omega_{max}$ (čia ω_{max} – kampinis greitis, kuriam esant besisukančio skysčio paviršiaus centras paliečia indo dugną), taške x_0 besisukančio skysčio aukštis yra pastovus, nepriklauso nuo sukimosi greičio ir yra toks pat, kai ir nesisukančiame inde:

$$x=x_0=\frac{R}{\sqrt{2}}, \quad y(x_0)=h_0, \tag{2}$$

Besisukančio skysčio paviršiaus pjūvis yra parabolė, kurią aprašo lygtis

$$y = y_0 + \frac{x^2}{4C} \quad , \tag{3}$$

kurios viršūnė yra **V(0,y_0)**, o židinys yra **F(0,y_0+C)**. Kai lygiagretūs simetrijos ašiai (optiniai ašiai) šviesos spinduliai atsispindi nuo parabolinio paviršiaus, jie susikerta taške **F** (1 pav.).

Įranga

- Cilindrinis indas su glicerinu. Ant indo dugno ir šoninės sienelės yra milimetrinės skalės.
- Stalelis, sukamas elektros varikliuku, maitinamu reguliuojamos įtampos nuolatinės srovės šaltiniu, kas leidžia reguliuoti sukimosi greitį.
- Skaidrus horizontalus padėklas, ant kurio galima dėti skaidrų ir pusiau skaidrų milimetrinį popierių, naudojamą kaip ekranas. Padėklo vertikali ir horizontali padėtis gali būti keičiama.
- Lazeris, pritvirtintas prie laikyklio. Jo padėtį galima keisti. Lazerio antgalis gali būti pakeistas.
- Antras lazerio antgalis.
- Liniuotė.
- Žymeklis.
- Sekundometras.
- Difrakcinė gardelė su 500 arba 1000 brėžių į mm.
- Gulsčiukas.
- Akiniai.

EKSPERIMENTAS

1 DALIS: g NUSTATYMAS NAUDOJANT BESISUKANTĮ SKYSTĮ [7,5 taško]

- Išveskite lygtį (1).
- Išmatuokite skysčio aukštį h_0 ir indo vidinį skersmenį $2R$.
- Patalpinkite padėklą tarp lazerio ir indo. Išmatuokite atstumą H tarp padėklo ir stalelio (2 pav.).
- Nukreipkite lazerį vertikaliai žemyn, taip, kad jis šviestų į tašką, esantį atstumu $x_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}$ nuo indo ašies.
- Stalelio sukimosi greitį parinkinėkite taip, kad skysčio paviršius neįdubtų iki dugno.
- Žinoma, kad esant $x_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}$ skysčio aukštis išlieka lygus pradiniam h_0 nepriklausomai nuo sukimosi greičio ω. Tuo naudodamiesi nustatykite kampą θ taške x_0 įvairioms ω vertėms.
- Sudarykite lentelę surašydami išmatuotas ir iš jų apskaičiuotas dydžių vertes.
- Rezultatus pavaizduokite grafiškai, kad paskui suskaičiuotumėte g.
- Apskaičiuokite g ir jo paklaidą.

2 DALIS: OPTINĖ SISTEMA

Šioje eksperimento dalyje besisukančio skysčio paviršius laikomas optine sistema, sukuriančia vaizdą. Kadangi paviršiaus kreivumas kinta priklausomai nuo sukimosi greičio, šios sistemos židinio nuotolis priklauso nuo ω.

2a) Židinio nuotolio nustatymas [5,5 taško]

- Nukreipkite lazerį taip, kad jo spindulys eitų vertikaliai žemyn į indo centrą. Pažymėkite tašką **P**, kur spindulys krenta į padėklą. Linija, jungiantį šį tašką su indo centru yra sistemos optinė ašis (2 pav.).
- Kadangi skysčio paviršius yra parabolinis veidrodis, bet koks spindulys, lygiagretus optinei ašiai, atsispindėjęs eina per židinį **F**, esantį optinėje ašyje.
- Parinkite tokį sukimosi greitį, kad židinys būtų ant padėklo. Išmatuokite sukimosi greitį ω ir atstumą H tarp stalelio ir padėklo.
- Pakartokite bandymą skirtingoms H vertėms.
- Padarę tinkamą brėžinį nustatykite židinio nuotolio priklausomybę nuo kampinio greičio.

2b) “Vaizdo” (tai, ką matote ant padėklo) analizė. [3,5 taško]

Šioje bandymo dalyje tiriamas “vaizdas”, kurį sudaro optinė sistema.

- Pakeiskite lazerio antgalį į sukuriantį ryškią rodyklę.
- Parinkite lazerio padėtį taip, kad jo spindulys kristų beveik statmenai arti indo centro.
- Pusiau skaidrų lapą padėkite ant esančio prie pat indo viršaus padėklo taip, kad spindulys eitų prie pat popieriaus krašto, o atsispindėjęs patektų į popierių.
- Stebėkite dydį ir orientaciją “vaizdų”, sukurtų krintančio į dugną ir atsispindėjusio nuo besisukančio skysčio paviršiaus spindulių.
- Palaipsniui didinkite sukimosi greitį iki maksimaliai galimo. Didėjant ω jus pastebėsite skirtingus greičių diapazonus, kuriuose “vaizdo” charakteristikos žymiai skiriasi. Pagal stebėjimo duomenis užpildykite lentelę atsakymų lape, pridėdami eilutę kiekvienam stebimam diapazonui.

3 DALIS: LŪŽIO RODIKLIS [3,5 taško]

Šioje eksperimento dalyje skysčio lūžio rodiklis yra nustatomas panaudojant difrakcinę gardelę. Kai bangos ilgio λ monochromatinė šviesa krenta statmenai į difrakcinę gardelę, difrakciniai maksimumai yra stebimi kampais α_m, nustatomais iš lygties

$$m\lambda = d \sin\alpha_m \, , \qquad (4)$$

čia m yra difrakcinio maksimumo numeris, d – atstumas tarp gardelės rėžių. Difrakcinė gardelė panaudojama lazerio šviesos bangos ilgiui ir skysčio lūžio rodikliui nustatyti (3 pav.).

- Panaudokite gardelę lazerio šviesos bangos ilgiui nustatyti.
- Įmerkite gardelę į skystį indo viduryje.
- Nukreipkite ploną lazerio spindulį taip, kad jis kristų statmenai gardelei ir indo sienelei.
- Stebėkite difrakcinį vaizdą ant šoninės indo skalės. Atlikite atstumų matavimus.
- Iš savo matavimų nustatykite lūžio rodiklį n. (Indo sienelių įtakos nepaisykite.)

Sprendimai

Teorinė užduotis 1

1A

a) Sakykime, kad pradiniu laiko momentu pirmojoje ertmėje a sukuriamas lėtinantis elektronus potencialas. Tada į ertmę b elektronai įlėks greičiu $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2eV/m}$ ir antrąją ertmę a jie pasieks per laiką $t_1 = b/v_1$. Po laiko tarpo $T/2$ pirmojoje ertmėje a elektronai bus greitinami, į ertmę b jie įlėks greičiu $v_2 = \sqrt{v_0^2 + 2eV/m}$ ir antrąją ertmę a jie pasieks per laiką $t_2 = b/v_2$. Kad antrojoje ertmėje a gautume padidintą elektronų tankį turi būti patenkinta sąlyga $t_1 = t_2 + T/2$. Tada

$$\frac{b}{v_1} = \frac{b}{v_2} + \frac{T}{2}, \quad b = \frac{Tv_1v_2}{2(v_2 - v_1)} = \frac{T\sqrt{v_0^4 - 4e^2V^2/m^2}}{2\left(\sqrt{v_0^2 + 2eV/m} - \sqrt{v_0^2 - 2eV/m}\right)}, \quad b = 2{,}27 \cdot 10^{-2}\ \text{m}.$$

b) Kad gautume stiprinimą antrojoje ertmėje a elektronai turi būti stabdomi, tada jų energija bus perduodama aplinkai. Tai reiškia, kad prie laiko intervalo, per kurį elektronai nulekia atstumą b pridėjus fazių postūmį atitinkantį laiką $t' = \Delta\varphi \cdot T/2\pi$ turi gautis nT:

$$t_1 + \Delta\varphi \cdot T/2\pi = nT, \quad \Delta\varphi = 2\pi\left(1/2\left(1 - v_1/v_2\right) - n\right),$$
$$\Delta\varphi = 2\pi\left(1/2\left(1 - \sqrt{\left(v_0^2 - 2eV/m\right)/\left(v_0^2 + 2eV/m\right)}\right) - n\right).$$

Imdami tokį n, kad $|\Delta\varphi|<2\pi$, gauname $\Delta\varphi$=0,61×2 =220° arba $\Delta\varphi$=–140°.

1 B

Dalelių skaičių tūrio vienete išreiškiame taip:

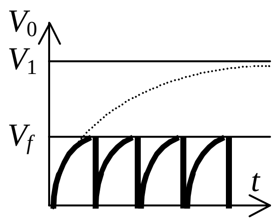
$$n = \frac{\rho N_A}{\mu},$$

čia N_A – Avogadro skaičius, μ – medžiagos molio masė. Garams panaudoję dujų būvio lygtį gauname

$$\rho = p\mu/RT.$$

Kadangi vidutinis atstumas tarp dalelių $l = \sqrt[3]{n}$, ieškomas santykis

$$k = \frac{l_g}{l_v} = \sqrt[3]{\frac{\rho_v RT}{p\mu}}, \quad k = 11.$$



1 C

a) Įtampa tarp kondensatoriaus plokštelių kinta pagal dėsnį

$$V_0 = V_1\left(1 - e^{-t/RC}\right).$$

Kai V_0 pasiekia vertę V_f, per kibirkštinį tarpelį teka elektros srovė, kondensatorius staigiai išsikrauna, įtampa tarp jo plokštelių išnyksta, srovė per kibirkštinį tarpelį nutrūksta, ir procesas kartojasi. Procesą vaizduojantis grafikas pateiktas pav.

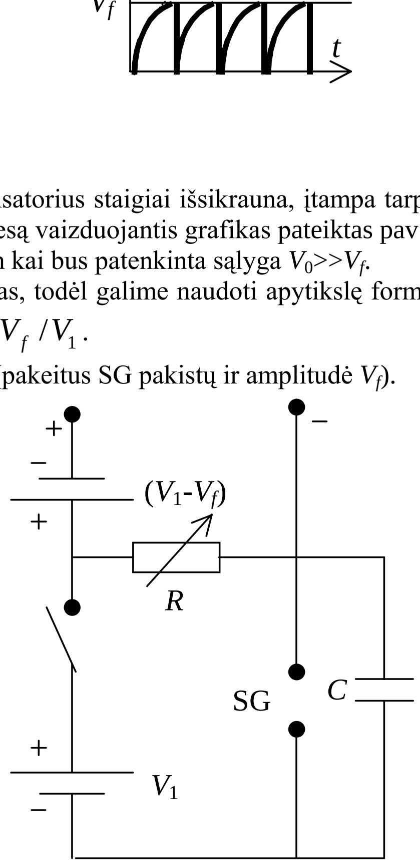
b) Iš V_0 išraiškos ir paveikslo matyti, kad V_0 didėjimas bus artimas tiesiniam kai bus patenkinta sąlyga $V_0 >> V_f$.

c) Nagrinėjamu atveju eksponentės laipsnio rodiklis V_0 išraiškoje yra mažas, todėl galime naudoti apytikslę formulę $e^{-t/RC} = 1 - t/RC$. Imdami $t=T$, gauname $V_0=V_f$, tada $V_f = V_1T/RC, \ T = RCV_f/V_1$.

d) Iš gautos išraiškos matyti, kad norint pakeisti tik periodą, reikia keisti R (pakeitus SG pakistų ir amplitudė V_f).

e) Iš tos pat išraiškos matyti, kad norint pakeisti tik amplitudę reikia keisti R ir SG taip, kar nepakistų sandauga V_fR.

f) Viena iš galimų schemų pateikta pav.



1 D

Pasirenkame ašį x lygiagrečią indo sienelei. Laikydami, kad D atitinka atomo koordinatės neapibrėžtumą Δx, iš Heizenbergo nelygybės gauname $\Delta p_x \geq \hbar/D$. Vidutinį atomo greitį gauname iš kinetinės dujų teorijos formulės $Mv^2/2 = kT/2, \ v = \sqrt{kT/M}$. Judėdamas tokiu greičiu atstumą L nulekia per laiką $t=L/v$. Per tą laiką x ašies kryptimi pasislenka atstumu $d = \Delta vt = \Delta p_x t/M = \hbar L/D\sqrt{MkT}$. Tada ieškomas vidutinis atomų pluoštelio skersmuo $D' = D + 2d = D + \hbar L/D\sqrt{MkT}$.

Teorinė užduotis 2

a) Žvaigždės paviršiaus išspinduliuota galia pagal Stefano ir Bolcmano dėsnį yra $P_0 = 4\pi R^2 \sigma T^4$. Žemės paviršiaus statmenos šviesos spinduliui projekcijos ploto vienetui tenkanti galia $P = P_0/(4\pi l^2)$. Iš pateiktų sąryšių išreiškiame žvaigždės spinrulį $R = l\sqrt{P/\sigma T^4}$. Panaudodami fotono masės ir jo gravitacinės energijos išraiškas gauname

$$\frac{hc}{\lambda_0} - \frac{\gamma m_0}{R}\cdot\frac{h}{c\lambda_0} = \frac{hc}{\lambda},\ \ R = \frac{\gamma m_0(\lambda_0 + \Delta\lambda 0}{c^2\Delta\lambda}.$$

Sulyginę R išraiškas, gauname žvaigždės masę $m_0 = \dfrac{c^2\Delta\lambda l\sqrt{P/\sigma T^4}}{\gamma(\lambda_0 + \Delta\lambda)}$.

Žvaigždės sukasi apie bendrą masių centrą vienodu kampiniu greičiu $\omega=\pi/\tau$, įcentrinį pagreitį joms suteikia gravitacija. Gauname $\dfrac{\gamma M m_0}{(r_1 + r_2)^2} = m_0 r_1\omega^2 = M r_2\omega^2,\ \ r_1 = l\dfrac{\Delta\theta}{2},\ \ r_2 = l\dfrac{\Delta\phi}{2}$.

Iš pateiktų formulių išreiškiame ieškomąjį atstumą: $l = \dfrac{2c\tau}{\pi(\Delta\theta + \Delta\phi)}\sqrt{\dfrac{2\Delta\lambda\sqrt{P/\sigma T^4}}{\Delta\phi(\lambda_0 + \Delta\lambda)}}$.

Patikslinant pateiktą formulę reikėtų atsižvelgti į fotono energijos pokytį dėl Saulės ir Žemės gravitacijos, o taip pat į tai, kad atstumas l yra baigtinis. Fotono energijos išraiškoje reikėtų įrašyti tokius papildomus narius:

$$\frac{\gamma M_S}{r_{orb.}}\cdot\frac{h}{c\lambda_0},\ \ \frac{\gamma M_Ž}{R_Ž}\cdot\frac{h}{c\lambda_0},\ \ \frac{\gamma(M + m_0)}{l}\cdot\frac{h}{c\lambda_0},$$

čia M_S ir $M_Ž$ – atitinkamai Saulės ir Žemės masės, $r_{orb.}$ – Žemės orbitos spindulys, $R_Ž$ – Žemės spindulys.

b) Panaudojame judesio kiekio momento ir energijos tvermės dėsnius išmetamoms dujoms. Gauname:

$$m\omega_0 r_0^2 = m\omega r_f^2,\ \ m(v_0^2 + \omega_0^2 r_0^2)/2 - \gamma M m/r_0 = m\omega^2 r_f^2/2 - \gamma M m/r_f.$$

Iš pirmosios lygties išreiškę ω ir įrašę į antrąją gauname ieškomajam atstumui tokią kvadratinę lygtį

$$\left(v_0^2 + \omega_0^2 r_0^2 - 2\gamma M/r_0\right)r_f^2 + 2\gamma M r_f - \omega_0^2 r_0^4 = 0$$

Žvaigždės judėjimo apskritimine orbita sąlyga duoda sąryšį $\omega_0^2 = \gamma M/r_0^3$, todėl lygtis supaprastėja:

$$\left(v_0^2 - \gamma M/r_0\right)r_f^2 + 2\gamma M r_f - \gamma M r_0 = 0.$$

Imame teigiamąją lygties šaknį:

$$r_f = \frac{\left(v_0\sqrt{\gamma M r_0} - \gamma M\right)r_0}{v_0^2 r_0 - \gamma M}.$$

Teorinė užduotis 3

a) Kintantis magnetinis laukas laidininke indukuoja elektrovarą $E = \Delta\Phi/\Delta t = Bwv$. Indukuotoji elektrovara sukuria elektros srovę, kurios stipris $I = E/R = Bwv/\left(\rho w/Lh\right) = BLhv/\rho$. Ampero jėga, kuria magnetinis laukas veikia laidininką, išreiškiama taip: $F = BIw = B^2 wLhv/\rho$. Pagal Lenco taisyklę skystį veikianti jėga nukreipta priešinga skysčio judėjimui kryptimi, t.y., prieš x ašies kryptį.

b) Esant magnetiniam laukui skystį veikiančią turbinos sukurtą jėgą $F_0=Pwh=kv_0$ atsveria pasipriešinimo jėga $F'=kv=Pwhv/v_0$ ir magnetinė jėga F: $F_0=F'+F$. Irašę aukščiau pateiktas jėgų išraiškas, gauname:

$$Pwh = \frac{Pwh}{v_0}v + \frac{B^2 Lwh}{\rho}v,\ \ v = \frac{v_0}{1 + B^2 L v_0/(P\rho)}.$$

c) Į galios išraišką $N=Fv$ įrašę turbinos sukuriamos jėgos išraišką skysčiui judant greičiu v_0 esant magnetiniam laukui bei jam nesant ir paėmę tų galių skirtumą gauname:

$$N' = \left(Pwh + \frac{B^2 Lwh}{\rho}v_0\right)v_0,\ \ N = Pwhv_0,\ \ \Delta N = \frac{B^2 Lwhv_0^2}{\rho}.$$

d) Šviesos greitis nejudančiame vandenyje yra $u=c/n$. Judančiame v_0 greičiu vandenyje šviesos greitis gaunamas panaudojant reliatyvistinę greičių sudėties formulę:

$$u' = \frac{u+v_0}{1+uv_0/c^2} = \frac{v_0+c/n}{1+v_0/cn}.$$

Bangai nusklidus atstumą L pirmu atveju fazė pakinta dydžiu $\varphi_1=2\pi ft=2\pi fL/u$, antruoju $\varphi_2=2\pi ft'=2\pi fL/u'$, todėl fazių skirtumas

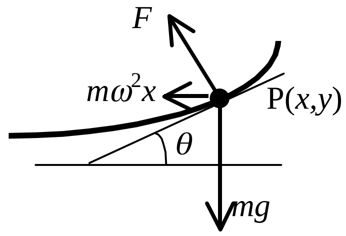
$$\Delta\varphi = 2\pi fL\left(\frac{1}{u}-\frac{1}{u'}\right) = 2\pi fL\left(\frac{n}{c}-\frac{1+v_0/nc}{v_0+c/n}\right) = 2\pi fL\,\frac{nv_0+c-c-v_0/n}{c(v_0+c/n)} = 2\pi fLv_0\,\frac{n^2-1}{c^2(1+v_0 n/c)}.$$

Asižvelgus į sąlygą $v_0 << c$ vardiklyje skliausteliuose esantis antrasis dėmuo gali būti atmestas, tada gauname:

$$\Delta\varphi = 2\pi fLv_0\left(n^2-1\right)/c^2.$$

Eksperimentinė užduotis

1 DALIS



Taške P(x,y) esantį masės m skysčio elementą nukreipta veikia vertikaliai žemyn sunkio jėga mg ir statmenai skysčio paviršiui nukteipta skysčio slėgio jėga F. Tų jėgų atstojamoji suteikia nagrinėjamam elementui įcentrinį pagreitį, ji lygi $m\omega^2 x$ ir nukreipta statmena sukimosi ašiai kryptimi. Taigi, kampui θ tarp skysčio paviršiaus liestinės ir horizonto gauname išraišką $tg\theta = m\omega^2 x/mg = \omega^2 x/g$.

Kadangi $tg\theta=y'$, gauname $y' = \dfrac{\omega^2}{g}x, \;\; y = \displaystyle\int \frac{\omega^2}{g}x\,dx = \frac{\omega^2}{2g}x^2 + y_0$.

Gavome parabolės lygtį, y_0 – integravimo konstanta (paviršiaus lygis, atitinkantis parabolės viršūnę).

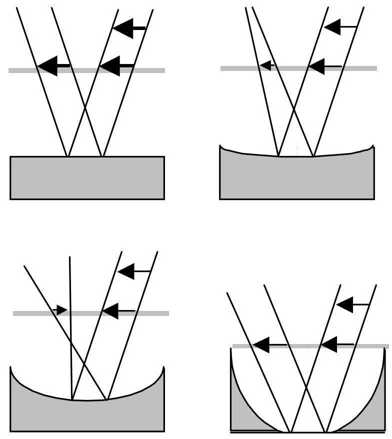
Apskaičiuojame atstumą $x_0 = R/\sqrt{2}$ ir nustatome lazerį taip, kad jis šviestų vertikaliai žemyn ir būtų atstumu x_0 nuo sukimosi ašies. Keisdami sukimosi greitį išmatuojame atstumus a tarp švytinčių taškų ant padėklo, atitinkančių lazerio spindulio kritimo į padėklą vietą ir atsispindėjusio nuo skysčio paviršiaus spindulio kritimo į padėklą vietą. Panaudoję formules $tg\theta = \omega^2 x_0/g$ ir $tg2\theta = a/(H-h_0)$ išreiškiame laisvojo kritimo pagreitį

$$g = \omega^2 x_0\left[\sqrt{\left((H-h_0)/a\right)^2+1} + (H-h_0)/a\right].$$

Pažymėję $u = 1/\omega^2$, $v = x_0\left[\sqrt{\left((H-h_0)/a\right)^2+1} + (H-h_0)/a\right]$, pateiktą išraišką parašome taip: $v = gu$.

Tai lygtis tiesės, einančios per koordinačių pradžią, o g – tos tiesės krypties koeficientas. Taigi, parinkę kelis skirtingus sukimosi greičius ir išmatavę jiems atitinkančius a, apskaičiuojame u ir v, nubrėžiame atitinkamą tiesę ir išmatuojame jos krypties koeficientą.

2 DALIS



2a) Pagal užduoties aprašymą atliekame matavimus ir nubrėžiame židinio nuotolio priklausomybės nuo kampinio greičio grafiką, imdami bent 5 taškus.

2b) Pakeitus lazerio antgalį gaunamas mažai besiskleidžiantis spindulių pluoštas, ekrane duodantis strėliukės formos vaizdą. Spindulius nukreipus beveik statmenai ant padėklo matome dvi strėliukes: krintančių spindulių ir atsispindėjusių nuo skysčio paviršiaus spindulių. Paveiksle pateiktas schematinis gaunamo vaizdo kitimas keičiant sukimosi greitį nuo 0 iki maksimalaus. Pradžioje skysčiui nesisukant vaizdai bevek tokie pat, vėliau atspindžio vaizdas mažėja, tampa beveik tašku, ir pradeda didėti, bet jau apverstas. Skysčio paviršiui palietus indo dugną vėl susidaro plokščias vedrodis, ir atspindžio vaisdas nebekinta.

3 DALIS

Lazerio spindulį nukreipus į gardelę ekrane gauname keletą šviesių dėmelių, kurių vidurinė atitinka nulinį maksimumą, o šoninės atitinkamus kitų eilių maksimumus. Kadangi atstumai tarp dėmelių maži, laikome, kad $\sin\alpha_m = tg\alpha_m = \alpha_m = a_m/b$, čia a_m – atstumas nuo centrinės iki m-tosios dėmelės, b – atstumas nuo gardelės iki ekrano. Lazerio šviesos bangos ilgį nustatome imdami kelis skirtingus atstumus b bei skirtingus maksimumus m.

Skysčio lūžio rodikliui nustatyti panardiname gardelę į skystį ir pakartojame matavimus panaudodami ant indo sienelės esančią skalę. Bangos ilgis skystyje išreiškiamas formule $\lambda' = \lambda/n$, kurią panaudojame skysčio lūžio radikliui n apskaičiuoti.

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2004 03 19.