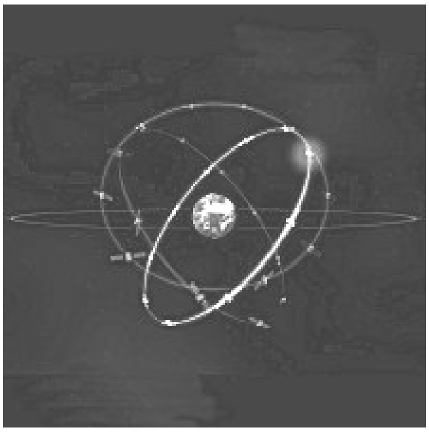
XXXVI TARPTAUTINĖ FIZIKOS OLIMPIADA

2005 m. liepos 3–12 d., Salamanka, Ispanija

Teorinė užduotis 1

Nelaimingas palydovas



Kosminiai laivai dažniausiai manevruoja keisdami greitį išilgai judėjimo krypties pereidami į aukštesnę orbitą ar pradėdami leistis į atmosferą. Šiame uždavinyje nagrinėjamas orbitos kitimas kai laivas pastumiamas radialia kryptimi.

Imkite tokias vertes: Žemės spindulys $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m, kritimo pagreitis prie Žemės paviršiaus $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$, siderinės paros trukmė $T_0 = 24.0$ h.

Geosinchroninis palydovas, kurio masė *m*, juda apskrita spindulio r_0 orbita pusiaujo plokštumoje ir turi variklį greičiui koreguoti.

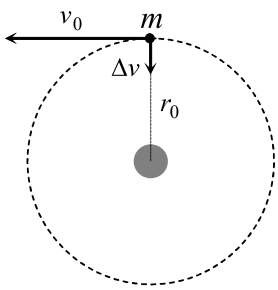
Skliausteliuose nurodyti skiriami už klausimo sprendimą taškai.

1 klausimas

1.1 Apskaičiuokite r_0 skaitinę vertę. (0.3)

1.2 Pateikite greičio v_0 analizinę išraišką per *g*, R_T ir r_0 ir apskaičiuokite jo skaitinę vertę (0.3+0.1)

1.3 Gaukite judesio kiekio momento L_0 ir mechaninės energijos E_0 išraiškas per v_0, *m*, *g* ir R_T. (0.4+0.4)



1 pav.

Palydovui judant geosinchronine orbita (1 pav.) dėl valdymo komandos klaidos buvo įjungtas koreguojantis variklis. Nors variklis buvo tuoj išjungtas, palydovas įgijo papildomą greitį Δv. Tą papildomą greitį charakterizuojame parametru $\beta = \Delta v / v_0$. Variklio veikimo trukę laikome labai maža.

2 klausimas

Imame $\beta < 1$

2.1 išrėkškite naujos orbitos parametrus: židinio parametrą *l* ir ekscetricitetą ε per r_0 ir β. (0.4+0.5)

2.2 Apskaičiuokite kampą α tarp naujos orbitos ilgosios ašies ir vektoriaus, išvesto iš Žemės centro į palydovą variklio įjungimo momentu (1.0)

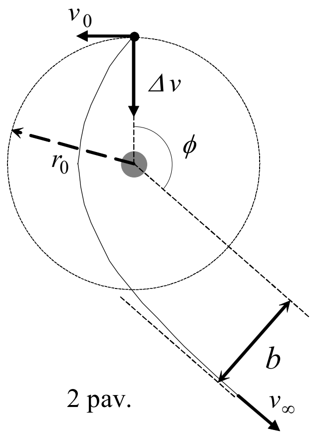
2.3 Pateikite perigėjo r_{min} ir apogėjo r_{max} atstumų išraiškas per r_0 ir β ir apskaičiuokite jų vertes esant $\beta = 1/4$ (1.0+0.2)

2.4 Išreikškite naujos orbitos periodą *T* per T_0 ir β ir apskaičiuokite jo skaitinę vertę esant $\beta = 1/4$ (0.5+0.2)

3 klausimas

3.1 Apskaičiuokite minimalų parametrą β_{esc}, reikalingą palydovui pabėgti iš Žemės traukos (0.5)

3.2 Nustatykite šiam atvejui palydovo trajektorijos mažiausią atstumą nuo Žemės centro r'_{min} kaip r_0 funkciją (1.0)



2 pav.

4 klausimas

Laikome, kad $\beta > \beta_{esc}$

4.1 Išreikškite liekamąjį greitį labai toli nuo Žemės v_∞ per v_0 ir β. (1.0)

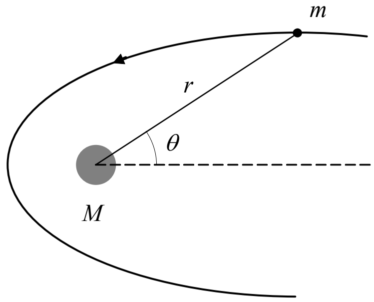
4.2 Išreikškite "krypties parametrą" *b* asimtotinės pabėgimo krypties per r_0 ir β (2 pav.) (1.0)

4.3 Išreikškite asimptotinės pabėgimo krypties kampą ϕ per β. Apskaičiuokite jo vertę kai $\beta = \frac{3}{2}\beta_{esc}$ (1.0+0.2)

NUORODA Kūnas, kurio masė $m << M$, veikiamas centrinių jėgų, kurių dydis atvirkščiai proporcingas atstumo kvadratui, juda elipsės, parabolės ar hiperbolės formos orbita. Traukos lauką sukuriantis *M* masės kūnas yra viename iš židinių. Tą židinį imdami polinių koordinačių sistemos pradžia trajektoriją aprašome formule (3 pav)

$$r(\theta) = \frac{l}{1 - \varepsilon\ \cos\theta},$$

Čia l yra teigiama konstanta, vadinama židinio parametru (pusė ilgio stygos, išvestos per židinį statmenai simetrijos ašiai), ε yra kreivės ekscentricitetas. Per užduoties parametrus orbitos konstantos išreiškiamos taip:



3 pav.

$$l = \frac{L^2}{GMm^2} \qquad \text{ir} \qquad \varepsilon = \left(1 + \frac{2EL^2}{G^2M^2m^3}\right)^{1/2},$$

čia G yra gravitacinė konstanta, L – palydovo judesio kiekio momentas traukos centro atžvilgiu, E – mechaninė energija, laikant, kad potencinė energija begalybėje yra lygi nuliui.

Galimi tokie atvejai:

1) Kai $0 \le \varepsilon < 1$, kreivė yra elipsė (kai $\varepsilon = 0$ – apskritimas),

2) Kai $\varepsilon = 1$, kreivė yra parabolė,

3) Kai $\varepsilon > 1$, kreivė yra hiperbolė.

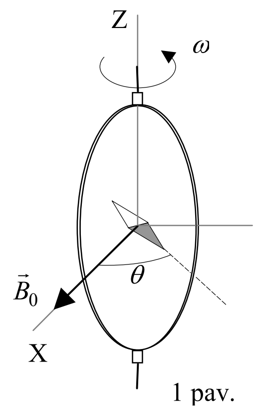
Teorinė užduotis 2

Elektrinių dydžių betarpiški matavimai

XIX amžiuje technologijai ir mokslui prireikė elektrinių dydžių standartų. Buvo laikoma, kad nauji vienetai turi būti apibrėžti tik per ilgio, masės ir laiko vienetus, nustatytus po Prancūzijos revoliucijos. Intensyvus eksperimentai vyko šia kryptimi nuo 1821 iki 1912 m. Čia pateikiami trys pavyzdžiai.

Omo apibrėžimas (Kelvinas)

Plonas apskritas a spindulio rėmelis su N vijų ir bendra varža R sukasi pastoviu kampiniu greičiu ω apie vertikalų skersmenį horizontalios krypties magnetiniame lauke $\vec{B}_0 = B_0\,\vec{i}$.



1 pav.

1. Apskaičiuokite rėmelyje indukuojamą elektrovarą ε ir vidutinę galią $\langle P \rangle$, reikalingą rėmelio sukimuisi palaikyti. Į rėmelio saviindukciją neatsižvelkite. (0.5+1.0)

Nuoroda. $X(t)$ vidutinė vertė $\langle X \rangle$ per periodą T yra $\langle X \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T X(t)\,dt$. Galite naudoti tokius integralus: $\int_0^{2\pi} \sin x\,dx = \int_0^{2\pi} \cos x\,dx = \int_0^{2\pi} \sin x \cos x\,dx = 0$, $\int_0^{2\pi} \sin^2 x\,dx = \int_0^{2\pi} \cos^2 x\,dx = \pi$, ir $\int x^n\,dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}$

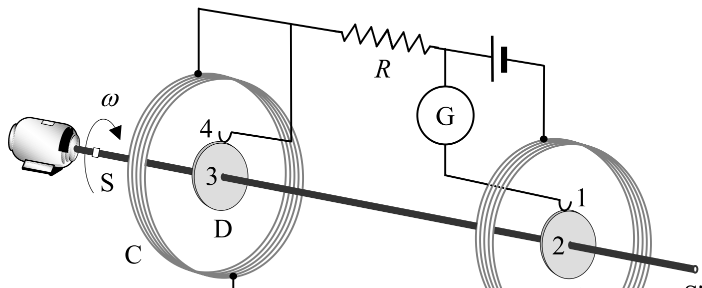
Rėmelio centre patalpinta maža magnetinė rodyklė (1 pav.), galinti laisvai sukinėtis horizontalioje plokštumoje apie ašį Z, bet nespėjanti suktis kartu su greitai besisukančiu rėmeliu.

2. Nusistovėjus judėjimui rodyklė sudaro mažą kampą θ su $\vec{B}_0$. Išreikškite varžą R per tą kampą ir kitus sistemos parametrus. (2.0)

Lordas Kelvinas 1860 m. panaudojo šį metodą omui apibrėžti. Lorenzas pasiūlė kitą metodą, be rodyklės, panaudotą lordo Rayleigh ir Ms. Sidgwick, kurį mes aptarsime kitame skyriuje.

Omo apibrėžimas (Rayleigh, Sidgwick).

Eksperimento įranga pateikta 2 pav. Ją sudaro du identiški b spindulio metaliniai diskai D ir D' ant laidžios ašies SS'. Variklis suka ašį kampiniu greičiu ω. Du identiški a spindulio rėmeliai C it C', turintys po N vijų, apgaubia diskus. Jie sujungti taip, kad jais teka priešingų krypčių srovės. Visa įranga naudojama matuoti varžą R.



2 pav.

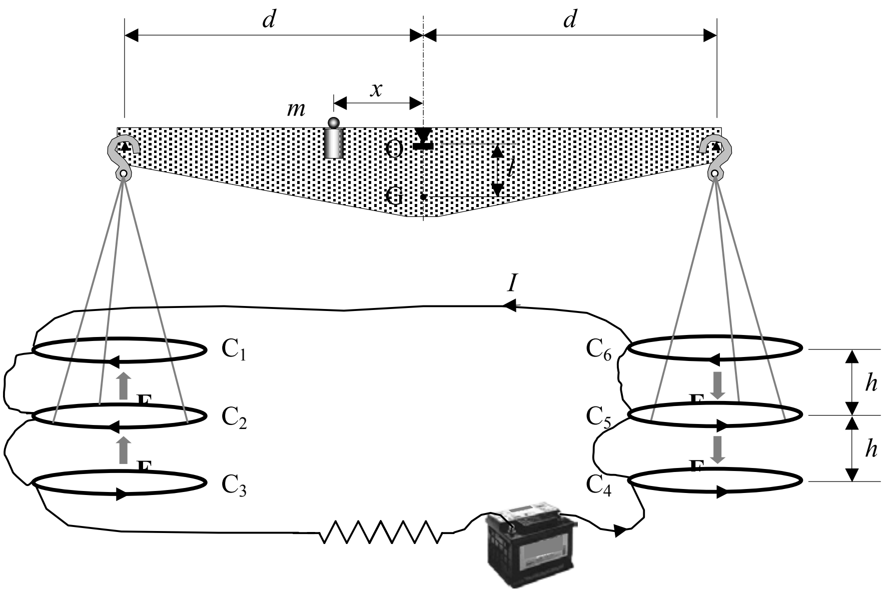
3. Laikome, kad srovė I, tekanti per rėmelius C ir C', sukuria D ir D' aplinkoje homogeninį magnetinį lauką B, lygų lauko vertei rėmelio centre. Apskaičiuokite elektrovarą ε tarp lankų 1 ir 4 laikydami, kad atstumas tarp rėmelių žymiai didesnis už rėmelių spindulį ir $a >> b$. (2.0)

Diskai prijungti prie grandinės slystančiais lankais šepetėliais 1 ir 4. Galvanometras G rodo srovę, tekančią grandine 1-2-3-4.

4. Varža R išmatuota kai G rodo nulį. Išreikškite R sistemos parametrais. (0.5)

Ampero apibrėžimas

Srovės stipris tiesiogiai matuojamas leidžiant srovę dviem laidininkais ir matuojant tarp tų laidininkų veikiančią jėgą. Tokį metodą taiko lordo Kelvino 1882 m. pasiūlytas "srovės balansas". Imami šeši vienodi a spindulio apskriti rėmeliai $C_1 \ldots C_6$, sujungti nuosekliai. Kaip parodyta 3 pav., rėmeliai C_1, C_3, C_4 ir C_6 įtvirtinti dviejose horizontaliose plokštumose, atskirtose mažu atstumu $2h$. Rėmeliai C_2 ir C_5 pritvirtinti prie d ilgio svarstyklių pečių ir esant pusiausvyrai jie yra vienodu atstumu nuo abiejų plokštumų. Srovės kryptis rėmeliuose parinkta taip, kad magnetinė jėga, veikianti rėmelį C_2, būtų nukreipta aukštyn, o veikianti C_5 – žemyn. Pusiausvyrai atstatyti tekant I stiprio srovei ant vieno svarstyklių peties x atstumu nuo atramos taško O padedamas m masės pasvarėlis.



3 pav.

5. Apskaičiuokite rėmelių C_2 ir C_1 magnetinės sąveikos jėgą. Supaprastinimui laikykite, kad ilgio vienetui tenkanti jėga yra tokia pat, kaip ir esant ilgiems tiesiems lygiagretiems laidininkams. (1.0).
6. Srovės stipris I išmatuotas esant pusiausvyrai. Išreikškite srovės stiprį I per sistemos parametrus. Įrangos matmenys yra tokie, kad galima neatsižvelgti į kairiosios ir dešiniosios dalių rėmelių sąveiką. (1.0)

Svarstyklių sverto masę pažymim M, jo masės centrą G, o atstumą nuo atramos taško iki masės centro OG=l.

7. Svarstyklių pusiausvyra yra stabili kai C_2 aukštis pakinta nedideliu dydžiu δz, o C_5 – dydžiu $-\delta z$. Apskaičiuokite maksimalią vertę $\delta z_{\max}$, kuriai esant pakreiptos ir paleistos svarstyklės dar judės link pusiausvyros padėties. (2.0)

Nuoroda: Laikykite, kad rėmelių centai išlieka apytikriai vienoje linijoje.

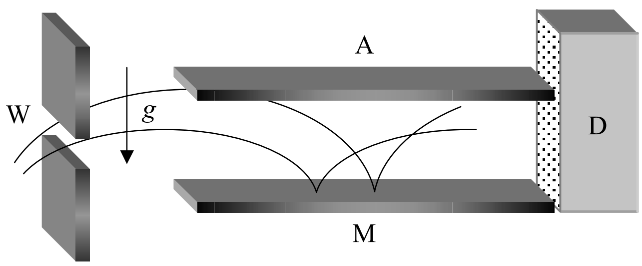
Naudokite apytiksles išraiškas $\frac{1}{1 \pm \beta} \approx 1 \mp \beta + \beta^2$ ar $\frac{1}{1 \pm \beta^2} \approx 1 \mp \beta^2$ kai $\beta << 1$, bei $\sin\theta \approx \tan\theta$ mažiems θ.

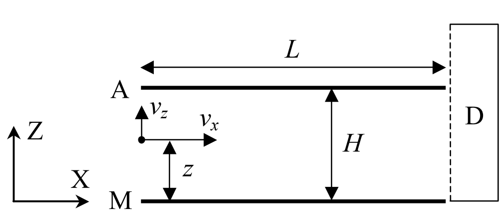
Teorinė užduotis 3

Neutronai gravitaciniame lauke

Įprastinėje klasikinėje fizikoje ant Žemės paviršiaus šokinėjantis rutuliukas yra idealizuotas amžinojo judėjimo pavyzdys. Rutuliukas negali nusileisti žemiau paviršiaus ar pakilti aukščiau posūkio taško ir šokinėja aukštyn – žemyn. Procesą stabdo oro pasipriešinimas ir smūgių netamprumas, į tai toliau neatsižvelgsime.

Laue – Langevin instituto Grenoblyje fizikų grupė 2002 m. pranešė apie neutronų elgesio Žemės gravitaciniame lauke eksperimentinį tyrimą (V. V. Nesvizhevsky et al. "Quantum states of neutrons in the Earth's gravitational field." Nature, **415** (2002) 297. Phys Rev D 67, 102002 (2003).). Judantiems į dešinę neutronams buvo leidžiama kristi ant horizontalaus kristalo paviršiaus, kuris veikė kaip neutronų veidrodis, nuo kurio jie tampriai atšokdavo ir vėl pakildavo į ankstesnį aukštį. Bandymo schema pateikta 1 pav. Įrangoje buvo anga W neutronams įlėkti, aukštyje $z = 0$ įtaisytas horizontalus neutronų veidrodis M, virš jo aukštyje $z = H$ įtaisytas L ilgio neutronų sugertuvas ir neutronų detektorius D. Neutronų pluoštelis lėkė iš W į D pro plyšį tarp A ir M esant pastoviai horizontaliai greičio dedamajai v_x. Visi neutronai, pasiekę A paviršių, buvo sugerti ir iš bandymo išnyko. Nuo M paviršiaus neutronai tampriai atmoksta. Detektorius D matuoja pralaidumo koeficientą $N(H)$, t.y., Palikusių D per laiko vienetą neutronų skaičių.





1 pav.

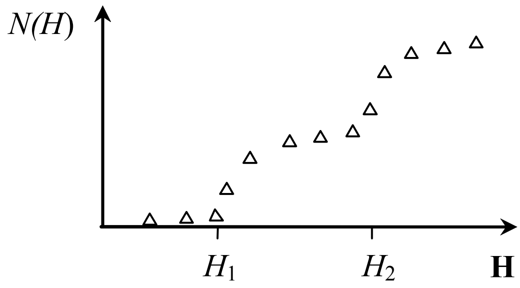
Neutronai įlekia į plyšį esant įvairioms (teigiamoms ir neigiamoms) vertikalioms greičio komponentėms v_z. patekę į plyšį jie juda tarp veidrodžio ir sugertuvo.

1. Pagal klasikinę mechaniką nustatykite, kokioms $v_z(z)$ esant neutronai, aukštyje z įlėkę į plyšį, pasieks detektorių D. Laikykite, kad L yra daug didesnis už kitus bandymo matmenis. (1.5)

2. Pagal klasikinę mechaniką nustatykite, kokiam mažiausiam ilgiui L_c esant visi neutronai, kurių neatitinka praeitoje užduotyje nustatytų ribų, reikalingų patekti į detektorių, bus sugerti A. Imkite $v_x = 10$ m s^{-1} ir $H = 50$ μm. (1.5)

D matuojama neutronų pralaidumo koeficientas $N(H)$. Tikėtina, kad jis monotoniškai didėja didėjant H.

3. Pagal klasikinę mechaniką nustatykite $N_c(H)$ laikydami, kad neutronams patenkant į plyšį visos v_z ir z verčių tikimybės vienodos. Atsakymą išreikškite per ρ, skaičių neutronų, įlekiančių į plyšį greičiu v_z aukštyje z per laiko vienetą, tenkančių greičio vertikaliosios komponentės vienetui įlėkimo aukščio vienetui. (2.5)



2 pav.

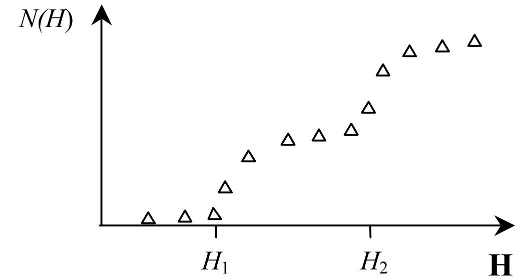
Grenoblio grupės gauti rezultatai neatitiko aukščiau pateiktų prognozių, gautų remiantis klasikine mechanika: $N(H)$ staigiai didėjo, kai H pereidavo kritinius aukščius H_1, H_2 ...(2 pav.). Kitaip sakant, eksperimentas rodo, kad šokinėjančių ant veidrodžio neutronų vertikalus judėjimas yra kvantuotas. Pritaikant Bohr ir Sommerfeld taisyklę, naudotą apibrėžiant vandenilio atomo energijos lygmenis, galima teigti: "Neutronų veikimas S vertikale kryptimi yra sveikas skaičius, padaugintas iš Planck konstantos h". S išreiškiamas taip:

$$S = \int p_z(z)\,dz = n h, \quad n = 1, 2, 3 \ldots \qquad \text{(Bohr-Sommerfeld kvantavimo taisyklė)}$$

čia p_z yra klasikinio judesio kiekio vertikalioji komponentė, o integruojama visu šokinėjimo laiku. Tik tokias S vertes turintieji neutronai gali patekti į plyšį.

4. Apskaičiuokite kritinius aukščius H_n ir energijos lygmenis E_n (susietus su vertikaliu judėjimu) naudodami Bohr-Sommerfeld kvantavimo sąlygas. Pateikite skaitines vertes H_1 (μm) ir E_1 (eV). (2.5)

Neutronų pluoštui praėjus siaurą ilgą plyšį vietoj tolygaus pradinio pasiskirstymo ρ detektorius D duoda laiptuotą (2 pav.). Ilgo plyšio uždaviniui supaprastinti laikome, kad $H < H_2$. Pagal klasikinę mechaniką visi neutronai, kurių energijos atitinka 1 klausimo sąlygas, turėtų praeiti plyšį, o pagal kvantinę mechaniką praeis tik energijos E_1 neutronai. Pagal Heisenberg energijos ir laiko neapibrėžtumo sąryšį Lėkimo plyšiu trukmė lemia energijos lygmens plotį. Vertikalaus judėjimo energija bus didesnė esant trumpesniam plyšiui.



5. Nustatykite minimalų lėkimo laiką t_q ir minimalų plyšio ilgį L_q, reikalingą gauti pirmą staigų neutronų skaičiaus padidėjimą D. Imkite $v_x = 10$ m s^{-1}. (2.0)

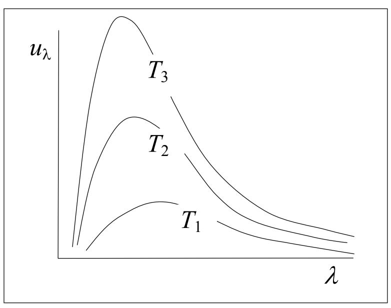
Duomenys:

Planck konstanta
$h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J s
Šviesos greitis vakuume
$c = 3.00 \cdot 10^{8}$ m s^{-1}
Elementarusis krūvis
$e = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C
Neutrono masė $M = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg
Laisvojo kritimo pagreitis $g = 9.81$ m s^{-2}
Galite naudoti išraišką: $\int (1-x)^{1/2} dx = -\dfrac{2(1-x)^{3/2}}{3}$

Eksperimentinė užduotis

PLANKO KONSTANTA KAITRINĖS LEMPUTĖS ŠVIESOJE

1900 m. Planck iškėlė hipotezę, kad šviesa spinduliuojama $h\nu$ didumo energijos kvantais. 1905 m. Einstein kad išspinduliuoti energijos kvantai išlieka ir toliau, t.y., šviesa yra kvantuota (vėliau šviesos dalelės pavadintos fotonais). Paprastai šviesą sudaro didžiulis fotonų skaičius kiekviename bangos fronte. Jie yra užslėpti bangoje, kaip ir paskiri atomai dideliame medžiagos gabale, bet h – Planck'o konstanta – atskleidžia jų būvimą. Šio eksperimento užduotis – išmatuoti Planck'o konstantą.



1 pav.

Kūnas ne tik spinduliuoja, bet gali ir sugerti spinduliuotę, ateinančią iš išorės. Juodasis kūnas sugeria viską, nieko neatspindi, spinduliuoja viską. Realūs kūnai nėra visai juodi; santykis kūno spinduliuojamos energijos su juodo kūno spinduliuojamos energijos toje pat temperatūroje vadinamas emisivumu, ε, jis paprastai priklauso nuo bangos ilgio.

Planck nustatė, kad esant absoliučiai temperatūrai T kūno išspinduliuotos galios tankis, tenkantis λ bangos ilgio elektromagnetinei spinduliuotei, išreiškiamas taip:

$$u_\lambda = \varepsilon \frac{c_1}{\lambda^5 \left(e^{c_2/\lambda T} - 1\right)} \qquad (1)$$

čia c_1 ir c_2 yra konstantos. Šiame eksperimente reikia nustatyti c_2, kuri yra proporcinga h.

Esant mažų bangos ilgių spinduliuotei, toli kairėje nuo maksimumo 1 pav., (1) išraiškos vardiklyje gali būti išmestas –1, išraiška supaprastėja:

$$u_\lambda = \varepsilon \frac{c_1}{\lambda^5 e^{c_2/\lambda T}} \qquad (2)$$

Šio eksperimento pagrindiniai elementai pateikti 2 pav.

Spinduliuojantis kūnas yra kaitrinės lemputės volframinis plaukelis, kuris spinduliuoja plačiame bangų ilgių λ intervale, ir kurio spinduliavimas gali būti keičiamas.

Vamzdelyje B yra skystas filtras, kuris praleidžia tik siaurą matomo spektro dalį λ_0 aplinkoje (3 pav.). Smulkiau filtras aprašytas toliau.

Praėjusi šviesa krinta į fotorezistorių C (LDR, Light Dependent Resistor – priklausantį nuo apšviestumo rezistorių). Kai kurios jo savybės aprašytos toliau.

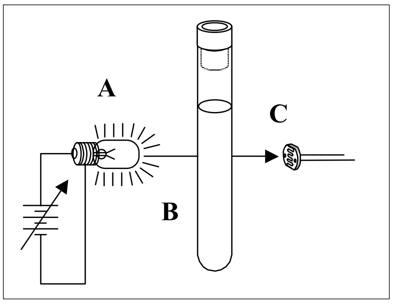
LDR varža R priklauso nuo jo apšviestumo E, kuris proporcingas plaukelio spinduliuojamos šviesos galios tankiui.

$$\left.\begin{array}{l} E \propto u_{\lambda_0} \\ R \propto E^{-\gamma} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad R \propto u_{\lambda_0}^{-\gamma}$$

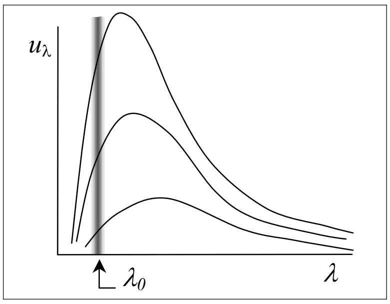
čia bedimensinis parametras γ yra LDR savybė ir turi būti nustatytas eksperimentu. Tam tikslui nustatysime sąryšį LDR varžos R su plaukelio temperatūra T.

$$R = c_3 e^{c_2 \gamma / \lambda_0 T} \qquad (3)$$

Čia c_3 yra nežinoma proporcingumo konstanta. Matuodami R kaip T funkciją galime gauti c_2, šio eksperimento tikslą.



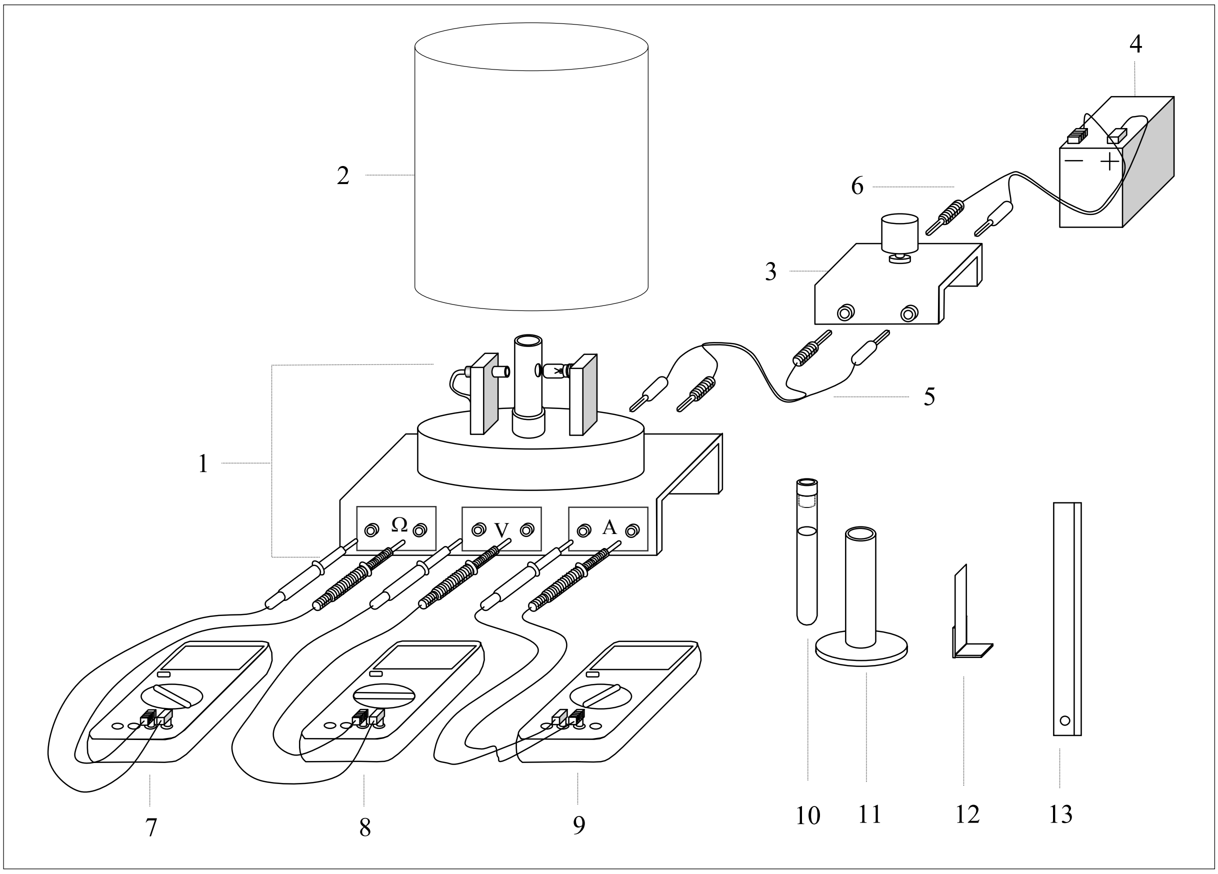
2 pav.



3 pav.

Įrangos aprašymas

Įranga pateikta 4 pav.



4 pav

1. Pagrindas. Jis turi LDR laikiklį, vamzdelio laikiklį ir 12 V 0,1 A lemputės laikiklį.
2. Apsauginis gaubtas
3. 1 kΩ potenciometras.
4. 12 V baterija
5. Raudonas ir juodas jungiamieji laidai prijungti potenciometrui prie pagrindo
6. Raudonas ir juodas jungiamieji laidai prijungti baterijai
7. Multimetras, naudojamas kaip ommetras
8. Multimetras, naudojamas kaip voltmetras
9. Multimetras, naudojamas kaip ampermetras
10. Mėgintuvėlis su skystu filtru
11. Stovas vamzdeliui
12. Pilkas filtras
13. Liniuotė

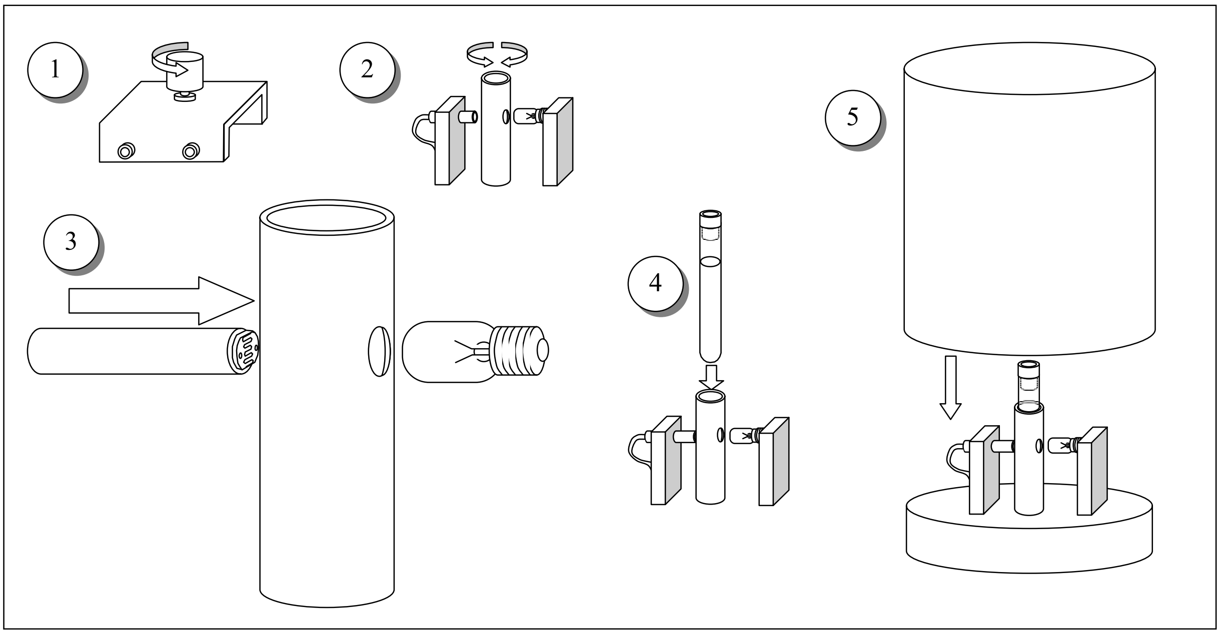
Multimetrų instrukcijos ir mažiausių kvadratų metodo aprašymas pateikiami atskirai

Įrangos montavimas

Sujunkite elektrinę schemą, bet neprijunkite kontaktų 6 prie potenciometro.

Pagal 5 pav. Nuosekliai atlikite tokius veiksmus:

1. Poteciometro rankenėlę iki galo pasukite prieš laikrodžio rodyklę
2. Lėtai sukite mėgintuvėlio laikiklį, kol viena jo anga atsidurs prieš lemputę, o kita prieš LDR
3. LDR pristumkite kuo arčiau prie mėgintuvėlio laikiklio angos, orientuodami jį taip, kaip parodyta 5 pav.
4. Įdėkite mėgintuvėlį į laikiklį
5. Uždekite pagrindą gaubtu, apsaugodami nuo išorinio apšvietimo. Prieš pradėdami matavimą išlaikykite LDR tamsoje bent 10 min.



5 pav.

1 užduotis

Nubraižykite pilną elektrinių matavimų schemą.

Plaukelio temperatūros matavimas

Laidaus plaukelio elektrinė varža R_B išreiškiama taip:

$$R_B = \rho \frac{l}{S} \tag{4}$$

Čia ρ yra savitoji varža, l – plaukelio ilgis, S – jo skerspjūvio plotas. Varža priklauso nuo temperatūros dėl kelių priežasčių. Metalo varža didėja kylant temperatūrai. Volframui temperatūroms nuo 300 K iki 3655 K tinka empirinė formulė (SI vienetais)

$$T = 3.05 \cdot 10^8 \rho^{0.83} \tag{5}$$

Dėl šiluminio plėtimosi kinta plaukelio ilgis ir skerspjūvio plotas, tačiau šiame eksperimente to sukeltas varžos kitimas yra nereikšmingas.

Iš (4) ir (5) gauname:

$$T = a\,R_B^{0.83} \qquad (6)$$

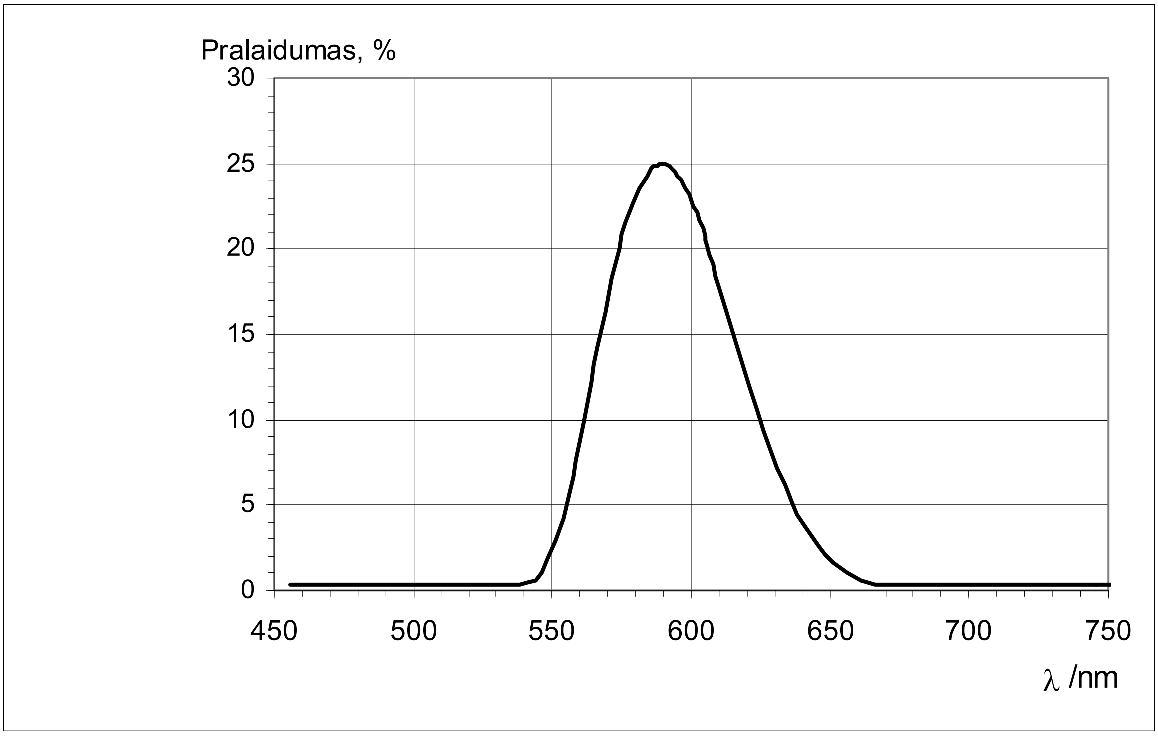
Taigi, norint nustatyti T reikia gauti a. Tai gali būti padaryta išmatavus plaukelio varžą $R_{B,0}$ aplinkos temperatūroje T_0.

2 užduotis

a) Multimetru išmatuojame aplinkos temperatūrą T_0.
b) $R_{B,0}$ esant temperatūrai T_0 ommetru matuoti netikslu, nes taip matuojant Plaukeliu teka nežinomo didumo elektros srovė ir padidina plaukelio temperatūrą. Prijunkite bateriją prie potenciometro ir pamatuokite srovės stiprį ir įtampą bent 15 potenciometro padėčių, atitinkančių įtampas nuo žemiausios iki 1 V. Kiekvienai V ir I verčių porai apskaičiuokite R_B, viską surašykite į lentelę. Nubraižykite R_B priklausomybės nuo I grafiką.
c) Nubraižytame grafike parenkame tiesinę dalį, tinkamą ekstrapoliuoti ir nustatyti $R_{B,0}$. Nustatykite $R_{B,0}$ ir $\Delta R_{B,0}$.
d) Panaudodami (6) apskaičiuokite a ir Δa imdami $R_{B,0}$ vienetus Ω ir T_0 – K.

Filtro optinės savybės

Skystas filtras mėgintuvėlyje yra vario sulfato ir anilino oranžinių dažų vandeninis tirpalas. Jis sugeria plaukelio infraraudonąją spinduliuotę. Filtro pralaidumo (praėjusios šviesos intensyvumas/kritusios šviesos intensyvumas) priklausomybė nuo bangos ilgio pateikta 6 pav.



6 pav.

3 užduotis

Iš 6 pav. nustatykite λ_0 ir $\Delta\lambda$. Nuoroda: λ_0 yra bangos ilgis ties kreivės maksimumu, 2 $\Delta\lambda$ yra kreivės apribotas plotis, atitinkantis pusę jos maksimumo.

LDR savybės

LDR pagamintas iš tamsoje nelaidžios medžiagos. Apšvietus dalis krūvininkų sužadinama, tai sudaro sąlygas tekėti elektros srovei. LDR varžai galioja išraiška

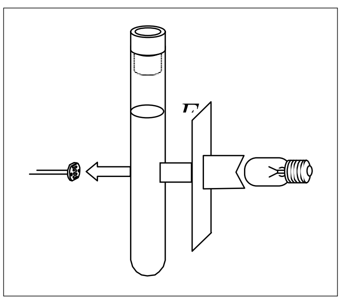
$$R = bE^{-\gamma} \qquad (7)$$

Čia b yra konstanta, kuri priklauso nuo LDR cheminės sudėties ir jo geometrijos, o γ yra bedimensinis parametras, kuris parodo varžos kitimą kintant apšviestumui. Teoriškai idealiam LDR $\gamma = 1$, bet dėl daugelio priežasčių realiai $\gamma < 1$.

Parametrui γ nustatyti išmatuojame R ir E (7 pav.), tada tarp lempos ir mėgintuvėlio pastatom pilką filtrą F (8 pav.), kurio pralaidumas yra tiksliai žinomas ir lygus 51,2 %. Gauname apšviestumą $E' = 0.51\,E$. Išmatuojame tą apšviestumą atitinkančią varžą R' ir gauname:

$$R = bE^{-\gamma} \quad ; \quad R' = b\left(0.512\,E\right)^{-\gamma},$$

$$\ln\frac{R}{R'} = \gamma \ln 0.512 \qquad (8)$$

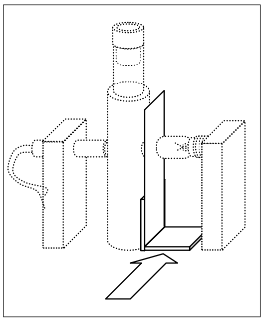


8 pav.

Matuojame atlikdami 4 užduotį.

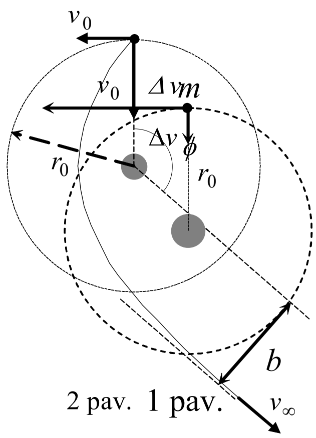
4 užduotis

a) Prieš pradėdami matuoti palaikykite LDR bent 10 min. tamsoje. Didinkite lemputės įtampą ir užrašykite V ir I (V keičiant tarp 9.50 V ir 11.50 V reikia gauti bent 12 taškų).
b) Gavę mažiausią R vertę, patalpinkite prieš lemputę pilką filtrą (9 pav.) ir nustatykite R'. Iš (8) apskaičiuokite γ ir $\Delta\gamma$.
c) Modifikuokite (3) taip, kad gautume tiesinę priklausomybę tarp ln$R$ ir $R_B^{-0.83}$ (ją pažymėkit 9 išraiška)
d) Panaudodami a) dalies duomenis paruoškite lentelę (9) išraiškos grafikui nubraižyti.
e) Nubraižykite grafiką ir, žinodami, kad $c_2 = hc/k$, apskaičiuokite h ir Δh.
(Šviesos greitis $c = 2.998 \cdot 10^8$ m s^{-1}; Boltzmann konstanta $k = 1.381 \cdot 10^{-23}$ J K^{-1})



9 pav.

Sprendimai
Teorinė užduotis 1



2 pav. 1 pav.

1.1 ir 1.2 Panaudojame gravitacijos jėgos ir įcentrinio pagreičio išraiškas

$$\left.\begin{array}{l} G\dfrac{M_T m}{r_0^2} = m\dfrac{v_0^2}{r_0} \\ v_0 = \dfrac{2\pi r_0}{T_0} \\ g = \dfrac{GM_T}{R_T^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} r_0 = \left(\dfrac{g R_T^2 T_0^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} \Rightarrow \boxed{r_0 = 4.22 \cdot 10^7 \text{ m}} \\ \boxed{v_0 = R_T\sqrt{\dfrac{g}{r_0}}} \Rightarrow \boxed{v_0 = 3.07 \cdot 10^3 \text{ m/s}} \end{array}\right.$$

1.3

$$L_0 = r_0 m v_0 = \frac{g R_T^2}{v_0^2} m v_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{L_0 = \frac{m g R_T^2}{v_0}}$$

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 - G\frac{M_T m}{r_0} = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{g R_T^2 m}{r_0} = \frac{1}{2}mv_0^2 - mv_0^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_0 = -\frac{1}{2}mv_0^2}$$

2.1 Židinio parametro l vertę gauname panaudoję tuo, kad judesio kiekio momentas nepakinta

$$l = \frac{L_0^2}{G M_T m^2} = \frac{m^2 g^2 R_T^4}{v_0^2}\frac{1}{g R_T^2 m^2} = \frac{g R_T^2}{v_0^2} = r_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{l = r_0}$$

Ekscentriciteto vertė

$$\varepsilon^2 = 1 + \frac{2 E L_0^2}{G^2 M_T^2 m^3}$$

čia E yra nauja palydovo mechaninė energija

$$E = \frac{1}{2}m\left(v_0^2 + \Delta v^2\right) - G\frac{M_T m}{r_0} = \frac{1}{2}m\Delta v^2 + E_0 = \frac{1}{2}m\Delta v^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

arba

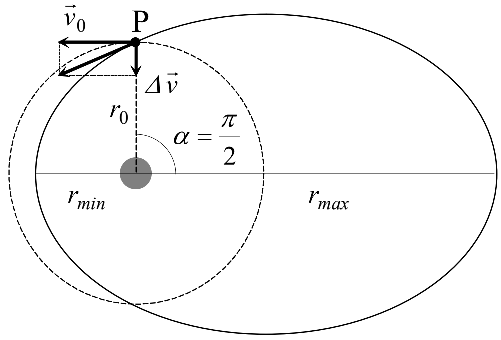
$$E = \frac{1}{2}mv_0^2\left(\frac{\Delta v^2}{v_0^2} - 1\right) = \frac{1}{2}mv_0^2\left(\beta^2 - 1\right)$$

Iš abiejų išraiškų gauname $\boxed{\varepsilon = \beta}$

Tai eliptinė trajektorija, nes $\varepsilon = \beta < 1$.

2.2 Pradinė ir nauja orbitos susikerta taške P, kur buvo įjungtas variklis (4 pav.). Tame taške

$$r(\theta = \alpha) = r_0 = \frac{r_0}{1 - \beta\cos\alpha} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = \frac{\pi}{2}}$$



4 pav.

2.3 Iš trajektorijos išraiškos matyti, kad r_{max} atitinka $\theta = 0$, o r_{min} atitinka $\theta = \pi$ (4 pav.). Taigi, gauname:

$$r_{max} = \frac{l}{1-\varepsilon} \qquad r_{min} = \frac{l}{1+\varepsilon}$$

t.y.,

$$\boxed{r_{\max} = \frac{r_0}{1-\beta}} \quad \text{ir} \quad \boxed{r_{\min} = \frac{r_0}{1+\beta}}$$

Kai $\beta = 1/4$, gauname

$$\boxed{r_{max} = 5.63\cdot 10^7\ \text{m}; \quad r_{min} = 3.38\cdot 10^7\ \text{m}}$$

Atstumus r_{max} ir r_{min} galima gauti ir iš energijos bei judesio kiekio momento tvermės dėsnių pastebėjus, kad $\vec{r}$ ir $\vec{v}$ apogėjuje ir perigėjuje tarpusavyje statmeni.

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2\left(\beta^2 - 1\right) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{gR_T^2 m}{r}$$

$$L_0 = \frac{mgR_T^2}{v_0} = m\,v\,r$$

Eliminavus v, gaunama antrojo laipsnio lygtis, kurios sprendiniai yra r_{max} ir r_{min}.

2.4 Pagal trečiąjį Keplerio dėsnį naujos orbitos periodas T patenkina sąryšį

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_0^2}{r_0^3}$$

čia a, elipsės didesnioji pusašė, išreiškiama taip:

$$a = \frac{r_{max} + r_{min}}{2} = \frac{r_0}{1-\beta^2}$$

Todėl

$$\boxed{T = T_0\left(1-\beta^2\right)^{-3/2}}$$

Imdami $\beta = 1/4$ $\qquad \boxed{T = T_0\left(\frac{15}{16}\right)^{-3/2} = 26.4\ \text{h}}$

3.1 Pabėgti iš Žemės traukos palydovas gali tik judėdamas atvira trajektorija, t.y., orbitos ekscentricitetas turi būti didesnis ar lygus vienetui. Minimalus postūmis atitinka parabolinę orbitą, t.y., $\varepsilon = 1$.

$$\varepsilon = \beta \quad \Rightarrow \quad \boxed{\beta_{esc} = 1}$$

Tai gali būti gauta ir iš sąlygos, kad be galo toli pilnoji palydovo energija turi būti lygi nuliui ($E_p = 0$ ir $E_k = 0$)

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2\left(\beta_{esc}^2 - 1\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta_{esc} = 1$$

Tai taip pat seka iš $T = \infty$ bei $r_{max} = \infty$.

3.2 Nustatykite šiam atvejui palydovo trajektorijos mažiausią atstumą nuo Žemės centro r'_{min} kaip r_0 funkciją (1.0)

Imant $\varepsilon = \beta_{esc} = 1$, parabolės lygtis yra

$$r = \frac{l}{1 - \cos\theta}$$

kur židinio parametras $l = r_0$. Minimalus palydovo atstumas nuo Žemės atitinka $\theta = \pi$, todėl

$$\boxed{r'_{min} = \frac{r_0}{2}}$$

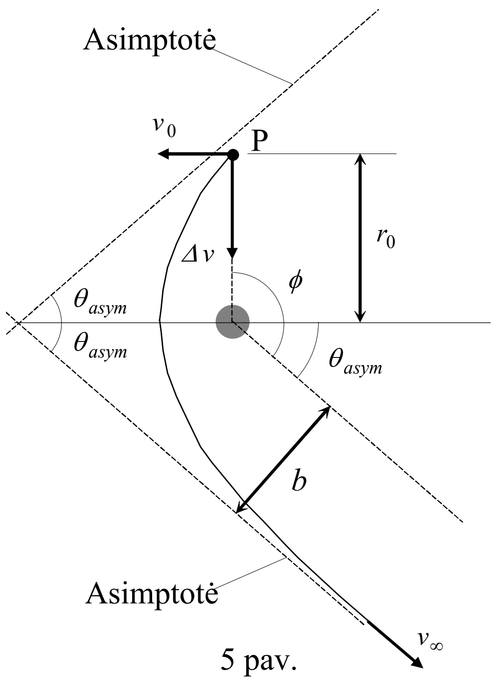
Tai taip pat gaunama iš energijos tvermės dėsni (imant E = 0) ir iš judesio kiekio momento pastovumo (L_0) pradiniame taške P ir žemiausiame taške, kur $\vec{r}$ ir $\vec{v}$ yra statmeni.

4.1 Liekamąjį greitį labai toli nuo Žemės v_∞ išreiškiame remdamiesi energijos tvermės dėsniu:

$$E = \frac{1}{2} m v_0^2 \left(\beta^2 - 1\right) = \frac{1}{2} m v_\infty^2 \qquad \Rightarrow$$

$$\boxed{v_\infty = v_0 \left(\beta^2 - 1\right)^{1/2}}$$

4.2 Išreikškite "krypties parametrą" b asimtotinės pabėgimo krypties per r_0 ir β (2 pav.) (1.0)



5 pav.

Kadangi $\varepsilon = \beta > \beta_{esc} = 1$, palydovo trajektorija yra hiperbolė.

Palydovo judesio kiekio momentas yra toks pat ir taške P, ir ten, kur jo greitis v_∞ (5 pav.), todėl

$$m\, v_0 r_0 = m\, v_\infty b$$

Taigi,

$$b = r_0 \frac{v_0}{v_\infty} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{b = r_0 \left(\beta^2 - 1\right)^{-1/2}}$$

4.3 Kampas ϕ atitinka $r \to \infty$, t.y., kai hiperbolės lygtyje vardiklis tampa lygus nuliui. Gauname:

$$1 - \beta \cos\theta_{asym} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \theta_{asym} = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\beta}\right)$$

Pagal 5 pav.

$$\phi = \frac{\pi}{2} + \theta_{asym} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\phi = \frac{\pi}{2} + \cos^{-1}\left(\frac{1}{\beta}\right)}$$

Kai $\beta = \frac{3}{2}\beta_{esc} = \frac{3}{2}$, gauname $\boxed{\phi = 138^o = 2.41\,\text{rad}}$

Teorinė užduotis 2

1. Praėjus laikui t statmuo rėmelio plokštumai sudarys kampą ωt su magnetinio lauko indukcija $\vec{B}_0 = B_0 \vec{i}$. Taigi, magnetinio lauko srautas per rėmelį yra

$$\phi = N\ \vec{B}_0 \cdot \vec{S}$$

čia paviršiaus vektorius $\vec{S}$ yra $\vec{S} = \pi a^2 \left(\cos \omega t\, \vec{i} + \sin \omega t\, \vec{j} \right)$

Taigi, $\phi = N \pi a^2 B_0 \cos \omega t$

Indukuota elektrovara yra

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\varepsilon = N \pi a^2 B_0 \omega \sin \omega t}$$

Momentinė galia $P = \varepsilon^2 / \mathrm{R}$, todėl

$$\boxed{\langle P \rangle = \frac{\left(N \pi a^2 B_0 \omega \right)^2}{2R}}$$

Čia panaudota $< \sin^2 \omega t >= \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t\, dt = \frac{1}{2}$

2. Visa magnetinė indukcija rėmelio centre momentu t yra

$$\vec{B}_t = \vec{B}_0 + \vec{B}_i$$

čia $\vec{B}_i$ yra indukuotos srovės sukurta magnetinė indukcija $\vec{B}_i = B_i \left(\cos \omega t\, \vec{i} + \sin \omega t\, \vec{j} \right)$

imant $\qquad B_i = \frac{\mu_0 N I}{2a} \qquad$ ir $\qquad I = \varepsilon / R$

Todėl $\qquad B_i = \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0 \omega}{2R} \sin \omega t$

Komponenčių vidutinės vertės yra

$$\langle B_{ix} \rangle = \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0 \omega}{2R} \langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0$$

$$\langle B_{iy} \rangle = \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0 \omega}{2R} \langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0 \omega}{4R}$$

Vidutinė visos magnetinės indukcijos vertė

$$\langle \vec{B}_t \rangle = B_0 \vec{i} + \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0 \omega}{4R} \vec{j}$$

Rodyklė orientuojasi išilgai vidutinės magnetinės indukcijos krypties, todėl

$$\tan \theta = \frac{\mu_0 N^2 \pi a \omega}{4R}$$

Taigi, rėmelio varža, išmatuota aprašytu būdu, per θ išreiškiama taip:

$$\boxed{R = \frac{\mu_0 N^2 \pi a \omega}{4 \tan \theta}}$$

3. Vienetinį teigiamą krūvį diske veikia jėga, nukreipta išilgai disko spindulio, jos modulis yra

$$\left| \vec{v} \times \vec{B} \right| = v B = \omega r B$$

čia B yra magnetinė indukcija rėmelio centre

$$B = N\frac{\mu_0 I}{2a}$$

Kiekviename diske magnetinė indukcija B indukuoja elektrovarą

$$\varepsilon_D = \varepsilon_{D'} = B\omega\int_0^b r\,dr = \frac{1}{2}B\omega b^2$$

Taigi, tarp taškų 1 ir 4 indukuota elektrovara $\varepsilon = \varepsilon_D + \varepsilon_{D'}$

$$\boxed{\varepsilon = N\frac{\mu_0 b^2 \omega I}{2a}}$$

4. Kai G rodo nulį, t.y., $I_G = 0$ Kirchoff taisyklė duoda tiesioginį atsakymą. Turime

$$\varepsilon = I R \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{R = N\frac{\mu_0 b^2 \omega}{2a}}$$

5. Jėga, f veikianti laidininko ilgio vienetą esant dviem begaliniams lygiagretiems laidininkams, tarp kurių yra atstumas h, yra lygi

$$f = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{h}$$

Kai $I_1 = I_2 = I$, o ilgis $2\pi a$, jėga F, kuria C_2 veikia gretimas rėmelis C_1 yra

$$\boxed{F = \frac{\mu_0 a}{h} I^2}$$

6. Esant pusiausvyrai

$$mgx = 4Fd$$

Tada

$$mgx = \frac{4\mu_0 ad}{h} I^2 \qquad (1)$$

todėl

$$\boxed{I = \left(\frac{mghx}{4\mu_0 ad}\right)^{1/2}}$$

7. Svarstyklės grįžta link pusiausvyros padėties esant mažai nuokrypai $\delta\varphi$, jei gravitacinių jėgų momentas atramos taško O atžvilgiu yra didesnis už magnetinių jėgų momentą

$$Mgl\sin\delta\varphi + mgx\cos\delta\varphi > 2\mu_0 a I^2\left(\frac{1}{h-\delta z} + \frac{1}{h+\delta z}\right) d\cos\delta\varphi$$

Panaudoję apytikslę išraišką, gauname

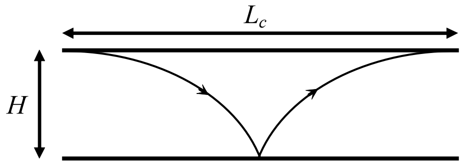
$$Mgl\sin\delta\varphi + mgx\cos\delta\varphi > \frac{4\mu_0 ad I^2}{h}\left(1 + \frac{\delta z^2}{h^2}\right)\cos\delta\varphi$$

Teorinė užduotis 3

1. D pasieks tik tie neutronai, kurių posūkio taškas yra žemiau H. Tokiems neutronams, patenkantiems į plyšį aukštyje z ir turintiems vertikalų greitį v_z, iš energijos tvermės dėsnio gauname:

$$\frac{1}{2} M v_z^2 + M g z \leq M g H \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{-\sqrt{2g(H-z)} \leq v_z(z) \leq \sqrt{2g(H-z)}}$$

2. Plyšys turi būti pakankamai ilgas, kad būtų sugert visi neutronai, kurių greičiai nepatenkina aukščiau pateiktos sąlygos. Neutronai plyšyje turi pasiekti didžiausią aukštį bent vieną kartą. Tam reikalingas didžiausias plyšio ilgis neutronams, patenkantiems į plyšį aukštyje $z = H$ greičiu $v_z = 0$, kaip parodyta pav. Jų kritimo laiką pažymėjus t_f, gauname:



$$\left.\begin{aligned} L_c &= v_x 2 t_f \\ H &= \frac{1}{2} g t_f^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \qquad \boxed{L_c = 2 v_x \sqrt{\frac{2H}{g}}} \qquad \boxed{L_c = 6.4 \text{ cm}}$$

3. Įlekiančių į plyšį greičiu v_z aukštyje z per laiko vienetą, tenkančių greičio vertikaliosios komponentės vienetui įlėkimo aukščio vienetui neutronų dalis $N_c(H)$ proporcinga daliai leistinų greičių.

$$\frac{dN_c(z)}{dz} = \rho\left[v_{z,\max}(z) - v_{z,\min}(z)\right] = 2\rho\sqrt{2g(H-z)}$$

Visas praėjusių neutronų skaičius gaunamas sudedant visuose aukščiuose įėjusius neutronus. Pažymime $y = z / H$

$$N_c(H) = \int_0^H dN_c(z) = \int_0^H 2\rho\sqrt{2g(H-z)}dz = 2\rho\sqrt{2g}\,H^{3/2}\int_0^1 (1-y)^{1/2}\,dy = 2\rho\sqrt{2g}\,H^{3/2}\left[-\frac{2}{3}(1-y)^{3/2}\right]_0^1$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{N_c(H) = \frac{4}{3}\rho\sqrt{2g}\,H^{3/2}}$$

4. Krintančio iš H aukščio neutrono veikimas per visą procesą yra lygus padaugintam iš 2 veikimui krintant (ar kylant):

$$S = 2\int_0^H p_z dz = 2M\sqrt{2g}\,H^{3/2}\int_0^1 (1-y)^{1/2}\,dy = \frac{4}{3}M\sqrt{2g}\,H^{3/2}$$

Naudojant Bohr ir Sommerfeld kvantavimo taisyklę gauname:

$$S = \frac{4}{3}M\sqrt{2g}\,H^{3/2} = n\,h \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{H_n = \left(\frac{9h^2}{32M^2 g}\right)^{1/3} n^{2/3}}$$

Atitinkami energijos lygmenys (vertikaliam judėjimui) yra

$$E_n = M g H_n \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{E_n = \left(\frac{9M g^2 h^2}{32}\right)^{1/3} n^{2/3}}$$

Skaitinės vertės pirmajam lygmeniui:

$$H_1 = \left(\frac{9h^2}{32M^2 g}\right)^{1/3} = 1.65\times 10^{-5}\text{ m} \qquad \boxed{H_1 = 16.5\ \mu\text{m}}$$

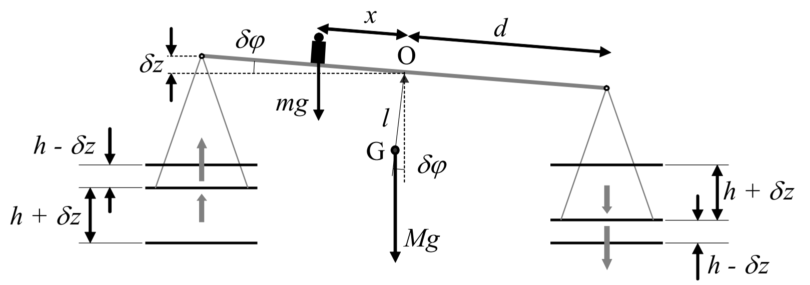
$$E_1 = M g H_1 = 2.71\times 10^{-31}\text{ J} = 1.69\times 10^{-12}\text{ eV} \qquad \boxed{E_1 = 1.69\text{ peV}}$$

5. Pagal neapibrėžtumų sąryšį minimalus laikas Δt ir minimali energija ΔE patenkina sąryšį $\Delta E\,\Delta t \geq \hbar$. Per tokį laiką neutronai į dešinę nueina atstumą

$$\Delta x = v_x \Delta t \geq v_x \frac{\hbar}{\Delta E}$$

Minimali galima neutrono energija plyšyje E_1, o taip pat $\Delta E \approx E_1$. Taigi, minimalus laikas ir minimalus plyšio ilgis gaunami tokie

$$\boxed{t_q \approx \frac{\hbar}{E_1} = 0.4 \cdot 10^{-3}\ \text{s} = 0.4\ \text{ms}} \qquad \boxed{L_q \approx v_x \frac{\hbar}{E_1} = 4 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 4\ \text{mm}}$$



Atsižvelgę į pusiausvyros sąlygą (1), gauname

$$M\,g\,l\,\sin\delta\varphi > m\,g\,x\,\frac{\delta z^2}{h^2}\cos\delta\varphi$$

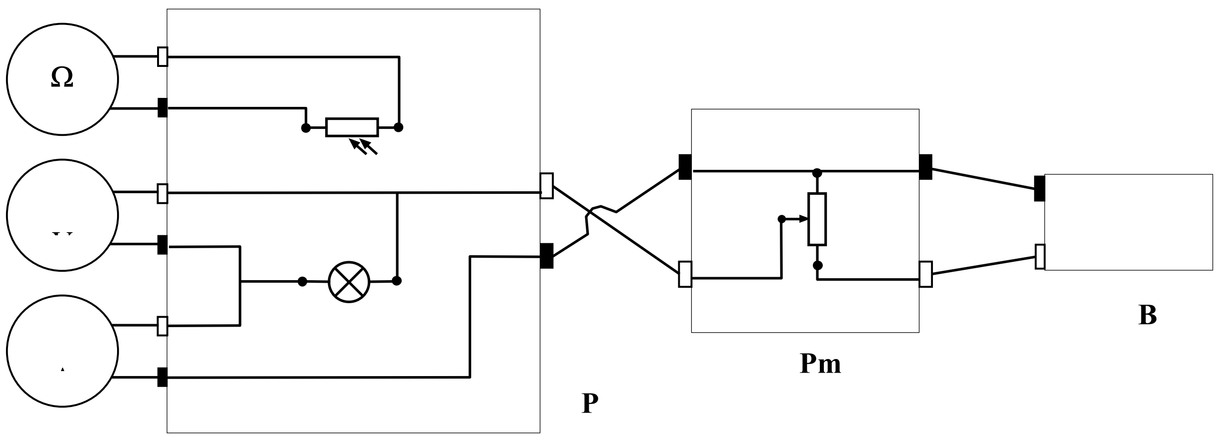
Toliau paėmę $\tan\delta\varphi \approx \sin\delta\varphi = \dfrac{\delta z}{d}$

$$\delta z < \frac{M l h^2}{m x d} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\delta z_{\max} = \frac{M l h^2}{m x d}}$$

Eksperimentas

1 užduotis

Sujungimo schema



Fotorezistorius	
Kaitrinė lemputė	
Potencio	
Raudona jungtis	▯
Ju	▮

Ω	**Ommetras**
V	**Voltmetras**
A	**Ampermetras**
P	**Pagrindas**
Pm	Potenciometras
B	**Baterija**

2 užduotis

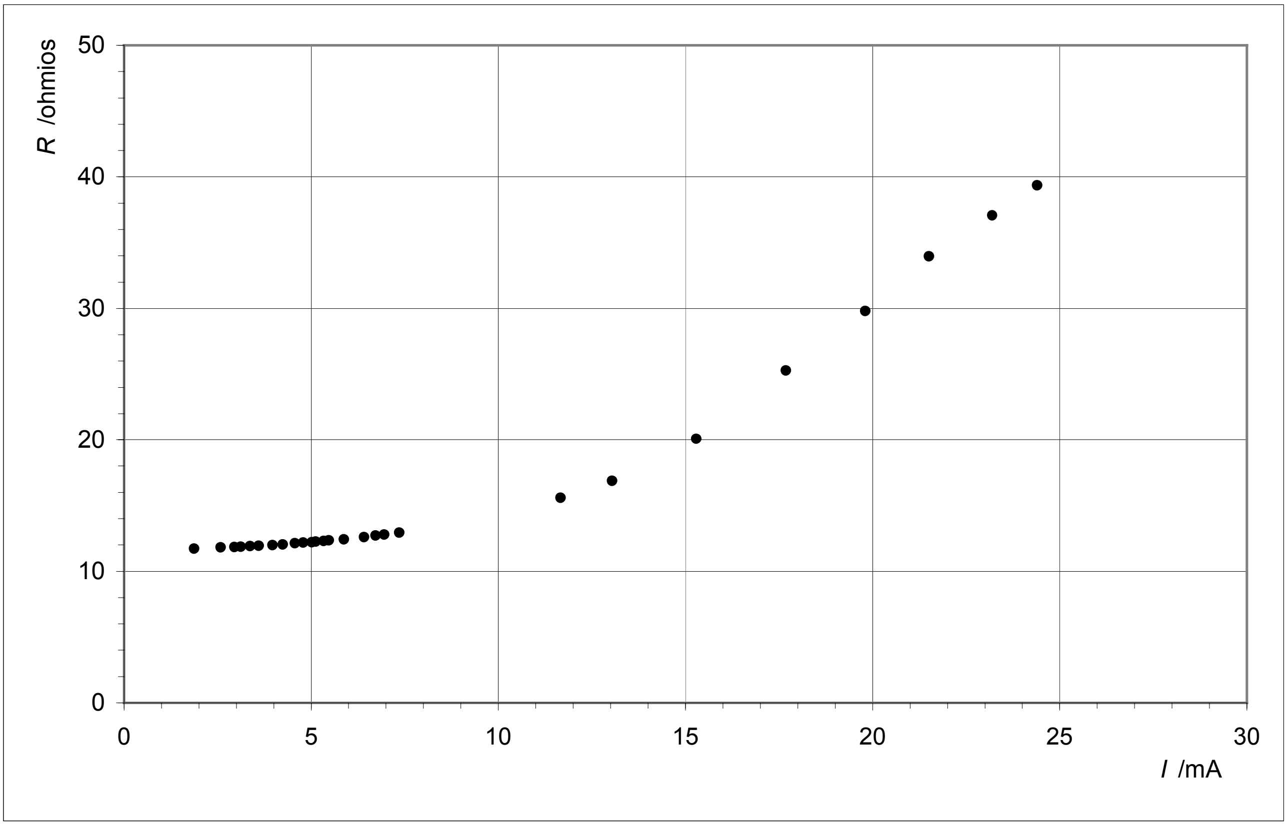
a)

$t_0 =$ 24 ºC	$T_0 =$ 297 K	$\Delta T_0 = 1$ K

b)

V /mV	I / mA	R_B /Ω
21.9	1.87	11.7
30.5	2.58	11.8
34.9	2.95	11.8
37.0	3.12	11.9
40.1	3.37	11.9
43.0	3.60	11.9
47.6	3.97	12.0
51.1	4.24	12.1
55.3	4.56	12.1
58.3	4.79	12.2
61.3	5.02	12.2
65.5	5.33	12.3
67.5	5.47	12.3
73.0	5.88	12.4
80.9		12.6
85.6		12.7
89.0		12.8
		12.9
		13.4
		13.9
		15.6
		16.9
		20.1
		25.1
		29.8
		33.9
		37.1
		[illegible]

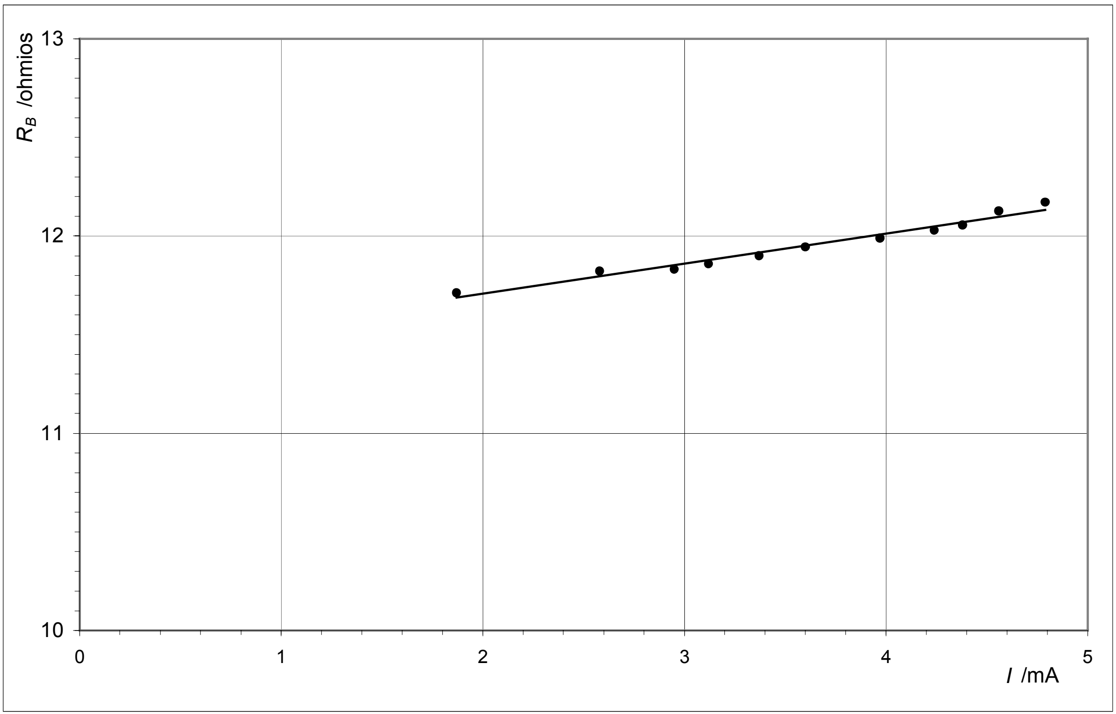
V_{min} = 9.2 mV Tai įrangos charakteristika



R_{B0} nustatyti imame pirmuosius dešimt taškų.

c)

V /mV	I / mA	R_B /Ω
21.9 ± 0.1	1.87 ± 0.01	11.7 ± 0.1
30.5 ± 0.1	2.58 ± 0.01	11.8 ± 0.1
34.9 ± 0.1	2.95 ± 0.01	11.8 ± 0.1
37.0 ± 0.1	3.12 ± 0.01	11.9 ± 0.1
40.1 ± 0.1	3.37 ± 0.01	11.9 ± 0.1
43.0 ± 0.1	3.60 ± 0.01	11.9 ± 0.1
47.6 ± 0.1	3.97 ± 0.01	12.0 ± 0.1
51.1 ± 0.1	4.24 ± 0.01	12.1 ± 0.1
55.3 ± 0.1	4.56 ± 0.01	12.1 ± 0.1
58.3 ± 0.1	4.79 ± 0.01	12.2 ± 0.1



R_B paklaida (Kaip pvz., imama pirmos vertės paklaida).

$$\Delta R_B = R_B\sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2+\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} = 11.71\sqrt{\left(\frac{0.1}{21.9}\right)^2+\left(\frac{0.01}{1.87}\right)^2} = 0.1$$

R_{B0} nustatyta mažiausių kvadratų metodu.

$$R_{B0} = 11.4$$

$$\text{krypties koeficientas} = m = 0.167$$

$$\sum I^2 = 130.38$$

$$\sum I = 35.05$$

$$n = 10$$

$$\text{Ašiai } X: \sigma_I = \sqrt{\frac{\sum \Delta I^2}{n}} = 0.01$$

$$\text{Ašiai } Y: \sigma_{R_B} = \sqrt{\frac{\sum \Delta R_B^2}{n}} = 0.047$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{R_B}^2 + m^2\sigma_I^2} = \sqrt{0.1^2+0.167^2\cdot 0.01^2} = 0.1$$

$$\Delta R_{B0} = \sqrt{\frac{\sigma^2\sum I^2}{n\sum I^2-\left(\sum I\right)^2}} = \sqrt{\frac{0.1^2\times 130.38}{10\cdot 130.38-35.05^2}} = 0.13$$

R_{B0} = 11,4 Ω	ΔR_{B0} = 0.1 Ω

d) $T = aR^{0.83}$; $a = \frac{T_0}{R_0^{0.83}}$; $a = \frac{297}{11.4^{0.83}} = 39.40$

Paklaida gali būti gauta dviem būdais:

A būdas

$$\ln a = \ln T_0 - 0.83 \ln R_{B0} \; ; \quad \Delta a = a\left(\frac{\Delta T_0}{T_0} + 0.83\frac{\Delta R_{B0}}{R_{B0}}\right) \; ; \quad \Delta a = 39.40\left(\frac{1}{297} + 0.83\frac{0.1}{11.40}\right) = 0.419 = 0.4$$

B būdas

Didžiausia a vertė: $$a_{\max} = \frac{T_0 + \Delta T_0}{(R_0 - \Delta R_0)^{0.83}} = \frac{297+1}{(11.4-0.1)^{0.83}} = 39.8255$$

Mažiausia a vertė: $$a_{\min} = \frac{T_0 - \Delta T_0}{(R_0 + \Delta R_0)^{0.83}} = \frac{297-1}{(11.4+0.1)^{0.83}} = 38.9863$$

$$\Delta a = \frac{a_{\max} - a_{\min}}{2} = \frac{39.8255 - 38.9863}{2} = 0.419 = 0.4$$

$a = 39.4$	$\Delta a = 0.4$

3 užduotis

Kadangi $2\Delta\lambda = 620 - 565$, $\Delta\lambda = 28$ nm

$\lambda_0 = 590$ nm	$\Delta\lambda = 28$ nm

4 užduotis

a)

V /V	I / mA	R /kΩ
9.48	85.5	8.77
9.73	86.8	8.11
9.83	87.3	7.90
100.1	88.2	7.49
10.25	89.4	7.00
10.41	90.2	6.67
10.61	91.2	6.35
10.72	91.8	6.16
10.82	92.2	6.01
10.97	93.0	5.77
11.03	93.3	5.69
11.27	94.5	5.35
11.42	95.1	5.17
11.50	95.5	5.07

b) Kadangi $\ln\frac{R}{R'} = \gamma \ln 0.512$; $\gamma = \ln\frac{R}{R'} \Big/ \ln 0.51\,2 = \ln\frac{5.07}{8.11} \Big/ \ln 0.512 = 0.702$

$\Delta\gamma$ nustatyti imame:

$R \pm \Delta R = 5.07 \pm 0.01$ kΩ

$R' \pm \Delta R' = 8.11 \pm 0.01$ kΩ

pralaidumas $t = 51.2$ %

Paklaidą galime gauti dviem būdais:

A būdas

$$\gamma = \frac{\ln R/R'}{\ln t}\ ;\ \Delta\gamma = \frac{1}{\ln t}\left(\frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta R'}{R'}\right) = \frac{1}{\ln 0.512}\left(\frac{0.01}{5.07} + \frac{0.01}{8.11}\right) = 0.00479\ ;\ \Delta\gamma = 0.005$$

B būdas

Didžiausia γ vertė: $\gamma_{\max} = \ln \frac{R - \Delta R}{R' + \Delta R'} \Big/ \ln\gamma = \ln \frac{5.07 - 0.01}{8.11 + 0.01} \Big/ \ln 0.512 = 0.70654$

Mažiausia γ vertė: $\gamma_{\min} = \ln \frac{R + \Delta R}{R' - \Delta R'} \Big/ \ln\gamma = \ln \frac{5.07 + 0.01}{8.11 - 0.01} \Big/ \ln 0.512 = 0.69696$

$$\Delta\gamma = \frac{\gamma_{\max} - \gamma_{\min}}{2} = \frac{0.70654 - 0.69696}{2} = 0.00479;\quad \Delta\gamma = 0.005$$

$R = 5.07$ kΩ	$\gamma = 0.702$
$R' = 8.11$ kΩ	$\Delta\gamma = 0.005$

c)

Kadangi $R = c_3 e^{\frac{c_2\gamma}{\lambda_0 T}}$ (3)

todėo $\ln R = \ln c_3 + \frac{c_2\gamma}{\lambda_0 T}$

Imdami $T = aR_B^{0.83}$ (6)

taigi, $\ln R = \ln c_3 + \frac{c_2\gamma}{\lambda_0 a} R_B^{-0.83}$

$$\boxed{\ln R = \ln c_3 + \frac{c_2\gamma}{\lambda_0 a} R_B^{-0.83} \qquad (9)}$$

d)

***V* /V**	**I / *mA***	R_B / Ω	***T* / K**	$R_B^{-0.83}$ (S.I.)	*R* / kΩ	ln *R*
9.48 ± 0.01	85.5 ± 0.1	110.9 ± 0.2	**1962 ± 18**	(2.008 ± 0.004)10^{-2}	8.77 ± 0.01	2.171 ± 0.001
9.73± 0.01	86.8 ± 0.1	112.1 ± 0.2	**1980 ± 18**	(1.990± 0.004)10^{-2}	8.11 ± 0.01	2.093 ± 0.001
9.83± 0.01	87.3 ± 0.1	112.6 ± 0.2	**1987 ± 18**	(1.983± 0.004)10^{-2}	7.90 ± 0.01	2.067 ± 0.001
10.01± 0.01	88.2 ± 0.1	113.5 ± 0.2	**2000 ± 18**	(1.970± 0.004)10^{-2}	7.49 ± 0.01	2.014 ± 0.001
10.25± 0.01	89.4 ± 0.1	114.7 ± 0.2	**2018 ± 18**	(1.952± 0.003)10^{-2}	7.00 ± 0.01	1.946 ± 0.001
10.41± 0.01	90.2 ± 0.1	115.4 ± 0.2	**2028 ± 18**	(1.943± 0.003)10^{-2}	6.67 ± 0.01	1.894 ± 0.002
10.61± 0.01	91.2 ± 0.1	116.3 ± 0.2	**2041 ± 18**	(1.930± 0.003)10^{-2}	6.35 ± 0.01	1.849 ± 0.002
10.72± 0.01	91.8 ± 0.1	116.8 ± 0.2	**2049 ± 19**	(1.923± 0.003)10^{-2}	6.16 ± 0.01	1.818 ± 0.002
10.82± 0.01	92.2 ± 0.1	117.4 ± 0.2	**2057 ± 19**	(1.915± 0.003)10^{-2}	6.01 ± 0.01	1.793 ± 0.002
10.97± 0.01	93.0 ± 0.1	118.0 ± 0.2	**2066 ± 19**	(1.907± 0.003)10^{-2}	5.77 ± 0.01	1.753 ± 0.002
11.03± 0.01	93.3 ± 0.1	118.2 ± 0.2	**2069 ± 19**	(1.904± 0.003)10^{-2}	5.69 ± 0.01	1.739 ± 0.002
11.27± 0.01	94.5 ± 0.1	119.3 ± 0.2	**2085 ± 19**	(1.890± 0.003)10^{-2}	5.35 ± 0.01	1.677 ± 0.002
11.42± 0.01	95.1 ± 0.1	120.1 ± 0.2	**2096 ± 19**	(1.880± 0.003)10^{-2}	5.15 ± 0.01	1.639 ± 0.002
11.50± 0.01	95.5 ± 0.1	120.4 ± 0.2	**2101 ± 19**	(1.875± 0.003)10^{-2}	5.07 ± 0.01	1.623 ± 0.002

Kaip pvz., pateikiamos pirmai eilutei paklaidos.

Paklaida R_B: $\Delta R_B = R_B\sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} = 110.9\sqrt{\left(\frac{0.01}{9.48}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{85.5}\right)^2} = 0.2\ \Omega$

Paklaida T: $\Delta T = T\left(\frac{\Delta a}{a} + 0.83\frac{\Delta R_B}{R_B}\right)$; $\Delta T = 1962\left(\frac{0.3}{39.4} + 0.83\frac{0.2}{110.9}\right) = 18\ \mathrm{K}$

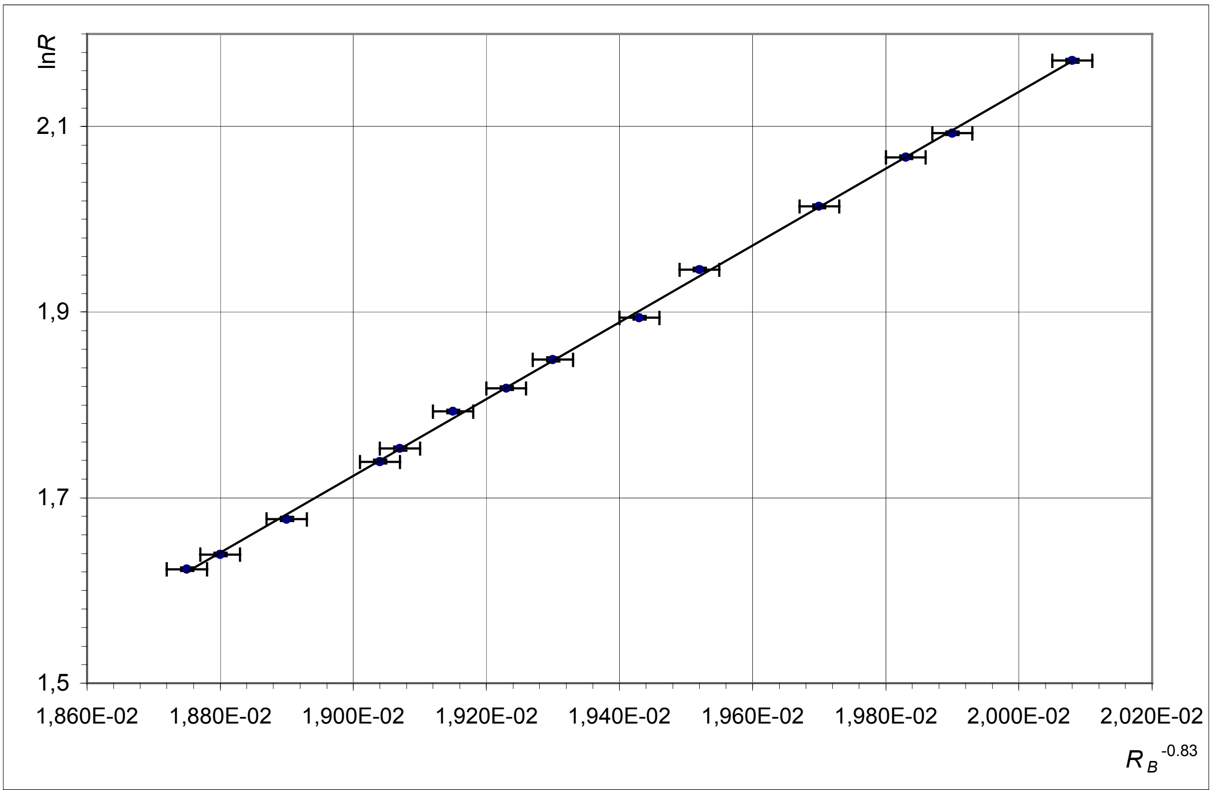
Paklaida $R_B^{-0.83}$:

$$x = R_B^{-0.83}\ ;\ \ln x = -0.83\ln R_B\ ;\ \Delta x = x\cdot 0.83\frac{\Delta R_B}{R_B}\ ;\ \Delta\left(R_B^{-0.83}\right) = R_B^{-0.83}\frac{\Delta R_B}{R_B}$$

$$\Delta\left(R_B^{-0.83}\right) = 0.020077\frac{0.2}{110.9} \approx 0.004\times 10^{-2}$$

Paklaida $\ln R$: $\Delta \ln R = \frac{\Delta R}{R}$; $\Delta \ln R = \frac{0.01}{8.77} = 0.001$

e)Nurėžiame ln R kaip $R_B^{-0.83}$ funkciją.



Taikom mažiausių kvadratų metodą

Krypties koeficientas $= m = 414{,}6717$

$\sum\left(R_B^{-0.83}\right)^2 = 5.23559\times10^{-3}$

$\sum\left(R_B^{-0.83}\right) = 0.27068$

$n = 14$

Ašiai X: $\sigma_{R_B^{-0.83}} = \sqrt{\dfrac{\sum\Delta\left(R_B^{-0.83}\right)^2}{n}} = 0.003\times10^{-2}$

Ašiai Y: $\sigma_{\ln R} = \sqrt{\dfrac{\sum\Delta(\ln R)^2}{n}} = 0.002$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\ln R}^2 + m^2\sigma_{R_B^{-0.83}}^2} = \sqrt{0.002^2 + 414.672^2\cdot\left(0.003\times10^{-2}\right)^2} = 0.0126$$

$$\Delta m = \sqrt{\frac{n\sigma^2}{n\sum\left(R_B^{-0.83}\right)^2 - \left(\sum R_B^{-0.83}\right)^2}} = \sqrt{\frac{14\cdot 0{,}0126^2}{14\cdot 5.23559\times10^{-3} - (0.27068)^2}} = 8.295$$

Kadangi

$$m = \frac{c_2\gamma}{\lambda_0 a}$$

ir

$$c_2 = \frac{hc}{k}$$

todėl

$$h = \frac{mk\lambda_0 a}{c\gamma}$$

$$h = \frac{414.67\cdot 1.381\times10^{-23}\cdot 590\times10^{-9}\cdot 39.4}{2.998\times10^{8}\cdot 0.702} = 6.33\times10^{-34}$$

$$\Delta h = h\sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right)^2}$$

$$\Delta h = 6.34\times10^{-34}\sqrt{\left(\frac{8.3}{415}\right)^2 + 0 + \left(\frac{28}{590}\right)^2 + \left(\frac{0.3}{39.4}\right)^2 + 0 + \left(\frac{0.01}{0.70}\right)^2} = 0.34\times10^{-34}$$

$h = 6.3\times10^{-34}$ J · s	$\Delta h = 0.3\times10^{-34}$ J · s

Ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2009 03 31.