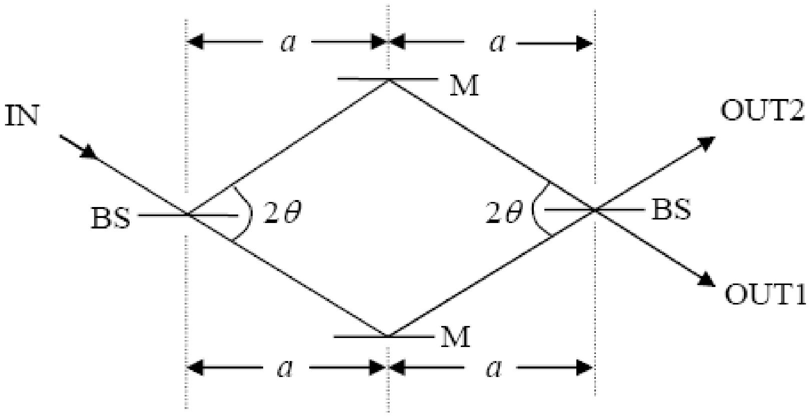
XXXVII TARPTAUTINĖ FIZIKOS OLIMPIADA

2006 m. liepos 8–17 d., Singapūras

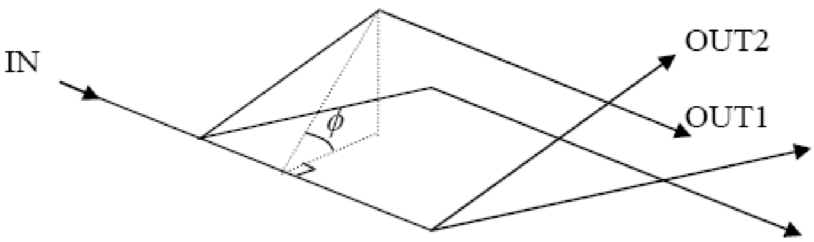
Teorinė užduotis 1
Gravitacija neutronų interferometre

Nagrinėsime Collela, Overhauser and Werner neutronų interferencijos eksperimentą supaprastinę ir idealizavę neutronų pluoštelio skaidiklius ir veidrodžius. Bandymas tiria gravitacijos poveikį neutronų de Broglie bangoms.



BS – pluošteio skaidiklis M – veidrodis

1a pav.



1b pav.

Interferometro simbolinė schema pateikta 1a pav. Neutronai patenka į interferometrą per angą IN ir gali eiti dviem parodytais keliais. Neutronai detektuojami dviejose išėjimo angose, OUT1 ar OUT2. Du keliai apriboja rombo formos plotą, kuris yra kelių cm^2 didumo.

Neutrono de Broglie bangos (paprastai 10^{-10} m bangos ilgio) interferuoja taip, kad neutronai išlekia tik pro OUT1, kai interferometro plokštuma horizontali. Tačiau interferometrą pakreipus pasukant kampu φ apie ašį, einančią per įlekiančių neutronų pluoštelį (1b pav.), galima stebėti priklausantį nuo φ neutronų persiskirstymą tarp angų OUT1 ir OUT2.

1 klausimas

Geometrija. Kai ϕ=0 interferometro plokštuma horizontali, kai ϕ =90°, plokštuma vertikali, išėjimo angos yra aukščiau sukimo ašies.

1.1 (1.0) Koks yra dviejų galimų kelių interferometre apriboto rombo plotas A?

1.2 (1.0) Koks yra angos OUT1 aukštis H virš horizontalios plokštumos, išvestos per sukimo ašį?

A ir H išreikškite per a, θ ir ϕ.

Optinio kelio ilgis. Optinio kelio ilgis N_{opt} (skaičius) yra geometrinio kelio ilgio (atstumo) ir bangos ilgio λ santykis. Jei λ kinta, N_{opt} gaunamas integruojant visu kelio ilgiu $1/\lambda$

1.3 (3.0) koks yra dviejų kelių optinių kelių ilgių skirtumas ΔN_{opt} kai interferometras buvo pakreiptas kampu ϕ? Išreikškite atsakymą per a, θ ir ϕ, o taip pat neutrono mase M, įlekiančių neutronų de Broglie bangos ilgį λ_0, laisvojo kritimo pagreitį g ir Planck'o konstantą h.

1.4 (1.0) Panaudokite tūrio parametrą $V = \dfrac{h^2}{gM^2}$

ir išreikškite ΔN_{opt} tik per A, V, λ_0 ir ϕ. Nustatykite V vertę, jei M= 1,675×10^{-27} kg, g= 9,800 m s^{-2} ir h= 6,626 × 10^{-34} J s.

1.5 (2.0) Kiek ciklų – nuo didelio intensyvumo iki mažo intensyvumo ir vėl iki didelio intensyvumo – susidarys angoje OUT1 kai ϕ bus didinamas nuo ϕ =−90° iki ϕ =90°?

Eksperimentiniai duomenys. Eksperimente panaudotas interferometras su tokiais parametrais: a = 3,600 cm ir θ =10,22°, buvo stebėta 19 pilnų ciklų.

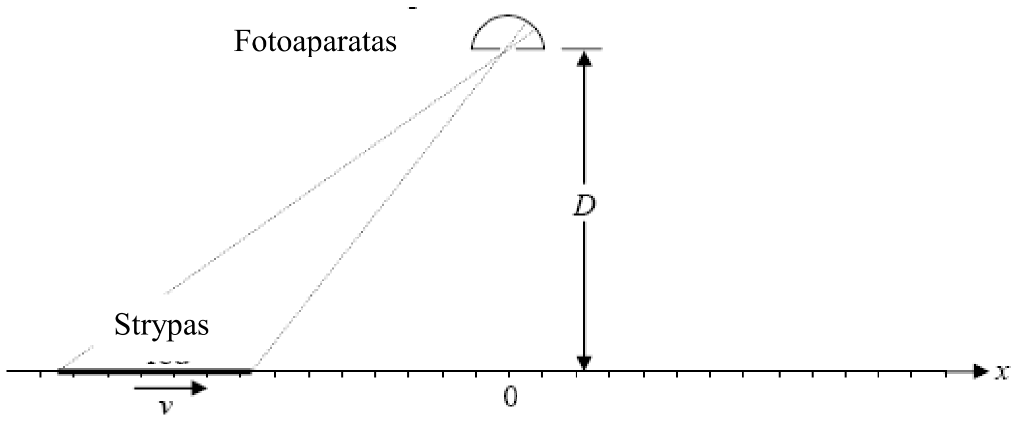
1.6 (1.0) Koks buvo λ_0 šiame eksperimente?

1.7 (1.0) Jei kitame eksperimente buvo stebėta 30 pilnų ciklų naudojant neutronus, kurių λ_0 = 0,2000 nm, koks buvo plotas A?

Nuoroda: jei 1<<$x\alpha$, galima pakeisti $(1+x)^\alpha = 1 + x\alpha$.

Teorinė užduotis 2
Strypo judėjimo stebėjimas

Fizikinė situacija. Fotoaparatu, kurį sudaro dėžutė su maža skylute ir šviesai jautrus sluoksnis, išlenktas taip, kad jo atstumas nuo skylutės būtų visur vienodas, patalpintu ties tašku x = 0 atstumu D nuo x ašies, fotografuojamas strypas labai trumpam laikui atidarant skylutę. Ant x ašies vienodais atstumais sužymėti brūkšneliai, pagal kuriuos nuotraukoje matomas strypo ilgis, kaip tai matyti iš paveikslo. Strypui nejudant nuotraukoje būtų matomas ilgis L. Tačiau strypas juda išilgai x ašies pastoviu greičiu v.



Pagrindiniai sąryšiai. Nuotraukoje mažas strypo elementas matyti padėtyje $\tilde{x}$.

2.1 (0.6) Kokia yra tikroji to elemento padėtis x fotografavimo momentu? Atsakymą pateikite per $\tilde{x}$, D, L,v ir šviesos greitį c =3.00×10^{8} m s^{-1}. Panaudokite žymėjimus

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \text{ir} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

Jei jie leis supaprastinti išraiškas.

2.2 (0.9) Gaukite atvirkščią sąryšį, t.y., išreikškite $\tilde{x}$ per x, D, L,v ir c.

Pastaba: Tikrąja padėtimi laikome koordinatę koordinačių sistemoje, kurioje fotoaparatas nejuda.
Matomas strypo ilgis. Daroma nuotrauka momentu, kai strypo centro tikroji padėtis yra x_0.

2.3 (1.5) Išreikškite nuotraukoje matomą strypo ilgį per duotus parametrus.

2.4 (1.5) Pažymėkite, kaip laikui bėgant kinta matomas strypo ilgis:

☐ Pradžioje didėja, pasiekia maksimumą, tada mažėja

☐ Pradžioje mažėja, pasiekia minimumą, tada didėja

☐ Visą laiką mažėja

☐ Visą laiką didėja

Simetriška nuotrauka. Vienoje iš nuotraukų abu strypo galai yra vienodu atstumu nuo skylutės.

2.5 (0.8) Nustatykite matomą strypo ilgį toje nuotraukoje.

2.6 (1.0) Kokia yra strypo vidurio padėtis fotografavimo momentu?

2.7 (1.2) kurioje nuotraukos vietoje yra strypo vidurio atvaizdas?

Labai ankstyvos ir labai vėlyvos nuotraukos. Padaroma labai ankstyva nuotrauka, kai strypas yra labai toli ir artėja, ir kita nuotrauka, labai vėlyva, kai strypas yra labai toli ir tolsta. Vienoje nuotraukoje matomas ilgis yra 1,00 m, kitoje jis yra 3,00 m.

2.8 (0.5) Pažymėkite teisingą atsakymą.

☐ Matomas ilgis 1 m yra ankstyvoje nuotraukoje, o 3 m – vėlyvoje

☐ Matomas ilgis 3 m yra ankstyvoje nuotraukoje, o 1 m – vėlyvoje

2.9 (1.0) Nustatykite greitį v.

2.10 (0.6) Nustatykite nejudančio strypo ilgį L.

2.11 (0.4) Nustatykite strypo ilgį simetriškoje nuotraukoje.

Teorinė užduotis 3

Užduotį sudaro penkios nepriklausomos dalys. Joms reikia pateikti tik dydžio įvertinimą, o ne tikslų atsakymą.

Skaitmeninis fotoaparatas. Turime skaitmeninį fotoaparatą su kvadratine integrine schema, kurios matmenys L = 35 mm, turinčia N_p = 5 Mpix (1 Mpix = 10^6 pixels). Fotoaparato objektyvo židinio nuotolis f= 38 mm. Skaičių seka apibrėžia diafragmą, nurodo taip vadinamą F# skaičių (2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16, 22) ir reiškia židinio nuotolio santykį su objektyvo apertūros skersmeniu D, t.y., $F\# = f/D$.

3.1 (1.0) Nustatykite geriausią galimą erdvinę skiriamąją gebą $\Delta x_{\min}$, duotai integrinei schemai ir duotam fotoaparato objektyvui. Rezultatą pateikite per bangos ilgį λ ir F skaičių F#. Pateikite skaitinę vertę kai λ= 500 nm.

3.2 (0.5) Nustatykite reikalingą Mpix skaičių N integrinės schemos, kuri atitiktų optimalią skiriamąją gebą

3.3 (0.5) Kartais fotografai naudoja sumažintą apertūrą. Tegu turime fotoaparatą su N_0 = 16 Mpix ir ankstesniais integrinės schemos bei objektyvo matmenimis. Kokia $F\#$ vertė turėtų būti parinkta, kad vaizdo kokybės neribotų optika?

3.4 (0.5) Žinant, kad žmogaus akies kampinė skiriamoji geba yra $\varphi = 2$ arcmin, o tipinis spausdintuvas gali spausdinti bent 300 dpi (taškų į colį), įvertinkite, kokiu mažiausiu atstumu z nuo akių laikant atspausdintą puslapį nematysite atskirų taškų.

Duota 1 colis = 25,4 mm

1 arcmin = $2{,}91 \times 10^{-4}$ rad

Kietai virtas kiaušinis. Kiaušinis, paimtas iš šaldytuvo temperatūros $T_0 = 4°C$, įmetamas į puodą su vandeniu, kuris palaikomas verdančiu temperatūroje T_1.

3.5 (0.5) Koks energijos kiekis U reikalingas kiaušiniui koaguliuoti?

3.6 (0.5) Kokio didumo šilumos srautas J teka į kiaušinio vidų?

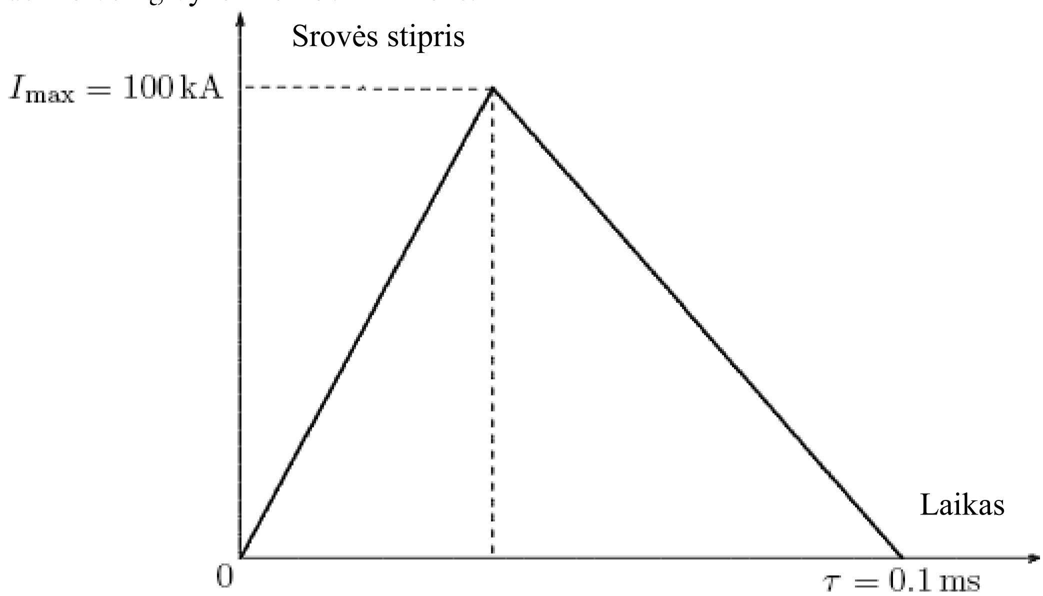
3.7 (0.5) Kokio didumo šilumos galia P perduodama į kiaušinį?

3.8 (0.5) Kiek laiko reikia virti kiaušinį, kad jis būtų išvirtas kietai?

Nuoroda Galima naudoti supaprastintą Fourier'o dėsnio formą $J=\kappa\Delta T/\Delta r$, čia ΔT yra temperatūrų skirtumas, atitinkantis Δr, atstumo elementą, o šilumos srautas J pateikiamas W m^{-2}.

Duota
Kiaušinio medžiagos tankis: $\mu = 10^3$ kg m^{-3}
Kiaušinio savitoji šiluma: $C = 4{,}2$ J K^{-1} g^{-1}
Kiaušinio spindulys: $R = 2{,}5$ cm
Albumino (kiaušinio proteino) koaguliacijos temperatūra: $T_c = 65°C$
Šilumos laidumo koeficientas: $\kappa = 0.64$ W K^{-1} m^{-1} (laikomas vienodu skystam ir kietam albuminui)

Žaibavimas. Pateikiamas supaprastintas žaibavimo modelis. Žaibavimą sukelia debesyse susidarę elektros krūviai. Kaip taisyklė, debesies apačioje kaupiasi teigiami krūviai, viršuje – neigiami, o Žemė po debesiu tampa neigiamai elektringa. Kai atitinkami elektriniai laukai viršija oro pramušimo vertę, vyksta iškrova – žaibas.



Idealizuotas elektros srovės impulsas šokant žaibui tarp debesies ir Žemės.

Duota:	Atstumas tarp debesies apačios ir Žemės: $h = 1$ km
	Drėgno oro pramušimo elektrinio lauko stipris: $E_0 = 300$ kV m^{-1}
	Per metus Žemėje šokančių žaibų skaičius: 32×10^6
	Žmonių skaičius Žemėje: $6{,}5 \times 10^9$

Panaudodami supaprastintą srovės stiprio kreivę ir pateiktus duomenis atsakykite į tokius klausimus:

3.9 (0.5) Koks krūvis Q prateka šokant žaibui?

3.10 (0.5) Kokio vidutinio stiprio elektros srovė I šokant žaibui teka tarp debesies apačios ir Žemės?

3.11 (1.0) Sakykim, kad visa žaibavimo metu panaudota energija yra surenkama ir po lygiai padalinama visiems žmonėms Žemėje. Kokiam laikui tos energijos žmogui pakaktų pasišviesti 100 W lempute?

Kapiliarai. Laikykime kraują klampiu skysčiu, kurio tankis μ toks pat, kaip vandens, o dinaminės klampos koeficientas η = 4.5 g m^{-1} s^{-1}. Kapiliarus laikome apvaliais tiesiais vamzdeliais, kurių spindulys r, ilgis L ir aprašome kraujo tekėjimą Poiseuille'o dėsniu:

$$\Delta p = DR,$$

Ohm'o dėsnio elektroje analogu skysčių dinamikoje. Čia Δp yra slėgių skirtumas kraujagyslės įėjime ir išėjime, $D=Sv$ yra pro kraujagyslės skerspjūvį pratekančio kraujo srautas, S yra kraujagyslės skerspjūvio plotas, v – kraujo tekėjimo greitis. Hidrodinaminė varža R išreiškiama taip:

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4}.$$

Pastoviai kraujui cirkuliuojant iš kairiojo širdies skilvelio į dešinį prieširdį žmogui esant ramybėje teka kraujo srautas $D \approx$ 100 cm^3 s^{-1}. Laikydami, kad visi kapiliarai sujungti lygiagrečiai, kiekvieno jų spindulys r = 4 μm, ilgis L = 1 mm, o juose susidaro slėgių skirtumas Δp = 1 kPa, atsakykite į tokius klausimus:

3.12 (1.0) Kiek kapiliarų yra žmogaus kūne?

3.13 (0.5) Kokiu greičiu v teka kraujas kapiliaru?

Dangoraižis. 1000 m aukščio dangoraižio apačioje oro temperatūra yra T_{bot} = 30°C. Užduotis yra nustatyti oro temperatūrą T_{top} ties dangoraižio viršūne. Laikome, kad plonas oro sluoksnis (idealios azoto dujos, kurių adiabatinis rodiklis γ = 7/5) lėtai kyla į aukštį z, kur slėgis yra mažesnis, ir laikome, kad tas sluoksnis adiabatiškai plečiasi, todėl jo temperatūra sumažėja iki aplinkinio oro temperatūros.

3.14 (0.5) Kaip santykinis temperatūros pokytis dT/T susietas su santykiniu slėgio pokyčiu dp/p?

3.15 (0.5) Išreikškite slėgio pokytį dp per aukščio pokytį dz.

3.16 (1.0) Kokia yra temperatūra ties pastato viršūne?

Duota

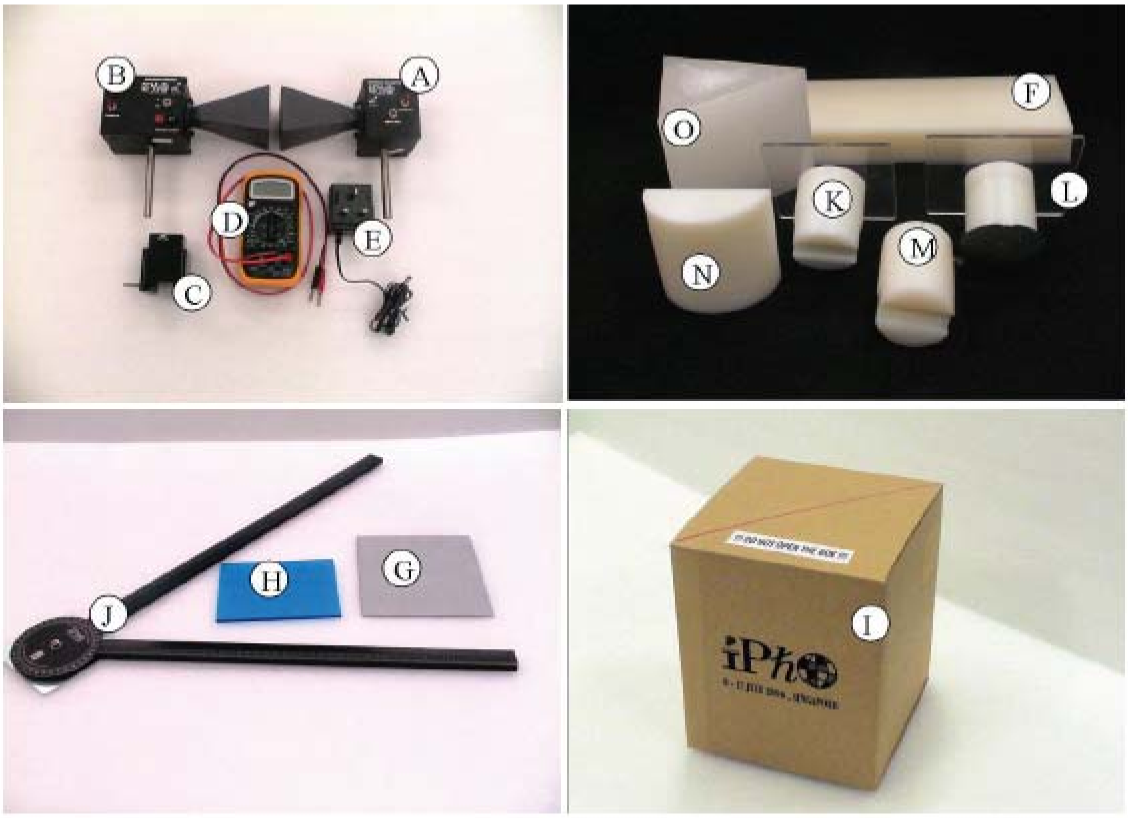
Boltzmann konstanta: k = 1,38 × 10^{-23} J K^{-1}

Azoto molekulės masė: m = 4,65 × 10^{-26} kg

Laisvojo kritimo pagreitis: g = 9.80 m s^{-2}

Eksperimentas

Įranga

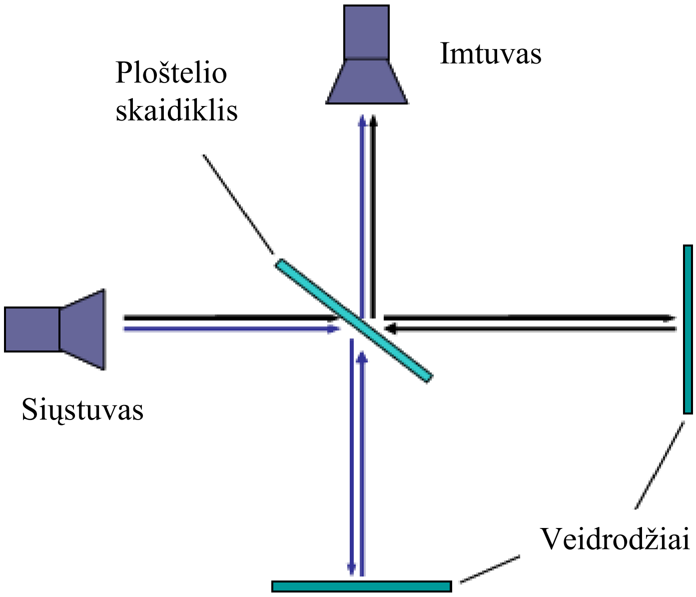


Žymėjimas	Pavadinimas	Kiekis	Žymėjimas	Pavadinimas	Kiekis
A	Mikrobangų siųstuvas	1	I	Gardelė “juodojoje dėžėje”	1
B	Mikrobangų imtuvas	1	J	Goniometras	1
C	Imtuvo ir siųstuvo laikiklis	2	K	Prizmės laikiklis	1
D	Skaitmeninis multimetras	1	L	Pasukamasis stalelis	1
E	Siųstuvo maitinimo blokas	1	M	Lęšio ir veidrodžio laikiklis	1
F	Plokštė, kaip “plona plėvelė”	1	N	Plokščiai cilindrinis lęšis	1
G	Veidrodis (blizgantis metalinis lapas)	1	O	Vaškinė prizmė	2
H	Pluoštelio skaidiklis (mėlynas organinis stiklas)	1		Mėlyni segtukai	1 pak.
	Slankmatis	1		30 cm liniuotė	1

1 dalis: Michelson interferometras

1.1. Įvadas

Michelson interferometre pluoštelio skaidiklis nukreipia įeinančias elektromagnetines bangas (EM) dviem skirtingais keliais, tada jos vėl sujungiamos, vyksta jų superpozicija ir gaunamas interferencinis vaizdas. 1 pav. iliustruoja Michelson interferometro struktūrą.



1 pav. Michelson interferometro schematinė diagrama

Krintanti banga keliauja iš siųstuvo į imtuvą dviem skirtingais keliais. Dvi pasiekusios imtuvą bangos superponuoja ir interferuoja. Signalo stipris imtuve priklauso nuo tų bangų fazių skirtumo, kuris gali būti keičiamas varijuojant optinių kelių ilgį.

1.2. Įrangos sąrašas.

1) Mikrobangų siųstuvas (A) su laikikliu(C)
2) Mikrobangų imtuvas (B) su laikikliu(C)
3) Goniometras (J)
4) Du veidrodžiai: veidrodis (G) su laikikliu (M) ir plona plėvelė (F), veikianti kaip veidrodis
5) Pluoštelio skaidiklis (H) su pasukamu staleliu (L), veikiančiu kaip laikiklis
6) Skaitmeninis multimetras.

1.3. Užduotis: Mikrobangų bangos ilgio nustatymas

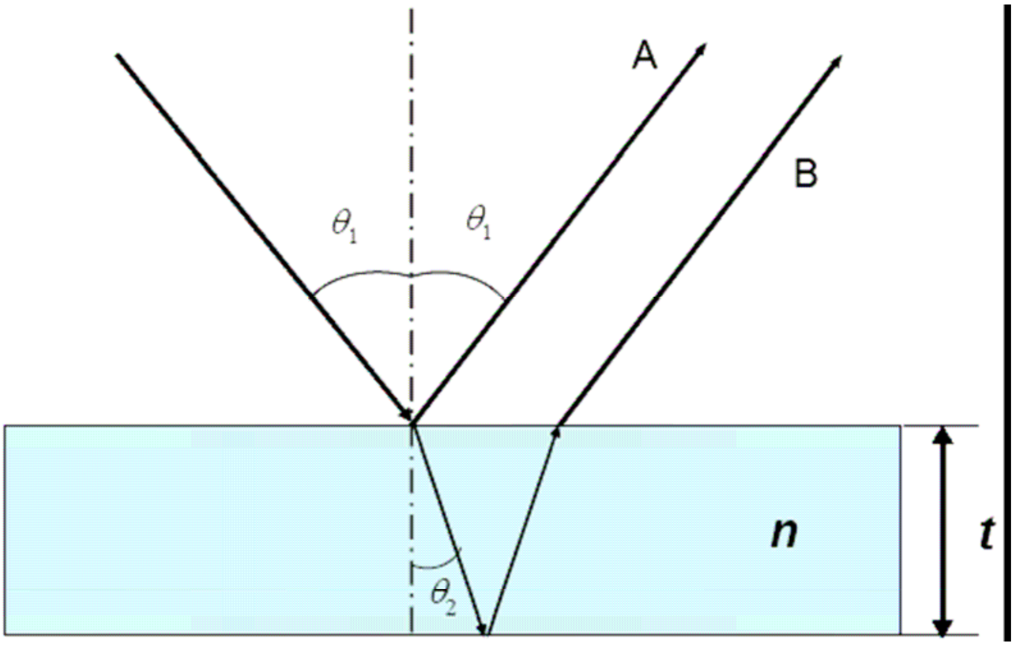
Sudarykite Michelson interferometrą iš 1.2 dalyje nurodytos įrangos ir atlikite eksperimentą mikrobangų bangos ilgiui ore nustatyti. Užrašykite duomenis ir nustatykite λ būdu, duodančiu paklaidą, ne didesnę negu 0,02 cm.

2 dalis: interferencija "plonoje plėvelėje"

2.1. Įvadas

EM bangų pluoštelis, krintantis į ploną dielektrinę plėvelę, skyla į du pluoštelius, kaip parodyta 2.1 pav.

Pluoštelis A atsispindi nuo plėvelės viršutinio paviršiaus, o pluoštelis B – nuo apatinio. Pluoštelių A ir B superpozicija duodą taip vadinamą plonos plėvelės sąlygotą interferenciją. Pluoštelių A ir B optinių kelių skirtumas lemia stiprinimą ar slopinimą interferenciniame vaizde, t.y., rezultatinės EM bangos intensyvumą I. Optinių kelių skirtumas savo ruožtu priklauso nuo kritimo kampo θ_1, bangos ilgio λ, plonos plėvelės storio t ir jos medžiagos lūžio rodiklio n. Taigi, plonos plėvelės medžiagos lūžio rodiklis n gali būti nustatytas iš I priklausomybės nuo θ_1 grafiko panaudojant t ir λ vertes.



2.1 pav. Interferencijos plonoje plėvelėje schema

2.2. Įrangos sąrašas

1) Mikrobangų siųstuvas (A) su laikikliu (C)
2) Mikrobangų imtuvas (B) su laikikliu (C)
3) Plokščiai cilindrinis lęšis (N) su laikikliu (M)
4) Goniometras (J)
5) Pasukamasis stalelis (L)
6) Skaitmeninis multimetras (D)
7) Plokštė, veikianti kaip "plona plėvelė" (F)
8) Slankmatis

2.3. Užduotis: Plokštės lūžio rodiklio nustatymas

1) Parašykite išraiškas interferencijos maksimumams ir minimumams per θ_1, t, λ ir n.
2) Panaudodami tik 2.2 nurodytą įrangą paruoškite eksperimentą matuoti imtuvo signalui S priklausomybei nuo kritimo kampo θ_1 matuoti kampams nuo 40° iki 75°. Nubraižykite savo matavimo schemą, nurodydami kritimo ir atspindžio kampus ir plėvelės padėtį ant pasukamojo stalelio. Surašykite matavimo rezultatus į lentelę. Nubraižykite imtuvo signalo S priklausomybės nuo θ_1 grafiką. Tiksliai nustatykite kampus, atitinkančius interferencijos maksimumus ir minimumus.
3) Laikydami, kad oro lūžio rodiklis yra 1,00, nustatykite interferencijos eilę m ir plokštės lūžio rodiklį n.
4) Atlikite paklaidų analizę ir apskaičiuokite n paklaidą Δn.

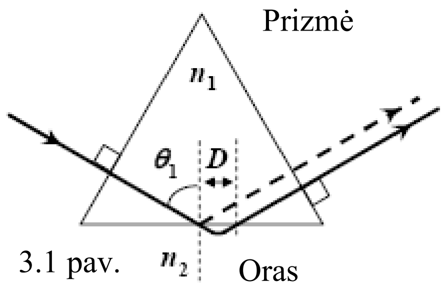
Pastabos:

· Lęšis į siųstuvą turi būti nukreiptas plokščiąja puse siekiant gauti kvazilygiagretų mikrobangų pluoštelį. Atstumas tarp lęšio plokščiojo paviršiaus ir siųstuvo apertūros turi būti 3 cm.
Geresniam rezultatui gauti atstumas tarp siųstuvo ir imtuvo turi būti kuo didesnis.
Mikrobangų duodamame vaizde turi būti aiškus maksimumas. Nurodytame intervale nuo 40° iki 75° yra tik vienas interferencinis maksimumas ir vienas minimumas.

3 dalis: Pažeistas pilnasis vidaus atspindys

3.1. Įvadas

Visiškas vidaus atspindys būna šviesai plintant iš optiškai tankesnės aplinkos į optiškai retesnę aplinką. Tačiau skirtingai nuo geometrinės optikos krintanti banga prasiskverbia į mažesnio optinio tankio terpę nedideliu atstumu (3.1 pav). Tai aprašo poslinkis *D*, vadinamas Goos Hänchen poslinkiu. Jei greta pirmosios terpės nedideliu atstumu *d* patalpinamas to paties lūžio rodiklio n_1 kūnas (3.2 pav.), vyksta bangos tuneliavimas į antrąjį kūną. Tai vadinama pilnojo vidaus atspindžio pažeidimu. Prasiskverbusios bangos intensyvumas eksponentiškai mažėja didėjant atstumui *d*:



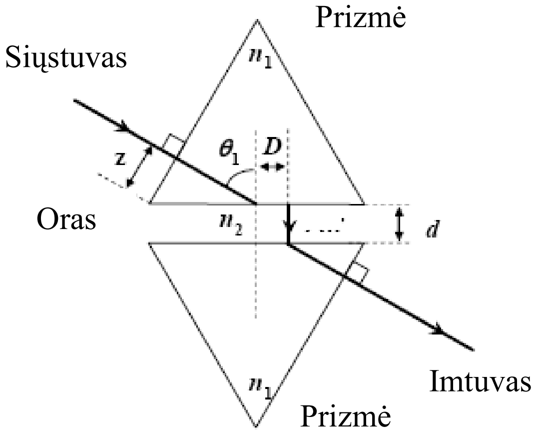
3.1 pav.

$$I_t = I_0 \exp(-2\gamma d), \quad (3.1)$$

čia I_0 yra krintančios bangos intensyvumas, o γ išreiškiama taip:

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2}\sin^2\theta_1 - 1}, \quad (3.2)$$

čia λ yra bangos ilgis 2 terpėje, o n_2 yra tos terpės lūžio rodiklis.



3.2 pav. Eksperimento Goos Hänchen poslinkiui stebėti schema

3.2. Įrangos sąrašas

1) Mikrobangų siųstuvas (A) su laikikliu (C)
2) Mikrobangų imtuvas (B) su laikikliu (C)
3) Plokščiai cilindrinis lęšis (N) su laikikliu (M)
4) 2 vaškinės prizmės (O) su laikikliu (K) ir pasukamasis stalelis (L) kaip laikiklis
5) Skaitmeninis multimetras (D)
6) Goniometras (J)
7) Liniuotė

3.3. Eksperimento aprašymas

Panaudodami tik 3.2 nurodytą įrangą paruoškite eksperimentą matuoti intensyvumą I_t priklausomai nuo oro tarpo pločio *d* pažeistame visiškame vidaus atspindyje.

Tinkamiems rezultatams gauti atsižvelkit į tokias sąlygas:

· Šiam eksperimentui naudokite tik vieną goniometro petį.
· Prizmių paviršius rūpestingai nustatykit lygiagrečiai.
· Atstumas nuo kreivojo lęšio paviršiaus iki prizmės paviršiaus turi būti 2 cm.
· Imtuvas turi liesti prizmės paviršių.
· Kiekvienai *d* vertei parinkite imtuvo padėtį išilgai prizmės paviršiaus, atitinkančią maksimalų signalą.

Gaukite duomenis atstumams nuo *d* = 0,6 cm. Baikit matavimą kai multimetro rodmenys bus mažesni už 0,20 mA.

3.4. Užduotis: Prizmės medžiagos lūžio rodiklio nustatymas

1 užduotis

Nubraižykite eksperimento schemą pažymėdami įrangą ir atstumus (3.2 pav.)

2 užduotis

Atlikite eksperimentą ir sudarykite rezultatų lentelę. Matavimus pakartokite 2 kartus.

3 užduotis

Nubrėždami tinkamus grafikus nustatykite prizmės lūžio rodiklį n_1 ir jo paklaidą.

4 dalis: Mikrobangų difrakcija nuo metalinių strypelių gardelės: Bragg atspindys

4.1. Įvadas

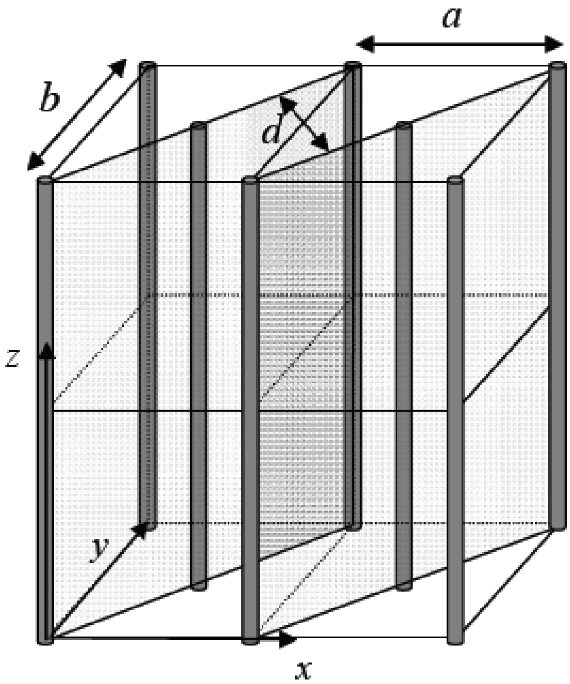
Bragg'o dėsnis

Kristalo gardelės struktūra gali būti ištirta naudojant Bragg'o dėsnį,

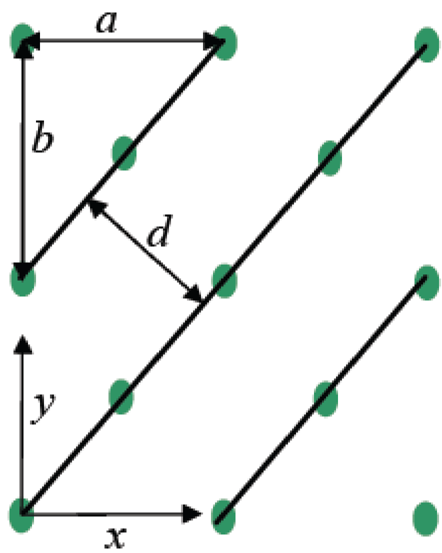
$$2d \sin \gamma = m\lambda \quad (4.1)$$

čia d atstumas tarp lygiagrečių kristalo plokštumų, "atspindinčių" X-spindulius, m yra difrakcijos eilė, o γ yra kampas tarp krintančio X-spindulių pluoštelio ir kristalo plokštumų. Bragg'o dėsnis dažnai vadinamas X-spindulių Bragg'o atspindžiu

Metalinių strypelių gardelė



4.1 pav. Metalinių strypelių gardelė su gardelės konstantomis a ir b ir tarpplokštuminiu atstumu d



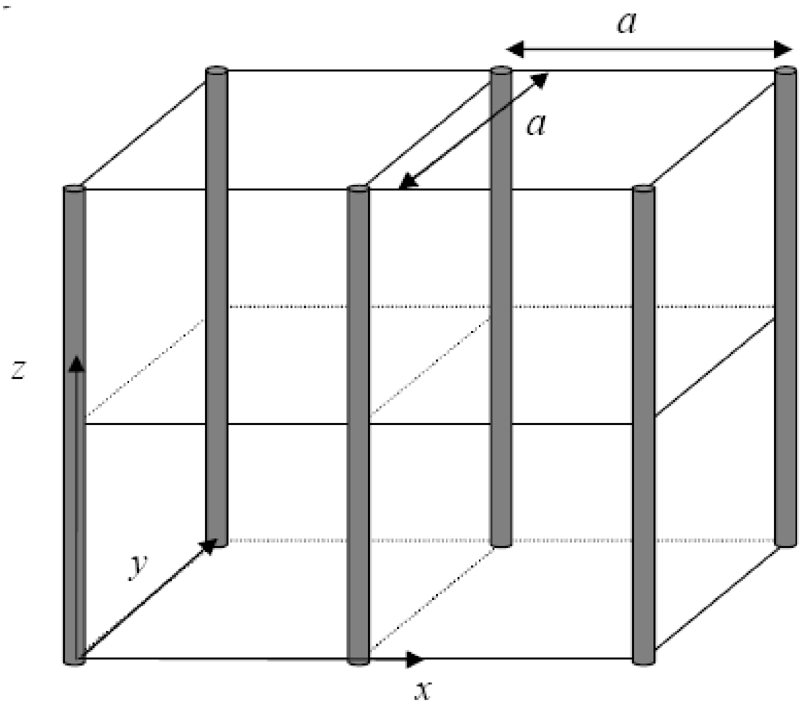
4.2 pav. Gardelės, pateiktos 4.1 pav., vaizdas iš viršaus

Kadangi X-spindulių bangos ilgis yra palyginamas su kristalo gardelės konstanta, tradiciškai Bragg'o difrakcijos eksperimentai atliekami naudojant X-spindulius. Mikrobangoms difrakcija vyksta gardelėse su žymiai didesne gardelės konstanta, kuri gali būti lengvai išmatuota liniuote.

Šiame eksperimente Bragg'o dėsnis naudojamas išmatuoti gardelės konstantą gardelei, padarytai iš metalinių strypelių. Tokia gardelė pateikta 4.1 pav. Metaliniai strypeliai pavaizduoti storomis vertikaliomis linijomis. Gardelės plokštumos, nukreiptos įstrižai xy plokštumoje, parodytos patamsintos. 4. 2 pav. parodytas gardelės, pateiktos 4.1 pav. vaizdas iš viršaus. Taškai vaizduoja strypelius, o tiesės vaizduoja gardelės įstrižas plokštumas.

4.2. Įrangos sąrašas

1) Mikrobangų siųstuvas (A) su laikikliu (C)
2) Mikrobangų imtuvas (B) su laikikliu (C)
3) Plokščiai cilindrinis lęšis (N) su laikikliu (M)
4) Sandari dėžutė su metalinių strypelių gardele(I)
5) Pasukamasis stalelis (L)
6) Skaitmeninis multimetras (D)
6) Goniometras (J)



4.3 pav. Paprasta kvadratinė gardelė

Šiame eksperimente naudojama paprasta kvadratinė gardelė, sudaryta iš metalinių strypelių, kaip parodyta 4.3 pav. Gardelė yra uždaroje dėžutėje. Reikia nustatyti gardelės konstantą a.

4.3. užduotis: Paprastos kvadratinės gardelės konstantos nustatymas

1 užduotis

Nubraižykite 4.3 pav. pateiktos paprastos kvadratinės gardelės diagramą, pažymėdami gardelės konstantą a ir įstrižų plokštumų atstumą d. Pagal tą diagramą parašykite Bragg'o dėsnį.

2 užduotis

Naudodami Bragg'o dėsnį ir nurodytą įrangą aprašykite eksperimentą gardelės konstantai a nustatyti atliekant Bragg'o difrakcijos bandymą.

(a) Nubraižykite bandymo schemą, pažymėdami įrangos elementus, aiškiai nurodydami kampus tarp siųstuvo ašies ir gardelės plokštumos θ bei tarp siųstuvo ir imtuvo ašių ζ. Matuokit įstrižų plokštumų sukeliamą difrakciją, kurių kryptį nurodo ant dėžutės nubrėžta raudona linija.

(b) Difrakciją tirkite kampams $20° \leq \theta \leq 50°$. Tose ribose gaunama tik pirmosios eilės difrakcija. Sudarykite rezultatų lentelę ir nustatykite kampus θ ir ζ.

(c) Nubrėžkite dydžio, proporcingo difragavusios bangos intensyvumui, priklausomybės nuo θ grafiką.

(d) Nustatykite gardelės konstantą a panaudodami grafiką ir įvertinkite paklaidą.

Sprendimai

Teorinė užduotis 1

Kiekvienos rombo kraštinės ilgis $L = a/\cos\theta$, atstumas tarp lygiagrečiųjų kraštinių $D = a\sin(2\theta)/\cos\theta = 2a\sin\theta$, o plotas $A = DL$. Taigi,

1.1 $A = 2a^2\mathrm{tg}\theta.$

Pakilimo aukštis

1,2 $H = D\sin\phi = 2a\sin\theta\sin\phi$**.**

Optinio kelio ilgis. Optinio kelio ilgio skirtumą lemia atkarpos, lygiagrečios pradiniai pluoštelio krypčiai, kurių ilgiai L, o de Broglie bangų ilgiai λ_0 ir λ_1. Gauname:

$$\Delta N_{opt} = \frac{L}{\lambda_0} - \frac{L}{\lambda_1} = \frac{a}{\lambda_0\cos\theta}\left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right).$$

Judesio kiekiai yra h/λ_0 ir h/λ_1. Panaudodami energijos tvermės dėsnį gauname

$$\frac{1}{2M}\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{1}{2M}\left(\frac{h}{\lambda_1}\right)^2 + MgH,\ \frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \sqrt{1 - \frac{2gM^2\lambda_0^2H}{h^2}}\ .$$

Pastebėjus, kad $gM^2\lambda_0^2H/h^2$ yra mažas, 10^{-7} eilės, galime išraišką supaprastinti:

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = 1 - \frac{gM^2\lambda_0^2H}{h^2}\ .$$

Gauname:

$$\Delta N_{opt} = \frac{a}{\lambda_0\cos\theta}\frac{gM^2\lambda_0^2H}{h^2}.$$

arba

1.3 $\Delta N_{opt} = 2\dfrac{gM^2}{h^2}a^2\lambda_0\mathrm{tg}\theta\sin\phi.$

Kompaktiškiau tai galim parašyti taip:

1.4 $\Delta N_{opt} = \dfrac{\lambda_0 A}{V}\sin\phi\,,$

čia

1.4 V=0,1597×10¯13 m^3=0,1597 nm cm^2

yra tūrio parametro vertė.

Interferencinis maksimumas (didelis intensyvumas OUT1) yra tuo atveju, kai optinių kelių ilgis yra sveikas skaičius: ΔN_{opt} = 0,±1,±2, . . ., o minimumas (mažas intensyvumas OUT1) – kai ΔN_{opt} =±1/2,±3/2,5/2, . . .

Keičiant ϕ nuo $\phi = -90°$ iki $\phi = 90°$ gaunama $\Delta N_{opt}\Big|_{\phi=-90^\circ}^{\phi=90^\circ} = \dfrac{2\lambda_0 A}{V}$,

iš ko matyti, kad ciklų skaičius k yra

1.5 $k = \dfrac{2\lambda_0 A}{V}\ .$

Eksperimentiniai duomenys. Imdami a = 3,6 cm ir θ = 22,1° gauname A = 10,53 cm^2, tada

1.6 $\lambda_0 = \dfrac{19\times 0{,}1597}{2\times 10{,}53}\,\mathrm{nm} = 0{,}1441\,\mathrm{nm}$**.**

30 pilnų ciklų esant $\lambda_0 = 0{,}2$ nm atitinka plotą $A = \dfrac{30\times 0{,}1597}{2\times 0{,}2}\,\mathrm{cm}^2 = 11{,}98\,\mathrm{cm}^2$

Teorinė užduotis 2

Pagrindiniai sąryšiai Padėtis $\tilde{x}$, parodyta paveiksle, atitinka laiko momentą, kuris buvo anksčiau fotografavimo momento laiku T, per kurį šviesa atėjo nuo strypo iki fotoaparato:

$$T = \sqrt{D^2 + \tilde{x}^2}\,/\,c\,.$$

Per tą laiką strypas nuėjo atstumą vT, taigi, taško padėtis x fotografavimo momentu buvo

2.1 $\qquad x = \tilde{x} + \beta\sqrt{D^2 + \tilde{x}^2}\,.$

Iš pateiktos išraiškos gauname

2.2 $\qquad \tilde{x} = \gamma^2 x - \beta\sqrt{D^2 + (\gamma x)^2}\,.$

Matomas strypo ilgis. Pagal Lorentz transformacijos formulę judančio strypo ilgis yra mažesnis ir lygus L/γ, todėl tikros strypo galų padėtys yra

$$x_{\pm} = x_0 \pm L/2\gamma$$

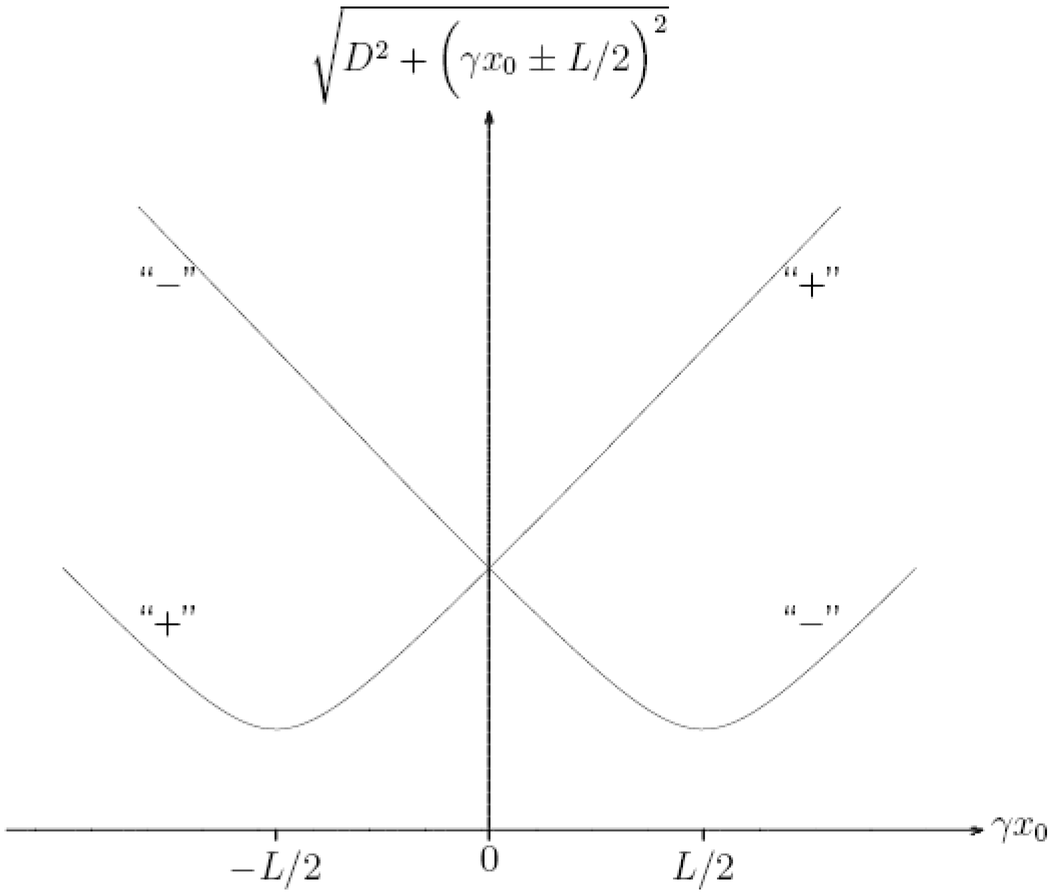
atitinkamai kairiajam (+) ir dešiniajam (–) strypo galui. Nuotraukoje matomos strypo galų padėtys yra

$$\tilde{x}_{\pm} = \gamma(\gamma x_0 \pm L/2) - \beta\gamma\sqrt{D^2 + (\gamma x_0 \pm L/2)^2}\,,$$

todėl strypo matomas nuotraukoje ilgis $\tilde{L}(x_0) = \tilde{x}_+ - \tilde{x}_-$ yra

2.3 $\qquad \tilde{L}(x_0) = \gamma L + \beta\gamma\sqrt{D^2 + (\gamma x_0 - L/2)^2} - \beta\gamma\sqrt{D^2 + (\gamma x_0 + L/2)^2}\,.$

Kadangi strypas juda pastoviu greičiu v, turime $\dfrac{dx_0}{dt} = v$, todėl reikia nustatyti, kaip kinta $\tilde{L}(x_0)$ didėjant x_0. Pavaizduojame grafiškai dvi 2.2 išraiškoje esančias kvadratines šaknis:



Matome, kad $\tilde{L}(x_0)$ išraiškoje esantis šaknų su "–" ir "+" skirtumas mažėja kai x_0 didėja.

2.4 Matomas strypo ilgis visą laiką mažėja.

Simetrinis paveikslas. Matomas ilgis simetriniame paveiksle yra lygus tikrajam judančio strypo ilgiui, nes iš strypo galų atėjusi šviesa pasiekia fotoaparatą per tą patį laiką, t.y.,

2.5 $\widetilde{L}(x_0) = L/\gamma$.

Matomos galų padėtys $\widetilde{x}_- = -\widetilde{x}_+$, todėl

$$\widetilde{x}_+ + \widetilde{x}_- = 2\gamma^2 x_0 - \beta\gamma\sqrt{D^2 + (\gamma x_0 - L/2)^2} - \beta\gamma\sqrt{D^2 + (\gamma x_0 + L/2)^2} = 0 .$$

Kartu su išraiška

$$L/\gamma = \widetilde{x}_+ - \widetilde{x}_- = \gamma L + \beta\gamma\sqrt{D^2 + (\gamma x_0 - L/2)^2} - \beta\gamma\sqrt{D^2 + (\gamma x_0 + L/2)^2}$$

gauname:

$$\sqrt{D^2 + (\gamma x_0 \pm L/2)^2} = \frac{2\gamma^2 x_0 \pm (\gamma L - L/\gamma)}{2\beta\gamma} = \frac{\gamma x_0}{\beta} \pm \frac{\beta L}{2}$$

Kaip ir turi būti, imant viršutinius arba apatinius ženklus gaunama tas pats x_0:

2.6 $x_0 = \beta\sqrt{D^2 + (L/2\gamma)^2}$

Taigi, strypo vidurį simetriniame atvaizde atitinka taškas, kurio koordinatė

$$\widetilde{x}_0 = \gamma^2 x_0 - \beta\gamma\sqrt{D^2 + (\gamma x_0)^2} = \beta\gamma\left(\sqrt{D^2 + (L/2)^2} - \sqrt{(\gamma D)^2 + (\beta L/2)^2}\right) ,$$

kurio atstumas nuo dešiniojo strypo galo yra

$$l = \widetilde{x}_+ - \widetilde{x}_0 = L/2\lambda - \widetilde{x}_0 .$$

Taigi,

$$l = L/2\gamma - \beta\gamma\sqrt{(\gamma D)^2 + (L/2)^2} + \beta\gamma\sqrt{(\gamma D)^2 + (\beta L/2)^2}$$

2.7 arba

$$l = L/2\gamma\left[1 - \frac{\beta L/2}{\sqrt{(\gamma D)^2 + (L/2)^2} + \sqrt{(\gamma D)^2 + (\beta L/2)^2}}\right]$$

Labai ankstyvos ir labai vėlyvos nuotraukos. Labai ankstyvu laiko momentu turime labai didelę neigiamą x_0 vertę, todėl matomas strypo ilgis tuo metu yra

$$\widetilde{L}_{early} = \widetilde{L}(x_0 \to -\infty) = (1+\beta)\gamma L = L\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} .$$

Panašiai labai vėlyvu laiko momentu turime labai didelę teigiamą x_0 vertę, todėl matomas strypo ilgis tuo metu yra

$$\widetilde{L}_{late} = \widetilde{L}(x_0 \to \infty) = (1-\beta)\gamma L = L\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} .$$

Matome, kad $\widetilde{L}_{early} > \widetilde{L}_{late}$, taigi,

2.8 3m matomas ilgis yra ankstyvojoje nuotraukoje, o 1 m – vėlyvojoje.

Toliau gauname

$$\beta = \frac{\widetilde{L}_{early} - \widetilde{L}_{late}}{\widetilde{L}_{early} + \widetilde{L}_{late}} ,$$

taigi, β =1/2, todėl greitis yra

2.9 v =c/2.

Toliau gauname:

$$\gamma = \frac{\widetilde{L}_{early} + \widetilde{L}_{late}}{2\sqrt{\widetilde{L}_{early}\widetilde{L}_{late}}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1{,}1547 .$$

Kartu su išraiška

2.10 $L = \sqrt{\widetilde{L}_{early}\widetilde{L}_{late}} = 1.73$ m

Simetriniam paveikslui gauname ilgį

2.11 $$\widetilde{L} = \frac{2\widetilde{L}_{early}\widetilde{L}_{late}}{\widetilde{L}_{early} + \widetilde{L}_{late}} = 1{,}50 \text{ m}$$

Teorinė užduotis 3

Skaitmeninis fotoaparatas. Fotoaparato skiriamąją gebą riboja du faktoriai: apertūros sukuriama difrakcija ir pikselių kiekis. Dėl difrakcijos kampinė skiriamoji geba θ_R išreiškiama bangos ilgio λ ir objektyvo apertūros D santykiu,

$$\theta_R = 1{,}22\lambda / D,$$

čia daugiklis 1,22 imamas atsižvelgiant į apvalią apertūros formą. Fotografuojant objektas paprastai būna toli, jo atvaizdas fotoaparate susidaro objektyvo židinio plokštumoje, kur turi būti patalpinta integralinė schema. Tada, panaudojant Rayleigh difrakcijos kriterijų, du atvaizdo taškai bus išskirti, jei tarp jų atstumas bus didesnis, negu

3.1 $$\Delta x = f\theta_R = 1{,}22\lambda F\#, \quad \Delta x = 1{,}22\ \mu\text{m}$$

imant didžiausią apertūrą (F#=2) ir λ=500 nm, kas atitinka vidutiniam dienos šviesos bangos ilgiui. Skaitmeninę skiriamąją gebą lemia atstumas tarp kaimyninių pikselių centrų l. 5 Mpix fotoaparatui tas atstumas maždaug toks:

$$l = L / \sqrt{N_p} = 15{,}65\ \mu\text{m}.$$

Idealiai reikėtų optinę ir skaitmeninę skiriamąsias gebas suderinti. Įrašę optinę skiriamąją gebą į skaitmeninės skiriamosios gebos išraišką, gauname:

3.2 $$N = (L/\Delta x)^2 \approx 823\ \text{Mpix}$$

Ieškodami optimalios apertūros pastebime, kad turi būti patenkinta sąlyga $l \geq \Delta x$, t.y., $F\# \leq F_0$, čia

$$F_0 = \frac{L}{1{,}22\lambda\sqrt{N_0}} = 2\sqrt{\frac{N}{N_0}} = 14{,}34\ .$$

Kadangi tokios vertės F# rinkinyje nėra, imame artimiausią vertę, duodančią didesnę optinę skiriamąją gebą:

3.3 $$F_0 = 11\ .$$

Žiūrint į paveikslą , esantį atstumu z nuo akies, kampas (mažas) tarp gretimus tašus atitinkančių krypčių yra $\phi = l/z$. Kaip ir aukščiau, čia l – atstumas tarp gretimų taškų.

3.4 $$z = \frac{l}{\phi} = \frac{2{,}54\times10^{-2}/300\ \text{dpi}}{5{,}82\times10^{-4}\ \text{rad}} = 14{,}55\ \text{cm} \approx 15\ \text{cm}.$$

Kietai virtas kiaušinis. Visas kiaušinis turi pasiekti koaguliacijos temperatūrą. Tai reiškia, kad temperatūros pokytis yra

$$\Delta T = T_c - T_0 = 65\ ^\circ\text{C} - 4\ ^\circ\text{C} = 61\ ^\circ\text{C}\ .$$

Taigi, minimalus energijos kiekis, kurią reikia suteikti kiaušiniui kad jis visas koaguliuotų, yra $U = \mu VC\Delta T$, čia $V = 4\pi R^3/3$ yra kiaušinio tūris. Gauname:

3.5 $$U = \mu\frac{4\pi R^3}{3}C(T_c - T_0) = 16768\ \text{J}$$

Supaprastinta šilumos sklidimo lygtis leidžia apskaičiuoti, koks energijos kiekis įteka į kiaušinį pro jo paviršių per laiko vienetą. Laikui įvertinti laikome, kad kiaušinio centre yra pradinė temperatūra T=4 °C, o atstume Δr=R yra temperatūrų skirtumas ΔT=T_1– T_0, čia T_1 = 100 °C (verdantis vanduo). Gauname:

3.6 $$J = \kappa(T_1 - T_0)/R = 2458\ \text{Wm}^{-2}.$$

Šiluma perduodama iš verdančio vandens į kiaušinį per jo paviršių. Per vienetinį laiko tarpą perduodamai energijai gauname:

3.7 $$P = 4\pi R^2 J = 4\pi\kappa R(T_1 - T_0) \approx 19{,}3\ \text{W}\ .$$

Iš čia galime nustatyti laiką τ, reikalingą šilumai nusklisti iki kiaušinio centro:

3.8 $$\tau = \frac{U}{P} = \frac{\mu C R^2 (T_c - T_0)}{3\kappa (T_1 - T_0)} = \frac{16768}{19{,}3} = 869\ \text{s} = 14{,}5\ \text{min}.$$

Žaibavimas. Visas krūvis Q apibrėžiamas po kreive esančiu plotu. Pagal trikampio ploto formulę gauname:

3.9 $$Q = I_0 \tau / 2 = 5\ \text{C}.$$

Vidutinis srovės stipris yra

3.10 $$I = Q / \tau = I_0 / 2 = 50\ \text{kA}.$$

Kadangi debesies apačioje yra neigiamas krūvis, o viršuje – teigiamas, turime plokščiąjį kondensatorių. Prieš pat žaibuojant jame susikaupusi energija yra $QE_0h/2$, čia E_0h potencialų skirtumas tarp debesies apačios ir Žemės. Žaibavimas sunaudoja sukauptą energiją. Taigi, vieno žaibavimo metu išsiskiria energija $QE_0h/2 = 7{,}5 \times 10^8$ J. Tos energijos pakaktų 100 W lemputei šviesti laiką

3.11 $$t = \frac{7{,}5\times 10^8\ \text{J}}{100\ \text{W}} \frac{32\times 10^6}{6{,}5\times 10^9} = 36000\ \text{s} = 10\ \text{h}.$$

Kapiliarai. Imdami visus kapiliarus, gauname

$$R_{all} = \Delta p / D = 10^7\ \text{Pa m}^{-3}\ \text{s}.$$

Laikome, kad visi kapiliarai sujungti lygiagrečiai. Iš analogijos tarp Poiseuille‘o ir Ohm‘o dėsnių vieno kapiliaro hidrodinaminę varžą R su visų kapiliarų bendra varža R_{all} sieja sąryšis

$$\frac{N}{R} = \frac{1}{R_{all}},$$

Ir visų kūno kapiliarų skaičiui gauname išraišką

$$N = R / R_{all}.$$

R apskaičiuojame remdamiesi Poiseuille‘o dėsniu:

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4} = 4{,}5\times 10^{16}\ \text{kg m}^{-4}\ \text{s}^{-1}$$

ir gauname

3.12 $$N = \frac{4{,}5\times 10^{16}}{10^7} = 4{,}5\times 10^9.$$

Kraujo srautas kapiliare $\pi r^2 v = \Delta p / R$. Įrašę R gauname:

3.13 $$v = \frac{r^2 \Delta p}{8\eta L} = 0{,}44\ \text{mm s}^{-1}.$$

Dangoraižis. Kai oro sluoksnis yra aukštyje z virš Žemės, jame yra $p(z)$ slėgis ir $T(z)$ temperatūra, o sluoksnio tūris yra $V(z) = Ah(z)$, čia A yra sluoksnio pagrindo plotas, $h(z)$ – sluoksnio storis. Bet kuriame aukštyje z taikydami idealiųjų dujų lygtį $pV = NkT$ (N – molekulių skaičius sluoksnyje) ir adiabatės lygtį

$pV^\gamma = \text{const.}$ arba $(pV)^\gamma \propto p^{\gamma-1}$ gauname $p^{\gamma-1} \propto T^\gamma$. Diferencijuodami gauname

$(\gamma - 1)\dfrac{dp}{p} = \gamma \dfrac{dT}{T}$, taigi,

3.14 $$\frac{dT}{T} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{dp}{p}.$$

Kadangi sluoksnis kyla pastoviu greičiu, jo sunkį turi kompensuoti slėgių skirtumas į apačią ir į viršų. Laikydami jėga teigiamomis gauname atstojamąją jėgą

$$0 = Nmg + A[p9z + h) - p(z)] = \frac{pV}{kT}mg + \frac{V}{h}\frac{dp}{dz}h\ ,$$

taigi, $\dfrac{dp}{dz} = -\dfrac{mg}{k}\dfrac{p}{T}$,

3.15 $dp = -\frac{mg}{k}\frac{p}{T}dz$ **.**

Iš 3.14 ir 3.15 gauname:

$$dT = -\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{mg}{k}dz ,$$

o suintegravę

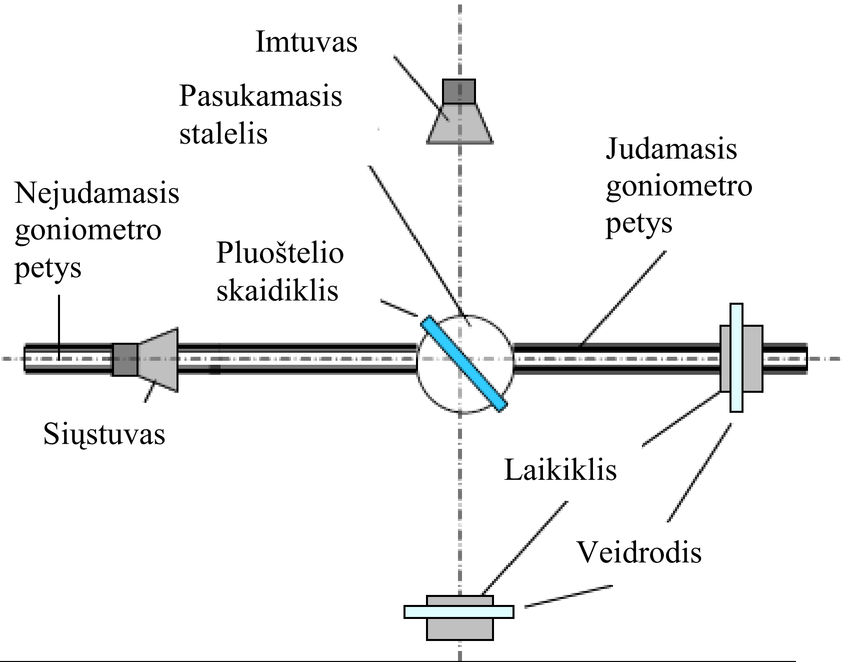
$$T_{top} = T_{bot} - \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{mgH}{k} .$$

Įrašę duomenis H = 1 km ir T_{bot} = 30 °C, apskaičiavę gauname:

3.16 T_{top} = 20,6 °C.

Eksperimentas

1 dalis
a. Eksperimento schema



b. Duomenų lentelė
Keičiame ties judamuoju goniometro petimi esančio veidrodžio padėtį ir fiksuojame multimetro duomenis. Pagal gautus duomenis nubraižome grafiką.

Atstumas, cm	Rodmuo, mA	Atstumas, cm	Rodmuo, mA	Atstumas, cm	Rodmuo, mA	Atstumas, cm	Rodmuo, mA
104.0	0.609	100.9	1.016	96.0	0.514	91.0	0.925
103.9	0.817	100.85	1.060	95.8	0.098	90.9	1.094
103.8	0.933	100.8	1.090	95.6	0.192	90.8	1.245
103.7	1.016	100.7	0.994	95.4	0.669	90.7	1.291
103.6	1.030	100.6	0.940	95.3	0.870	90.6	1.253
103.5	0.977	100.4	0.673	95.2	1.009	90.4	0.978
103.4	0.890	100.2	0.249	95.1	1.119	90.2	0.462
103.3	0.738	100.0	0.074	95.0	1.138	90.0	0.045
103.2	0.548	99.8	0.457	94.9	1.080	89.8	0.278
103.1	0.310	99.6	0.883	94.7	0.781	89.6	0.809
103.0	0.145	99.4	1.095	94.5	0.403	89.5	1.031
102.9	0.076	99.3	1.111	94.3	0.044	89.4	1.235
102.8	0.179	99.2	1.022	94.1	0.364	89.3	1.277
102.7	0.392	99.0	0.787	93.9	0.860	89.2	1.298
102.6	0.623	98.8	0.359	93.7	1.103	89.1	1.252
102.5	0.786	98.6	0.079	93.6	1.160	89.0	1.133
102.4	0.918	98.4	0.414	93.5	1.159	88.8	0.684
102.3	0.988	98.2	0.864	93.4	1.083	88.6	0.123
102.2	1.026	98..0	1.128	93.2	0.753	88.5	0.020
102.1	1.006	97.9	1.183	93.0	0.331	88.4	0.123
102.0	0.945	97.8	1.132	92.8	0.073	88.2	0.679
101.9	0.747	97.7	1.015	92.6	0.515	88.0	1.116
101.8	0.597	97.5	0.713	92.4	0.968	87.9	1.265
101.7	0.363	97.2	0.090	92.2	1.217	87.8	1.339
101.6	0.161	97.0	0.342	92.15	1.234	87.7	1.313
101.5	0.055	96.8	0.714	92.1	1.230	87.6	1.190
101.4	0.139	96.6	1.007	92.0	1.165	87.4	0.867
101.3	0.357	96.5	1.087	91.8	0.871	87.2	0.316
101.2	0.589	96.4	1.070	91.6	0.353	87.1	0.034

101.1	0.781	96.3	1.018	91.4	0.018	87.0	0.018
101.0	0.954	96.2	0.865	91.2	0.394	86.9	0.178
104.0	0.609	100.9	1.016	96.0	0.514	91.0	0.925
103.9	0.817	100.8	1.060	95.8	0.098	90.9	1.094
103.8	0.933	100.8	1.090	95.6	0.192	90.8	1.245
103.7	1.016	100.7	0.994	95.4	0.669	90.7	1.291
103.6	1.030	100.6	0.940	95.3	0.870	90.6	1.253
103.5	0.977	100.4	0.673	95.2	1.009	90.4	0.978
103.4	0.890	100.2	0.249	95.1	1.119	90.2	0.462
103.3	0.738	100.0	0.074	95.0	1.138	90.0	0.045
103.2	0.548	99.8	0.457	94.9	1.080	89.8	0.278
103.1	0.310	99.6	0.883	94.7	0.781	89.6	0.809
103.0	0.145	99.4	1.095	94.5	0.403	89.5	1.031
102.9	0.076	99.3	1.111	94.3	0.044	89.4	1.235
102.8	0.179	99.2	1.022	94.1	0.364	89.3	1.277
102.7	0.392	99.0	0.787	93.9	0.860	89.2	1.298
102.6	0.623	98.8	0.359	93.7	1.103	89.1	1.252
102.5	0.786	98.6	0.079	93.6	1.160	89.0	1.133
102.4	0.918	98.4	0.414	93.5	1.159	88.8	0.684
102.3	0.988	98.2	0.864	93.4	1.083	88.6	0.123
102.2	1.026	98.0	1.128	93.2	0.753	88.5	0.020
102.1	1.006	97.9	1.183	93.0	0.331	88.4	0.123
102.0	0.945	97.8	1.132	92.8	0.073	88.2	0.679
101.9	0.747	97.7	1.015	92.6	0.515	88.0	1.116
101.8	0.597	97.5	0.713	92.4	0.968	87.9	1.265
101.7	0.363	97.2	0.090	92.2	1.217	87.8	1.339
101.6	0.161	97.0	0.342	92.15	1.234	87.7	1.313
101.5	0.055	96.8	0.714	92.1	1.230	87.6	1.190
101.4	0.139	96.6	1.007	92.0	1.165	87.4	0.867
101.3	0.357	96.5	1.087	91.8	0.871	87.2	0.316
101.2	0.589	96.4	1.070	91.6	0.353	87.1	0.034
101.1	0.781	96.3	1.018	91.4	0.018	87.0	0.018
101.0	0.954	96.2	0.865	91.2	0.394	86.9	0.178

Iš grafiko nustatom pirmojo maksimumo (87,8 cm) ir dvyliktojo maksimumo (103,6 cm) padėtis. Apskaičiuojame bangos ilgį:

$$\frac{\lambda}{2}=\frac{103,6-87,8}{11}\ \text{cm},$$

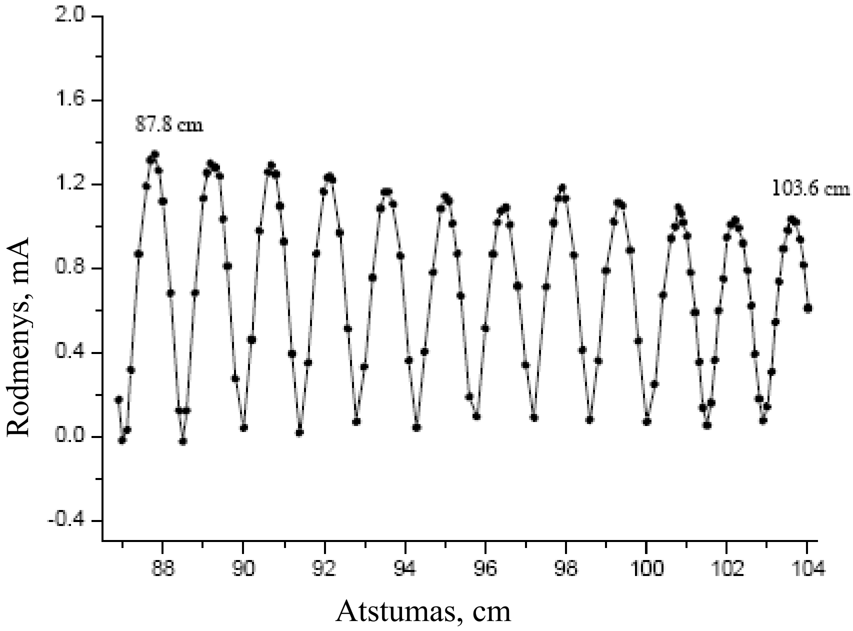
.

$\lambda = 2,87$ cm

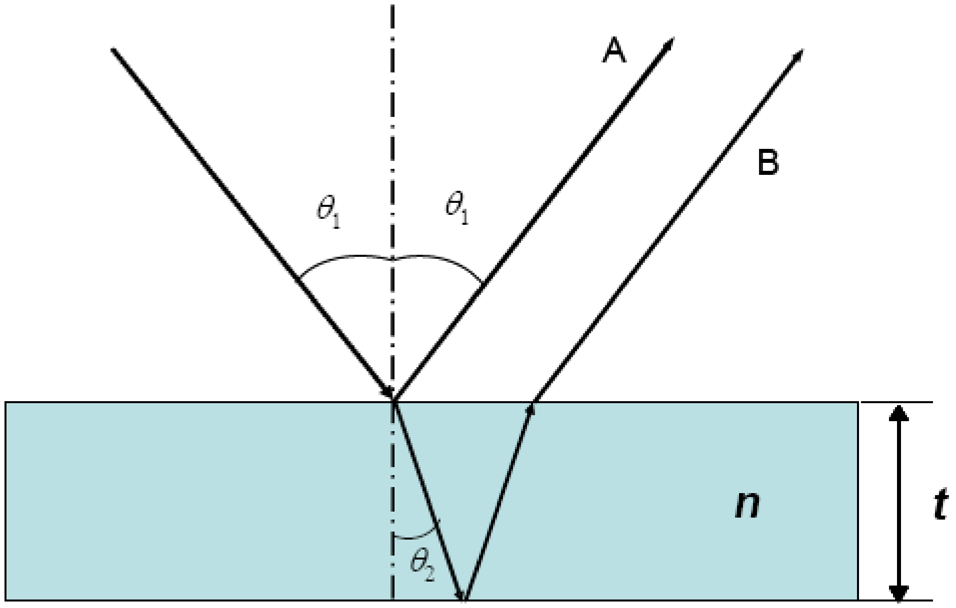
Paklaida:

$\lambda = \frac{2}{}d$, $\Delta d = 0,1$ cm,

$$\left|\Delta\lambda\right| = \left|\frac{2}{11}\Delta d\right| = 0,018\ \text{cm}.$$



2 dalis. (a) Interferencijos sąlygų panaudojimas



Kritimo kampą pažymime θ_1, o lūžimo kampą θ_2. Optinių kelių skirtumas ΔL yra

$$\Delta L = 2(nt/\cos\theta_2 - t\sin\theta_1 \mathrm{tg}\theta_2).$$

Kadangi pagal lūžio dėsnį $\sin\theta_1 = n\sin\theta_2$, gauname:

$$\Delta L = 2t\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1}.$$

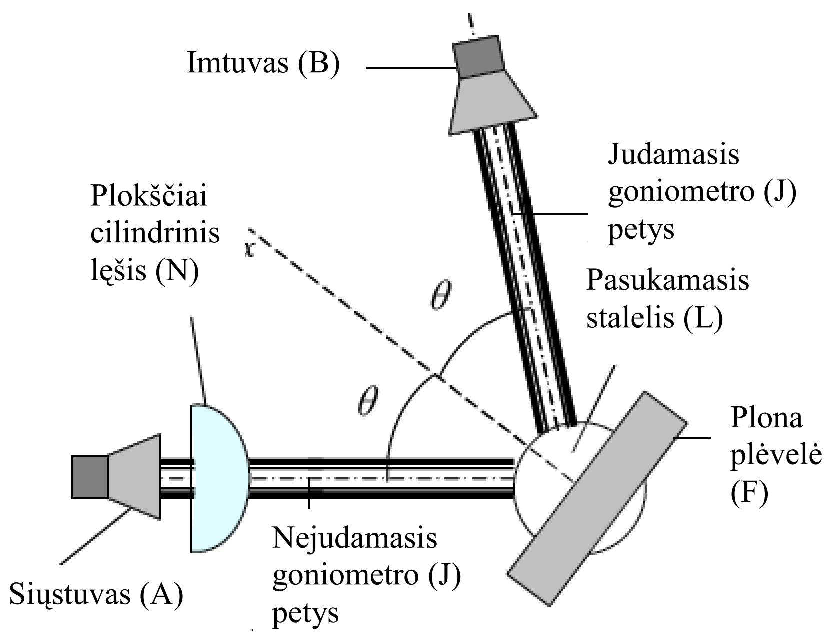
Atsižvelgę į 180° (π) fazės pokytį atsispindint nuo ribos oras–plėvelė, gauname interferencijos sąlygas:

$2t\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_{\min}} = m\lambda$ minimumui,

$2t\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_{\min}} = \left(m \pm \frac{1}{2}\right)\lambda$ maksimumui, $(m = 1, 2, 3, \ldots)$.

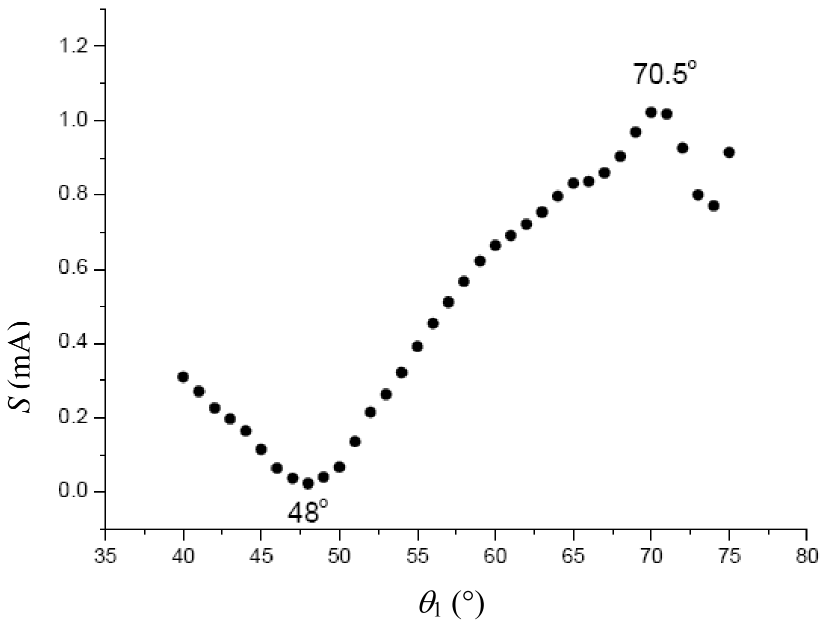
Žinodami plėvelės storį t ir bangos ilgį λ galime nustatyti lūžio rodiklį n iš atsispindėjusios bangos intensyvumo S priklausomybės nuo θ_1.

(b) Eksperimento schema



(c) Matavimų duomenys

θ_1, laipsniai	S, mA
40.0	0.309
41.0	0.270
42.0	0.226
43.0	0.196
44.0	0.164
45.0	0.114
46.0	0.063
47.0	0.036
48.0	0.022
49.0	0.039
50.0	0.066
51.0	0.135
52.0	0.215
53.0	0.262
54.0	0.321
55.0	0.391
56.0	0.454
57.0	0.511
58.0	0.566
59.0	0.622
60.0	0.664
61.0	0.691
62.0	0.722
63.0	0.754
64.0	0.796
65.0	0.831
66.0	0.836
67.0	0.860
68.0	0.904
69.0	0.970
70.0	1.022
71.0	1.018
72.0	0.926
73.0	0.800
74.0	0.770
75.0	0.915



Kampo paklaida $\Delta\theta_1 = \pm 0{,}5^\circ$, srovės stiprio paklaida $\Delta S = \pm 0{,}001\,\text{mA}$. Nubraižome S priklausomybės nuo θ_1 grafiką, iš kurio randame θ_{min}=48° ir θ_{max}=70,5°. Lūžio rodikliui apskaičiuoti naudojame išraiškas:

$$2t\sqrt{n^2 - \sin^2 48^\circ} = m\lambda,\ \ 2t\sqrt{n^2 - \sin^2 70{,}5^\circ} = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda \ .$$

Šiame eksperimente t = 5,28 cm, λ = 2,85 cm. Iš aukščiau pateiktų lygčių gauname

$$m = \frac{\sin^2 70{,}5^\circ - \sin^2 48^\circ}{(\lambda/2t)^2} + 0{,}25 = 4{,}83 \to m = 5\ .$$

Įrašę tokią m vertę į interferencinio maksimumo ar minimumo išraišką, gauname n = 1,54.

Paklaidos skaičiavimas.

$$n = \sqrt{\sin^2\theta_1 + (m\lambda/2t)^2},$$

$$\Delta n = \frac{1}{\sqrt{\sin^2\theta_1 + (m\lambda/2t)^2}}\left(\sin 2\theta_1 \cdot \Delta\theta_1 + \frac{m^2\lambda}{2t^2}\Delta\lambda - \frac{m^2\lambda^2}{2t^3}\Delta t\right) =$$

$$= \frac{1}{n}\left(\sin 2\theta_1 \cdot \Delta\theta_1 + \frac{m^2\lambda}{2t^2}\Delta\lambda - \frac{m^2\lambda^2}{2t^3}\Delta t\right).$$

Imame $\Delta\theta_1 = \pm 0{,}5^\circ = 0{,}0087\ \text{rad}$, $\Delta t = \pm 0{,}05\ \text{cm}$, $\Delta\lambda = \pm 0{,}02\ \text{cm}$ ir θ_1=48°. Gauname:

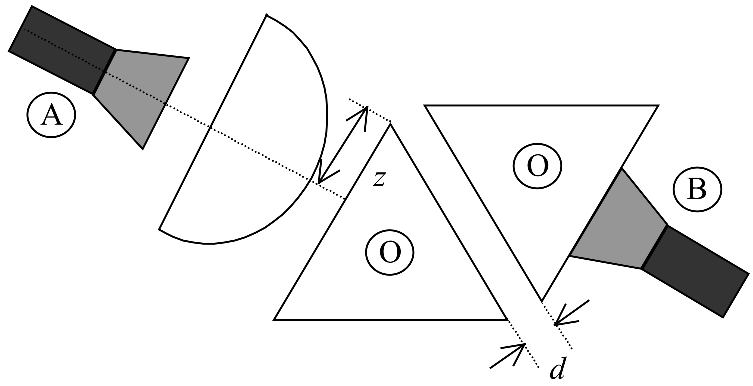
$$\Delta n = \frac{1}{1{,}54}\left(\sin 96^\circ \cdot 0{,}0087 + \frac{5^2 \cdot 2{,}85}{2\cdot 5{,}28^2}0{,}01 + \frac{5^2\cdot 2{,}85^2}{2\cdot 5{,}28^3}0{,}05\right) \approx 0{,}02.$$

Taigi, n=1,54±0,02 .

3 dalis

1 užduotis

Eksperimento schema



2 užduotis

Duomenys

X: d(cm)	ΔX (cm)	S_1 (mA)	S_2 (mA)	S_{vidurkis} (mA)	ΔS (mA)	I_t (mA)	$\Delta(I_t)$	Y: $\ln(I_t(\text{mA}))$	ΔY
0.60	0.05	0.78	0.78	0.780	0.01	0.6080	0.016	0.50	0.03
0.70	0.05	0.68	0.69	0.685	0.01	0.4690	0.014	0.76	0.03
0.80	0.05	0.58	0.59	0.585	0.01	0.3420	0.012	1.07	0.03
0.90	0.05	0.50	0.51	0.505	0.01	0.2550	0.010	1.37	0.04
1.00	0.05	0.42	0.42	0.420	0.01	0.1760	0.008	1.74	0.05
1.10	0.05	0.36	0.35	0.355	0.01	0.1260	0.007	2.07	0.06
1.20	0.05	0.31	0.31	0.310	0.01	0.0961	0.006	2.34	0.06
1.30	0.05	0.26	0.25	0.255	0.01	0.0650	0.005	2.73	0.08
1.40	0.05	0.21	0.22	0.215	0.01	0.0462	0.004	3.07	0.09

ΔS = 0.01 mA

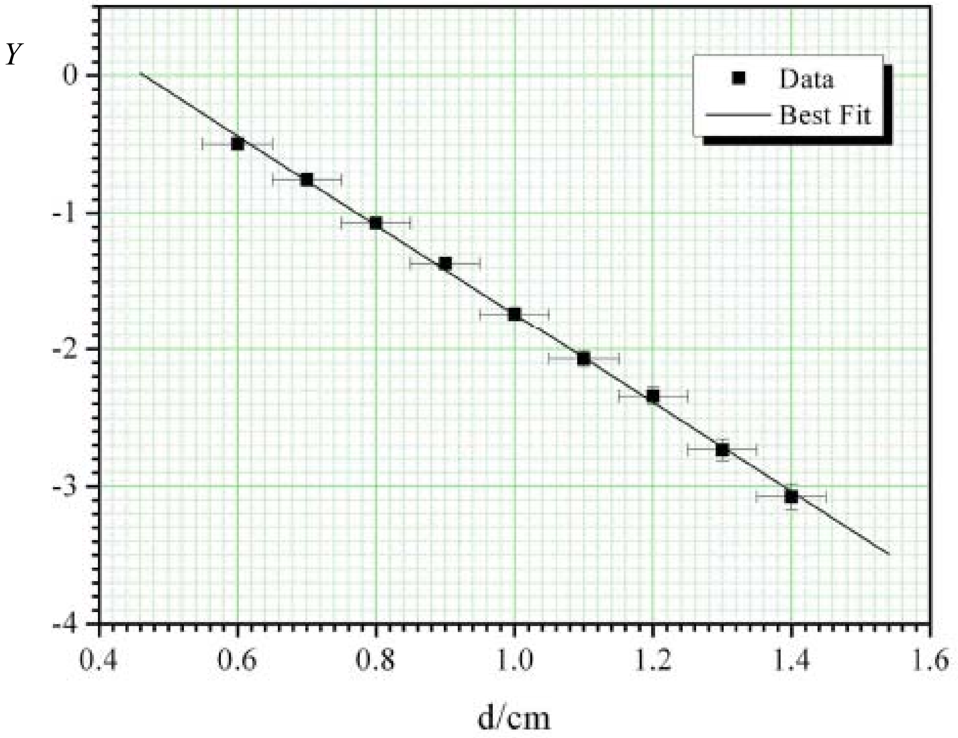
S^2 proporcingas intensyvumui I_t

$\Delta(S^2) = \Delta I_t = 2\ S'\ \Delta S$

$\Delta Y = \Delta(\ln I_t) = \Delta(I_t)/I_t$

3 uždduotis.

Nubraižome grafiką, ašyse atidėdami atstumą (X) ir $\ln I_t$ (Y)



Mažiausių kvadratų metodas

X = *d*(cm)	ΔX(cm)	Y = ln(I_t)	ΔY	ΔY^2	XY	X^2	Y^2
0.60	0.05	-0.50	0.03	0.001	-0.298	0.360	0.247
0.70	0.05	-0.76	0.03	0.001	-0.530	0.490	0.573
0.80	0.05	-1.07	0.03	0.001	-0.858	0.640	1.150
0.90	0.05	-1.37	0.04	0.002	-1.230	0.810	1.867
1.00	0.05	-1.74	0.05	0.002	-1.735	1.000	3.010
1.10	0.05	-2.07	0.06	0.003	-2.278	1.210	4.290
1.20	0.05	-2.34	0.06	0.004	-2.811	1.440	5.487
1.30	0.05	-2.73	0.08	0.006	-3.553	1.690	7.469
1.40	0.05	-3.07	0.09	0.009	-4.304	1.960	9.451
ΣX =		ΣY =	ΣΔY =	Σ(ΔY)^2 =	ΣXY =	ΣX^2 =	ΣY^2 =
9.00		-15.648	0.469	0.029	-17.596	9.600	33.544

X=*d*(cm)	ΔX(cm)	Y=ln(*I*t)	ΔY	ΔY^2	XY	X^2	Y^2
0.60	0.05	0.50	0.03	0.001	0.298	0.360	0.247
0.70	0.05	0.76	0.03	0.001	0.530	0.490	0.573
0.80	0.05	1.07	0.03	0.001	0.858	0.640	1.150
0.90	0.05	1.37	0.04	0.002	1.230	0.810	1.867
1.00	0.05	1.74	0.05	0.002	1.735	1.000	3.010
1.10	0.05	2.07	0.06	0.003	2.278	1.210	4.290
1.20	0.05	2.34	0.06	0.004	2.811	1.440	5.487
1.30	0.05	2.73	0.08	0.006	3.553	1.690	7.469
1.40	0.05	3.07	0.09	0.009	4.304	1.960	9.451
ΣX=		ΣY=	ΣΔY=	Σ(ΔY)^2=	ΣXY=	ΣX^2=	ΣY^2=
9.00		15.648	0.469	0.029	17.596	9.600	33.544

Iš $I_t = I_0 \exp(-2\gamma d)$, imdami natūralųjį logaritmą gauname:
$\ln(I_t) = -2\gamma d + \ln(I_0)$.
Tai tiesės lygtis $y = mx + c$. Krypties koeficientui apskaičiuoti panaudota išraiška

$$m = \frac{N\Sigma(XY) - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2} = -3{,}247 \ ,$$

čia N –matavimų skaičius. Krypties koeficiento paklaidai apskaičiuoti imama

$$\sigma_Y = \sqrt{\frac{\Sigma(\Delta Y)^2}{N-2}} = 0{,}064\,,$$

tada

$$\sigma_m = \sigma_Y \sqrt{\frac{N}{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}} = 0{,}082\,.$$

Gauname:

$$2\gamma = 3{,}247 \pm 0{,}082 \approx 3{,}25 \pm 0{,}08\,.$$

Naudodami formulę

$$n_1 = \frac{\sqrt{k_2^2 + \gamma^2}}{k_2 \sin\theta_1}$$

ir vertes θ_1=60°, k_2=2π/λ≈2,20, gauname:

$$n_1 = 1{,}434 \approx 1{,}43\,.$$

Skaičiuojant paklaidas gauname:

$$\Delta k_2 = \frac{2\pi}{\lambda^2}\Delta\lambda = 0{,}015$$

$$\Delta n_1 = \frac{d}{dk_2}\left[\frac{\left(k_2^2+\gamma^2\right)^{1/2}}{k_2\sin\theta_1}\right]\Delta k_2 + \frac{d}{d\gamma}\left[\frac{\left(k_2^2+\gamma^2\right)^{1/2}}{k_2\sin\theta_1}\right]\Delta\gamma =$$

$$= \left[\frac{\left(k_2^2+\gamma^2\right)^{-1/2}}{\sin\theta_1} - \frac{\left(k_2^2+\gamma^2\right)^{1/2}}{k_2^2\sin\theta_1}\right]\Delta k_2 + \left[\frac{\gamma\left(k_2^2+\gamma^2\right)^{-1/2}}{k_2\sin\theta_1}\right]\Delta\gamma = 0{,}016 \approx 0{,}02\,.$$

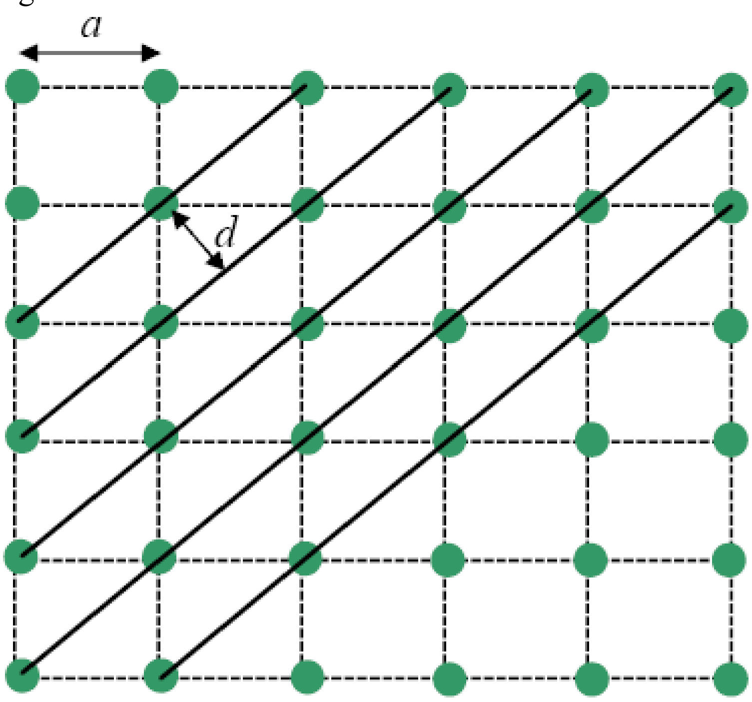
Galutinai gauname:

$$n_1 = 1{,}434 \pm 0{,}016 \approx 1{,}43 \approx 0{,}02$$

4 dalis

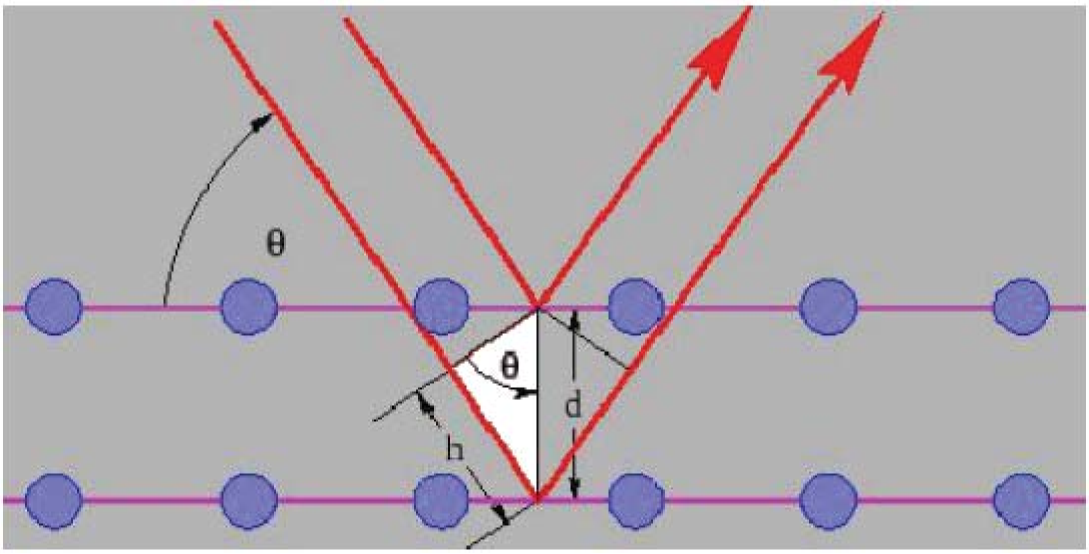
1 užduotis

Paprastos kvadratinės gardelės vaizdas iš viršaus.



4.1 pav. Paprastos kvadratinės gardelės schematinė diagrama. Gardelės konstanta *a*, įstrižų plokštumų tarpplokštuminis atstumas *d*

Bragg'o dėsnio išvedimas



4.2 pav. Schematinė diagrama Bragg‘o dėsniui išvesti

Difrakcinių maksimumų sąlygos:

1. Kritimo kampas lygus sklaidos kampui.
2. Kelių ilgių skirtumas lygus sveikam bangos ilgių skaičiui.

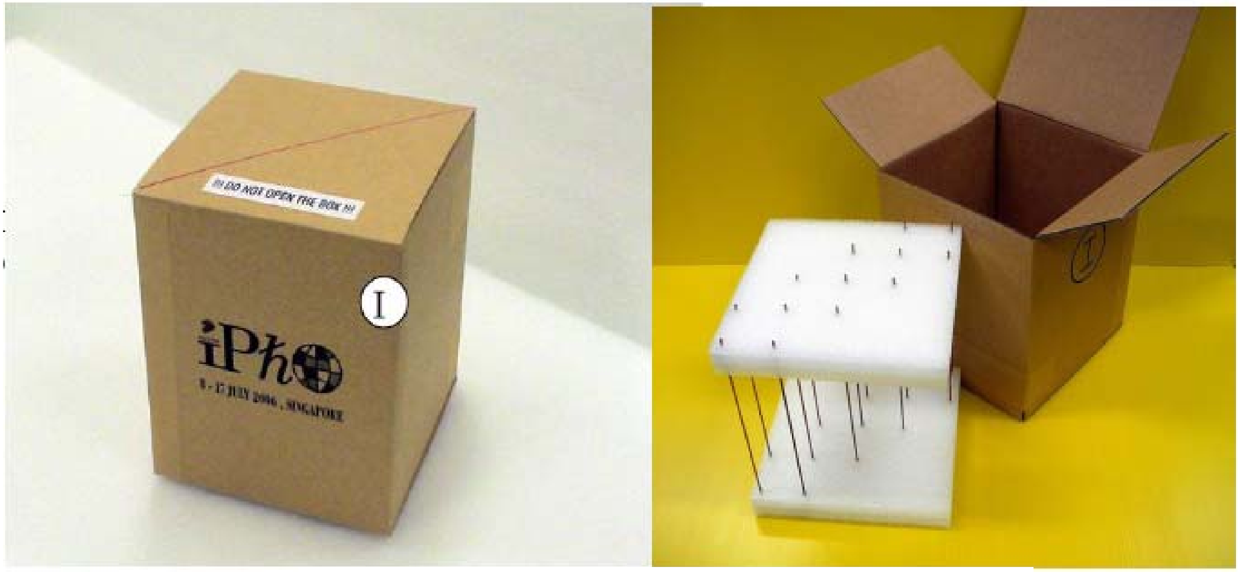
$$h = d\sin\theta \qquad (1).$$

Kelių ilgių skirtumas yra

$$2h = 2d\sin\theta \qquad (2).$$

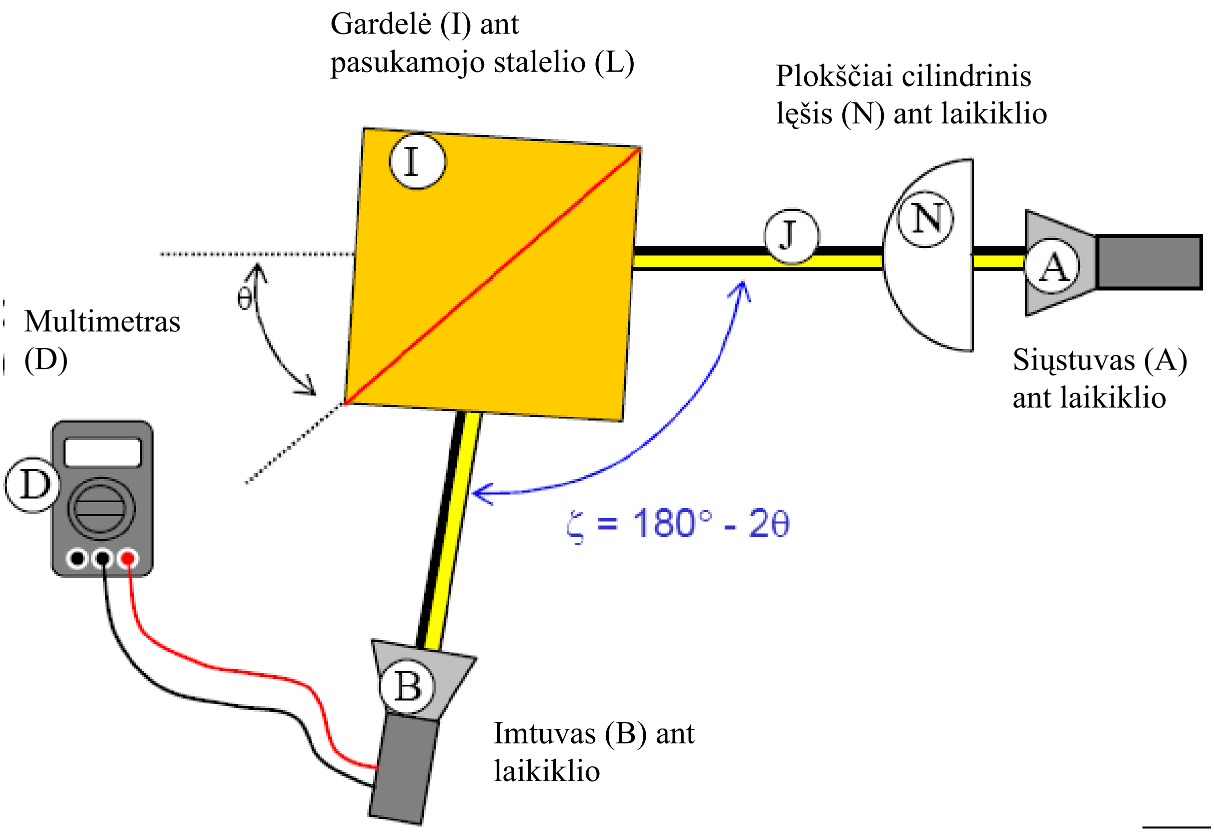
Difrakcijos maksimumui gauti kelių ilgių skirtumas turi būti

$$2\,d \sin\theta = m\lambda,\ m = 1, 2, 3\ldots \qquad (3).$$



4.4 pav. Eksperimente naudojama gardelė

2 užduotis (a)

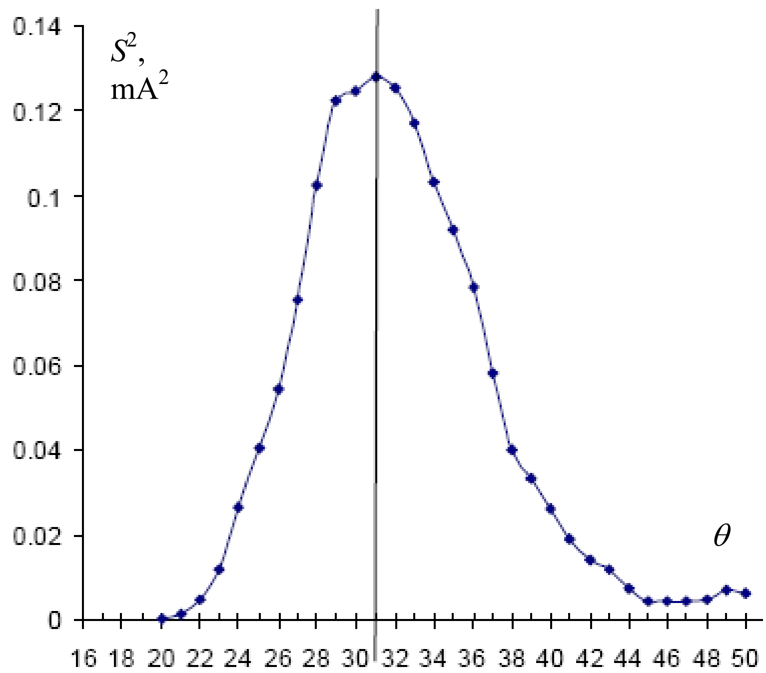


4,5 pav. Eksperimento schema

2(b) ir 2(c) užduotys

Duomenys

θ/°	ζ/°	S(mA)	$I=S^2$ (mA)^2
20.0	140.0	0.023	0.000529
21.0	138.0	0.038	0.001444
22.0	136.0	0.070	0.0049
23.0	134.0	0.109	0.011881
24.0	132.0	0.163	0.026569
25.0	130.0	0.201	0.040401
26.0	128.0	0.233	0.054289
27.0	126.0	0.275	0.075625
28.0	124.0	0.320	0.1024
29.0	122.0	0.350	0.1225
30.0	120.0	0.353	0.124609
31.0	118.0	0.358	0.128164
32.0	116.0	0.354	0.125316
33.0	114.0	0.342	0.116964
34.0	112.0	0.321	0.103041
35.0	110.0	0.303	0.091809
36.0	108.0	0.280	0.0784
37.0	106.0	0.241	0.058081
38.0	104.0	0.200	0.04
39.0	102.0	0.183	0.033489
40.0	100.0	0.162	0.026244
41.0	98.0	0.139	0.019321
42.0	96.0	0.120	0.0144
43.0	94.0	0.109	0.011881
44.0	92.0	0.086	0.007396
45.0	90.0	0.066	0.004356
46.0	88.0	0.067	0.004489
47.0	86.0	0.066	0.004356
48.0	84.0	0.070	0.0049
49.0	82.0	0.084	0.007056
50.0	80.0	0.080	0.0064



2 užduotis (d)

Iš (3) imdami $m = 1$ gauname

$$2d\sin\theta_{\max} = \lambda \qquad (4)$$

Iš 4.3 pav.

$$a = \sqrt{2}d \qquad (5)$$

Iš (4) ir (5) gauname:

$$a = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}}$$

Iš paveikslo simetriškumo maksimumą atitinka $\theta_{max} = 31°$ (Teorinė vertė $\theta_{max} = 32°$)

$$a = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}} = \frac{2{,}85\ \text{cm}}{\sqrt{2}\sin 31^\circ} = 3{,}913\ \text{cm},$$

(Tikra vertė a = 3,80 cm)

Paklaidų skaičiavimas.
Žinomos paklaidos:
$\Delta\lambda$ = 0.02 cm;
$\Delta\theta$ = 0.5° = 0.014 rad.
Iš išraiškos

$$a = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}}$$

gauname:

$$\Delta a = \frac{\Delta\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}} - \frac{\lambda}{\sqrt{2}(\sin\theta_{\max})^2}\cos\theta_{\max}\Delta\theta = a\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - \mathrm{ctg}\,\theta_{\max}\Delta\theta\right) =$$

$$= 3{,}80\left(\frac{0{,}02}{2{,}85} - \mathrm{ctg}32^\circ \times (-0{,}014)\right)\mathrm{cm} = 0{,}112\,\mathrm{cm} \approx 0{,}1\,\mathrm{cm}\,.$$

Taigi,
a = (3,913 ± 0,112) cm≈(3,9 ± 0,1) cm.

Ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2009 03 31.