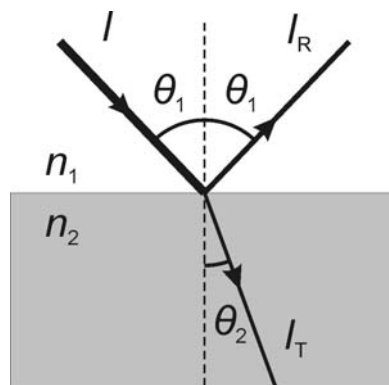


1-ASIS FIZIKOS TURNYRAS.
Užduotis Nr. 1-7 / 2008 02 11 – 02 29
AIŠKINAMASIS SPRENDIMAS

Čia kaip aiškinamasis sprendimas yra pateikiamas labai gerai atliktas ir įvertintas turnyro dalyvio T013 atsiųstas užduoties sprendimas.

Surašysime pagrindinius dėsningumus kurių prireiks šiam uždaviniui išspręsti.



1 pav. Šviesos lūžio einant iš optiškai retesnės į optiškai tankesnę terpę schema. Čia n_1 ir n_2 - pirmos ir antros aplinkos lūžio rodikliai, θ_1 ir θ_2 – kritimo ir lūžio kampai, I , I_T ir I_R – pradinės, atspindėtos ir praėjusios šviesos intensyvumai.

Snelio dėsnis lūžtančiai šviesai (žr. 1 pav.):

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 . \quad (1)$$

Frenelio formulė nepoliarizuotai šviesai (žr. 1 pav.):

$$R = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2 (\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2 (\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\tan^2 (\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2 (\theta_1 + \theta_2)} \right] , \quad (2)$$

čia $R = \frac{I_R}{I}$ - atspindžio koeficientas. Taip pat galioja:

$$R + T = 1 , \quad (3)$$

čia $T = \frac{I_T}{I}$ - pralaidumo koeficientas.

Iškilojo daugiakampio kampų suma:

$$\varphi = \pi (N - 2) , \quad (4)$$

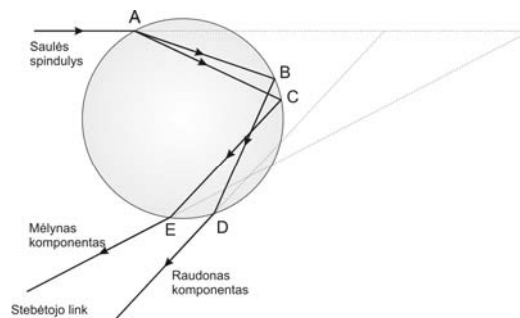
čia N – iškilojo daugiakampio kampų skaičius.

Lūžio rodikliai skirtingos spalvos šviesai: $n_{\text{raudona}} = 1.33$, $n_{\text{žalia}} = 1.333$, $n_{\text{mėlyna}} = 1.343$.

1. Nuo ko priklauso stebimas vaivorykščių skaičius:

Vaivorykštės yra stebimos kai saulės spinduliai šviečia žmogui iš nugaros mažu kampu ir oras yra pilnas vandens lašelių, nuo kurių atsispindi saulės spinduliai.

Kodėl matoma vaivorykštė. Panagrinėkime 1 balto saulės spinduliuko sklidimą per rutulio formos vandens lašelį (žr. 2 pav.).

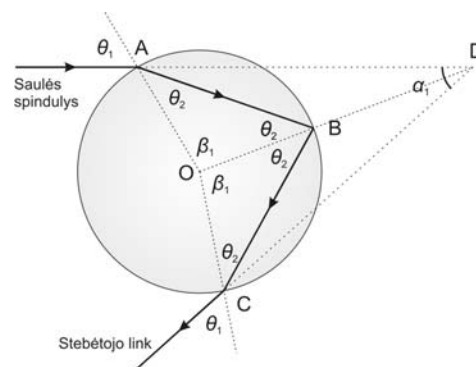


2 pav. Vaivorykštės susidarymo principai.

Spinduliukas taške A lūžta, dalis jo atsispindi dalis pereina į vandenį. Kadangi baltas spinduliukas yra sudarytas iš visų spalvų komponentų, o skirtingiems komponentams yra skirtingi lūžio rodikliai, todėl raudoni komponentai lūžta mažiau nei mėlyni esant tam pačiam kritimo kampui. Todėl skirtingų spalvų komponentai atsiskiria erdvėje. Toliau atsiskybę spinduliukai pasiekia kitą lašo sienelę taškuose B ir C. Dalis spindulių patenka į orą, o likusi dalis atsispindi ir pasiekia taškus D ir E. Čia vėl dalis spindulių atsispindi, o dalis patenka į orą. Jei saulės pluoštelis pakankamai siauras tada erdvėje atsiskiria spektras ir matosi vaivorykštės spalvos. Tačiau saulės šviesa apšviečia visą lašelį visada 1 spindulio erdvėje atsiskyrusiam raudonam komponentui atsiras toks 2 ir 3 spindulys kurių žalias ir mėlynas komponentai persiklos su 1 raudonu komponentu ir rezultate vėl matysime baltą šviesą. Taip neatsitiks tik daugiausiai arba mažiausiai iš visų atsilenkusiam pluošteliu. Kaip tik jis ir sukurs vaivorykštę neryškia vaivorykštę kraštuose. Panašiai atsitinka ir chromatinę aberaciją turintiems fotoaparatais ar žiūronams. Vaivorykštės spalvomis nusidažo ne visas stebimas objektas, o tik jo kraštai.

Tačiau žmonės danguje mato labai ryškias vaivorykštes. Panagrinėsime kas nulemia toki pakankamai ryškų spalvų spektro išsiskyrimą erdvėje.

Pirma vaivorykštė:



3 pav. Pirmos vaivorykštės susidarymo schema.

Iš trikampio AOD galime užrašyti (žr. 3 pav.):

$$\frac{\alpha_1}{2} + \beta_1 + \theta_1 = \pi, \quad (5)$$

Iš trikampio AOB galime užrašyti (žr. 3 pav.):

$$2\theta_2 + \beta_1 = \pi, \quad (6)$$

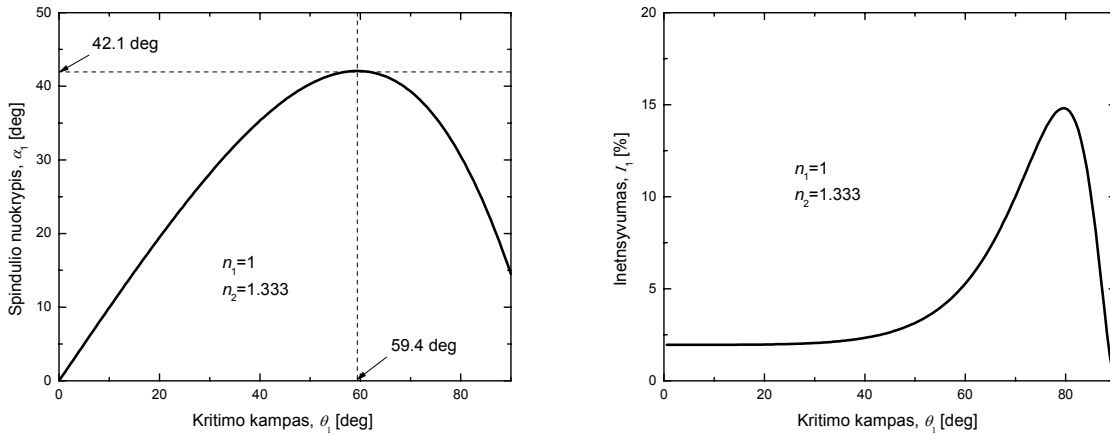
Iš (5) ir (6) išraiškų galime išreikšti saulės spindulio nuokrypio kampą kaip funkciją nuo kritimo į lašo paviršiaus kampo $\alpha_1 = \alpha_1(\theta_1)$:

$$\alpha_1 = 4\theta_2 - 2\theta_1. \quad (7)$$

Irašę (1) ir (7):

$$\alpha_1(\theta_1) = 4 \arcsin\left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right) - 2\theta_1, \quad (8)$$

Gavome spindulio atsilenkimo kampo priklausomybę nuo kritimo kampo (žr. 4 pav.).



4 pav. Kairėje: pirmos vaivorykštės spindulio nuokrypio priklausomybė nuo kritimo kampo paskaičiuota pagal (8) išraišką. Dešinėje: spindulio intensyvumo priklausomybė nuo kritimo kampo paskaičiuota pagal (14).

Kaip matome spindulio atsilenkimas turi viename taške $\theta_1 = 59.4^\circ$ turi ekstremumą $\Delta\alpha_1/\Delta\theta_1 \approx 0$. Tai reiškia, kad labai daug spindulių krintančių apytiksliai $\theta_1 \approx 59.4^\circ$ kampu atsilenkia labai panašiu kampu. Logiška manyti, kad tuo kampu $\Delta\alpha_1 \approx 42.1^\circ$ ir bus intensyviausia šviesa, nes daugiausia spindulių atsilenkia būtent tuo kampu. Tačiau tai gali būti ir visiškai klaidinga, kadangi čia neįskaitėme atspindžių. Ir jei pažiūrėtume į praėjusios šviesos intensyvumo priklausomybę nuo kritimo kampo įsitikintume jog maksimumas yra visai kitoje vietoje nei $\theta_1 = 59.4^\circ$.

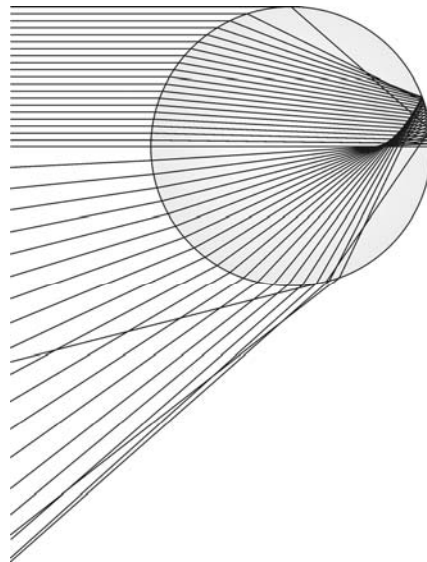
Ieškosime kada α_1 kampas tampa turi ekstremumą panaudodami išvestines. Išdiferencijuojame (8) išraišką θ_1 atžvilgiu ir prilyginame nuliui:

$$\frac{d\alpha_1}{d\theta_1} = \frac{4n_1 \cos \theta_1}{n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right)^2}} - 2 = 0, \quad (9)$$

Išsprendus gauname kritimo kampo reikšmę bei maksimalų atsilenkimo kampą:

$$\alpha_1 = 42^\circ. \quad (10)$$

Išsiaiškinti kuriuo atsilenkimo kampu yra intensyvumo maksimumas teks pasinaudoti pluoštelį sudalinti į daug spinduliukų (žr. 5 pav.) ir visus juos praleidus pro lašelį susumuoti įskaitant atspindžius.



5 pav. Pirmos vaivorykštės pluoštelio padalinimas į daug spindulių.

Čia matomas spindulių sutankėjimas ties maksimaliai atsilenkiančiais spinduliais. Tačiau tai dar neįrodo, kad maksimaliai atsilenkiantys spinduliai sumoje bus intensyviausi nes dar nebuvo įskaičiuoti Frenelio atspindžiai.

Panaudojant Frenelio formules paskaičiuosime koks šviesos intensyvumas išskaidyto spindulio:

$$I_{AB} = T_{12} I, \quad (11)$$

$$I_{BC} = R_{21} I_{AB}, \quad (12)$$

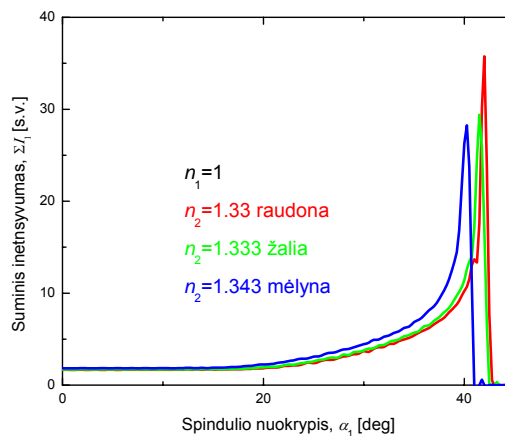
$$I_1 = T_{21} I_{BC}, \quad (13)$$

Iš (11), (12) ir (13):

$$I_1 = T_{12} R_{21} T_{21} I. \quad (14)$$

Logiška susumuoti tikrame kampų intervale nuo α_1 iki $\alpha_1 + \Delta\alpha$ atsilenkiančių spindulių intensyvumus įskaitant Frenelio atspindį ir atidėti grafiškai.

$$\sum_{\alpha_1}^{\alpha_1 + \Delta\alpha} I_1 = \sum_{\alpha_1}^{\alpha_1 + \Delta\alpha} T_{12} R_{21} T_{21} I. \quad (15)$$

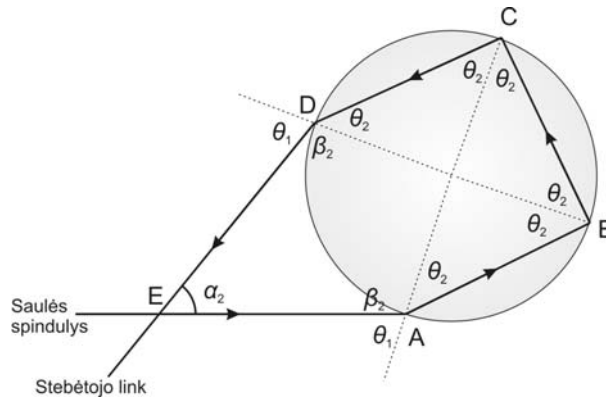


6 pav. Pirmos vaivorykštės suminio spindulių intensyvumo priklausomybė nuo spindulio nuokrypio kampo paskaičiuota pagal (15) išraišką. Skaičiavimuose pluoštas sudalintas į 10000 lygių dalių, atsilenkimo kampo intervalas $\Delta\alpha=0.5^\circ$.

Kaip matome yra ryškūs skirtingų spalvų pikeliai ir jie atsilenkia skirtingais kampais. Todėl ir yra matoma vaivorykštė.

Visoms kitoms vaivorykštėms atliksime analogiškas matematinės operacijas.

Antra vaivorykštė:



7 pav. Antros vaivorykštės susidarymo schema.

Žinodami jog penkiakampio kampų suma yra lygi 3π galime užrašyti lygtį ABCDE penkiakampiui (žr. 7 pav.):

$$\alpha_2 + 2\beta_2 + 6\theta_2 = 3\pi, \quad (16)$$

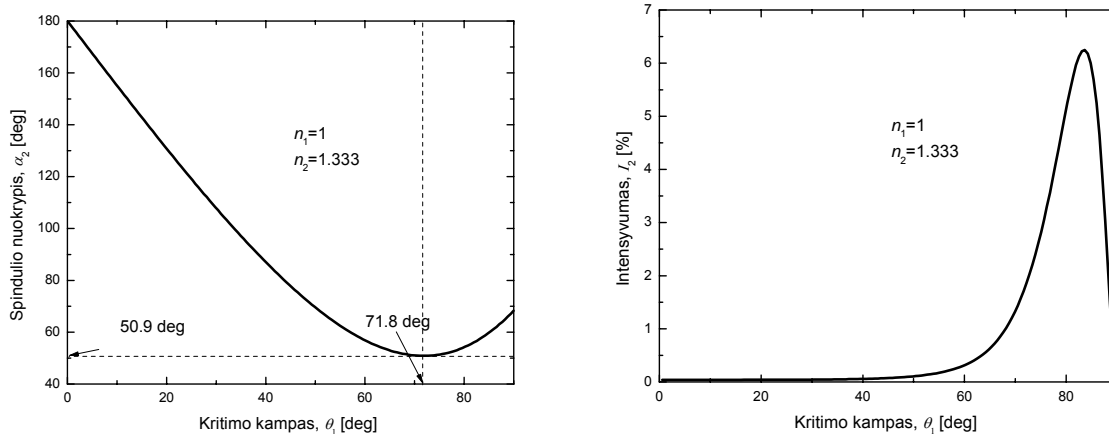
čia taškui A ir D galioja (žr. 7 pav.):

$$\beta_2 = \pi - \theta_1, \quad (17)$$

iš (16) ir (17) gauname:

$$\alpha_2 = \pi + 2\theta_1 - 6\theta_2, \quad (18)$$

Gavome spindulio atsilenkimo kampo priklausomybę nuo kritimo kampo.



8 pav. Kairėje: antros vaivorykštės spindulio nuokrypio priklausomybė nuo kritimo kampo paskaičiuota pagal (19) išraišką. Dešinėje: spindulio intensyvumo priklausomybė nuo kritimo kampo paskaičiuota pagal (22).

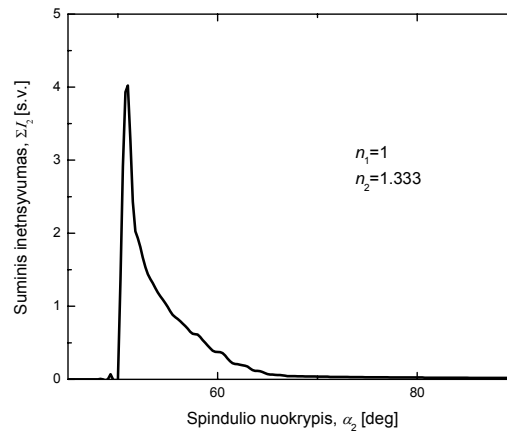
$$\alpha_2(\theta_1) = \pi + 2\theta_1 - 6 \arcsin\left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right), \quad (19)$$

$$\frac{d\alpha_2}{d\theta_1} = 2 - \frac{6n_1 \cos \theta_1}{n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right)^2}} = 0, \quad (20)$$

$$\alpha_2 = 51^\circ \quad (21)$$

Analogiškai (14):

$$I_2 = T_{12} R_{21}^2 T_{21} I \quad (22)$$



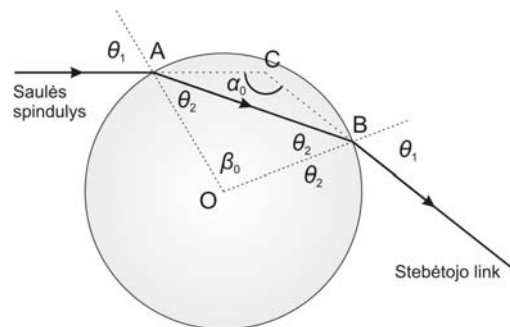
9 pav. Antros vaivorykštės suminio spindulių intensyvumo priklausomybė nuo spindulio nuokrypio kampo. Skaičiavimuose pluoštas sudalintas į 10000 lygių dalių, atsilenkimo kampo intervalas $\Delta\alpha=0.5^\circ$.

Taip pat matyti ryškus pikelis suminiame intensyvume maksimaliu atsilenkimo kampu, tačiau apie 10 kartų mažesnio intensyvumo. Todėl antra vaivorykštė matoma gerokai silpniau.

Dabar aptarsime pagrindinės priežastis, kodėl nesimato pačios ryškiausios nulinės vaivorykštės. Taip pat aptarsime priežastis, kodėl nesimato trečios ir ketvirtos vaivorykščių.

Nulinė vaivorykštė:

Nulinė vaivorykštė susidaro saulės spinduliams lūžtant vandens lašelyje kaip pavaizduota 10 pav..



10 pav. Nulinės vaivorykštės susidarymo schema.

Saulės spindulys į lašelį patenka taške A, ten jis lūžta ir pasiekęs lašo kraštą taške B dar kartą lūžta ir palieka lašą. Skirtingo bangos ilgiai lūžta skirtingais kampais, taip erdvėje išsiskiria spektras ir kaip rezultatą turėtume matyti labai ryškią vaivorykštę, kadangi visi nuostoliai kuriuos patiria saulės spindulys yra tik du atspindžiai taškuose A ir B. Tačiau kodėl ši vaivorykštė nėra stebima. Pagrindinė priežastis yra ta, kad ji susidaro tiesioginių saulės spindulių kryptimi. Todėl stebėtojui akinantys saulės spinduliai trukdo matyti nulinę vaivorykštę ir ji išsiterpa saulės fone. Tačiau panagrinėjime ar apskritai *nulinė* vaivorykštė yra ryški ir ar matytume ją jei nebūtų saulės fono.

Iš keturkampio ACBO galime užrašyti (žr. 10 pav.):

$$\alpha_0 + \beta_0 + 2\theta_1 = 2\pi \quad (23)$$

Iš trikampio AOB galime užrašyti (žr. 10 pav.):

$$2\theta_2 + \beta_0 = \pi, \quad (24)$$

Iš(23) ir (24) išraiškų galime išreikšti saulės spindulio nuokrypio kampą kaip funkciją nuo kritimo į lašo paviršiaus kampo $\alpha_0 = \alpha_0(\theta_1)$:

$$\alpha_0 = \pi + 2\theta_2 - 2\theta_1. \quad (25)$$

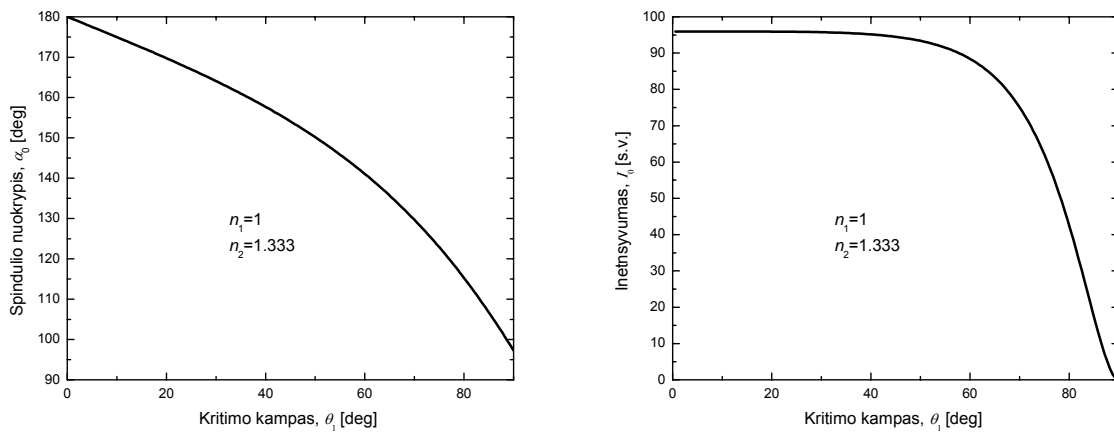
Įrašę (1) į (25):

$$\alpha_0(\theta_1) = \pi + 2 \arcsin\left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right) - 2\theta_1. \quad (26)$$

Gavome spindulio atsilenkimo kampo priklausomybę nuo kritimo kampo ir atidėsime ją grafiškai (žr. 11 pav.). Kaip matome spindulio nuokrypis neturi ekstremumo. Tai reiškia jog nėra tokios krypties kuria perėję lašelį atsilenktų daugiausia spindulių.

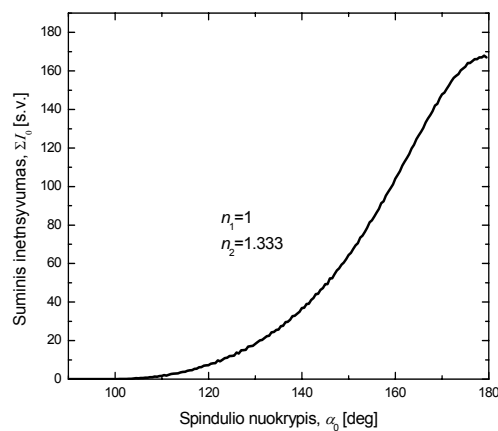
$$I_0 = T_{12} R_{21}^0 T_{21} I = T_{12} T_{21} I. \quad (27)$$

Taip pat grafiškai atidėsime spindulio intensyvumą kaip funkciją nuo kritimo į laša kampo (žr. 11 pav.). Čia matyti jog nėra ryškaus piko.



11 pav. Kairėje: *nulinės* vaivorykštės spindulio nuokrypio priklausomybė nuo kritimo kampo paskaičiuota pagal (26) išraišką. Dešinėje: spindulio intensyvumo priklausomybė nuo kritimo kampo paskaičiuota pagal (27).

Kad visiškai įsitinkintume ar susidaro ryški *nulinė* vaivorykštė atidėsime suminį intensyvumą kaip funkciją nuo atsilenkimo kampo (žr. 12 pav.).

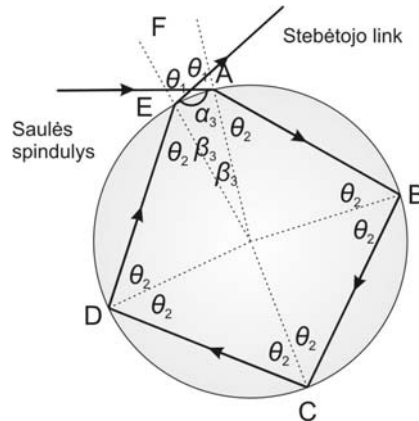


12 pav. *Nulinės* vaivorykštės suminio spindulių intensyvumo priklausomybė nuo spindulio nuokrypio kampo. Skaičiavimuose pluoštas sudalintas į 10000 lygių dalių, atsilenkimo kampo intervalas $\Delta\alpha=0.5^\circ$.

Čia taipogi matyti jog nėra aštraus piko suminiame intensyvume, todėl erdvėje išsiskyręs spektras vėl persiklos stebėtojo akyje ir stebėtojas matys tik užlinkusią baltą šviesą. Šiokia tokia vaivorykštė gal būt šiek tiek matysis $\alpha_0 = 180^\circ$ kampu, tačiau tuo kampu eina tiesioginiai saulės spinduliai.

Trečia vaivorykštė:

Dabar panagrinėsime kodėl nesimato trečios vaivorykštės. Ji susidaro spinduliui lašo viduje atsispindėjus tris kartus kaip pavaizduota 13 pav..



13 pav. Trečios vaivorykštės susidarymo schema.

Žinodami jog penkiakampio kampų suma yra lygi 4π galime užrašyti lygtį ABCDEF šešiakampiui (žr. 13 pav.):

$$\alpha_3 + 2\beta_3 + 8\theta_2 = 4\pi, \quad (28)$$

čia taškams A ir E galioja (žr. 13 pav.):

$$\beta_3 = \pi - \theta_1, \quad (29)$$

iš (28) ir (29):

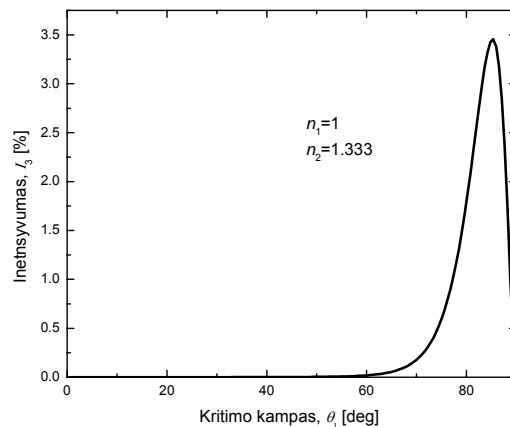
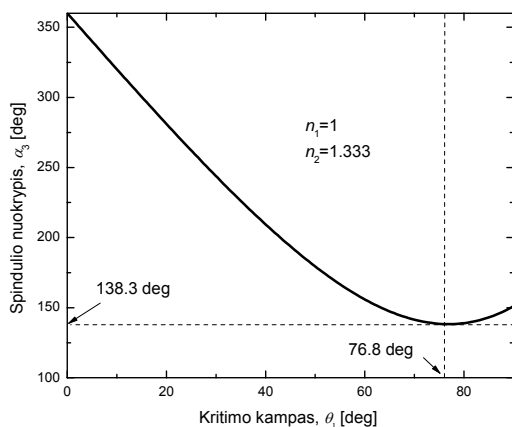
$$\alpha_3 = 2\pi + 2\theta_1 - 8\theta_3, \quad (30)$$

$$\alpha_3(\theta_1) = 2\pi + 2\theta_1 - 8 \arcsin\left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right). \quad (31)$$

Gavome atsilenkimo kampo priklausomybę nuo kritimo kampo, atidėsime ją grafiškai (žr. 14 pav.).

$$I_3 = T_{12} R_{21}^3 T_{21} I. \quad (32)$$

Taip pat grafiškai atidėsime išėjusio spindulio intensyvumo priklausomybę nuo kritimo kampo (žr. 14 pav.).

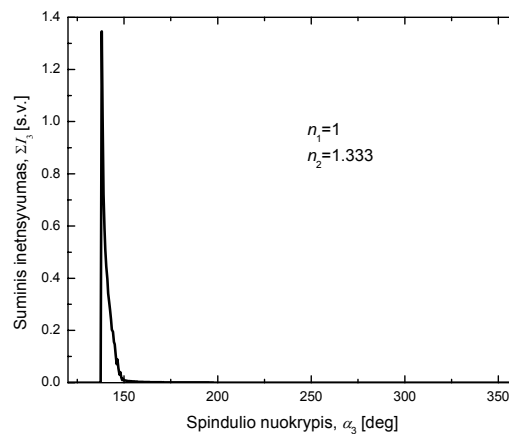


14 pav. Kairėje: *trečios* vaivorykštės spindulio nuokrypio priklausomybė nuo kritimo kampo paskaičiuota pagal (31) išraišką. Dešinėje: spindulio intensyvumo priklausomybė nuo kritimo kampo paskaičiuota pagal (27).

Matyti jog nuokrypio kampas turi ekstremumą ir išėjęs spindulys yra intensyviausias panašiai ekstremumo vietoje.

$$\frac{d\alpha_3}{d\theta_1} = 2 - \frac{8n_1 \cos \theta_1}{n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right)^2}} = 0, \quad (33)$$

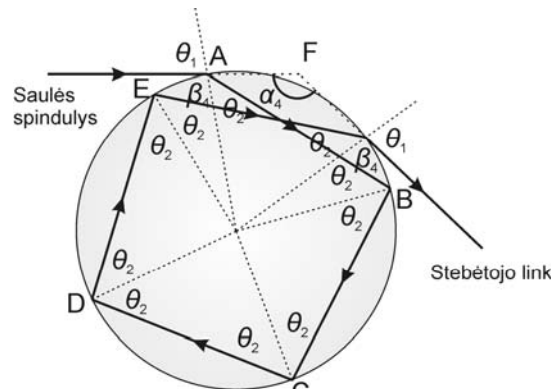
$$\alpha_3 = 138.3^\circ. \quad (34)$$



15 pav. *Trečios* vaivorykštės suminio spindulių intensyvumo priklausomybė nuo spindulio nuokrypio kampo. Skaiciavimuose pluoštas sudalintas į 10000 lygių dalių, atsilenkimo kampo intervalas $\Delta\alpha=0.5^\circ$.

Trečia vaivorykštė yra apie 25 kartus silpnesnė už *pirmąją* vaivorykštę. Kadangi ji susidaro tiesioginių saulės spindulių kritimo kryptimi tai ją pamatyti yra labai mažai vilties.

Ketvirta vaivorykštė:



16 pav. *Ketvirtos* vaivorykštės susidarymo schema.

Žinodami jog šešiakampio kampų suma yra lygi 5π galime užrašyti lygtį ABCDEF šešiakampiui :

$$\alpha_4 + 2\beta_4 + 10\theta_2 = 5\pi, \quad (35)$$

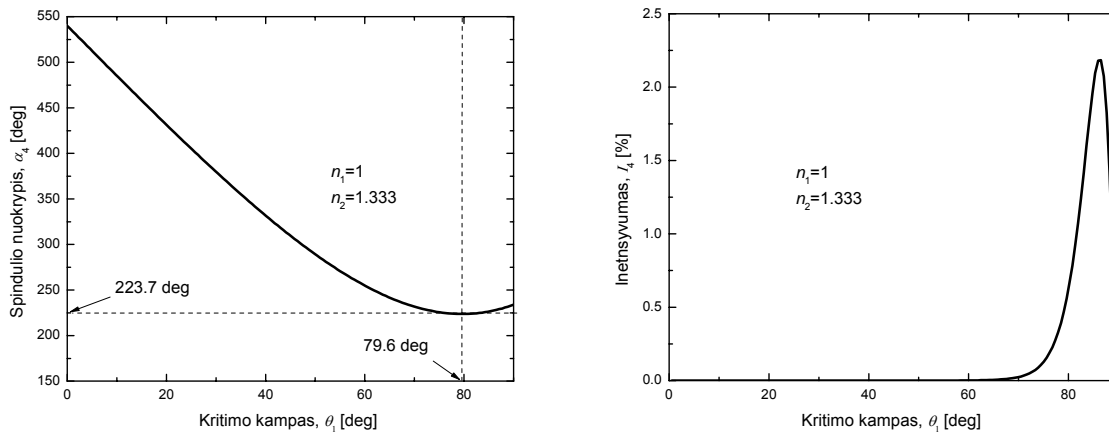
čia

$$\beta_4 = \pi - \theta_1, \quad (36)$$

iš (16) ir (17)

$$\alpha_4 = 3\pi + 2\theta_1 - 10\theta_2. \quad (37)$$

$$\alpha_4(\theta_1) = 3\pi + 2\theta_1 - 10 \arcsin\left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right). \quad (38)$$

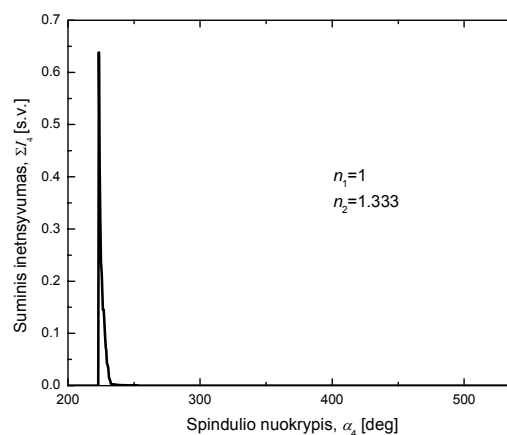


17 pav. Kairėje: *trečios* vaivorykštės spindulio nuokrypio priklausomybė nuo kritimo kampo paskaičiuota pagal (38) išraišką. Dešinėje: spindulio intensyvumo priklausomybė nuo kritimo kampo paskaičiuota pagal (41).

$$\frac{d\alpha_4}{d\theta_1} = 2 - \frac{10n_1 \cos \theta_1}{n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right)^2}} = 0, \quad (39)$$

$$\boxed{\alpha_4 = 223.7^\circ}. \quad (40)$$

$$I_4 = T_{12} R_{21}^4 T_{21} I. \quad (41)$$

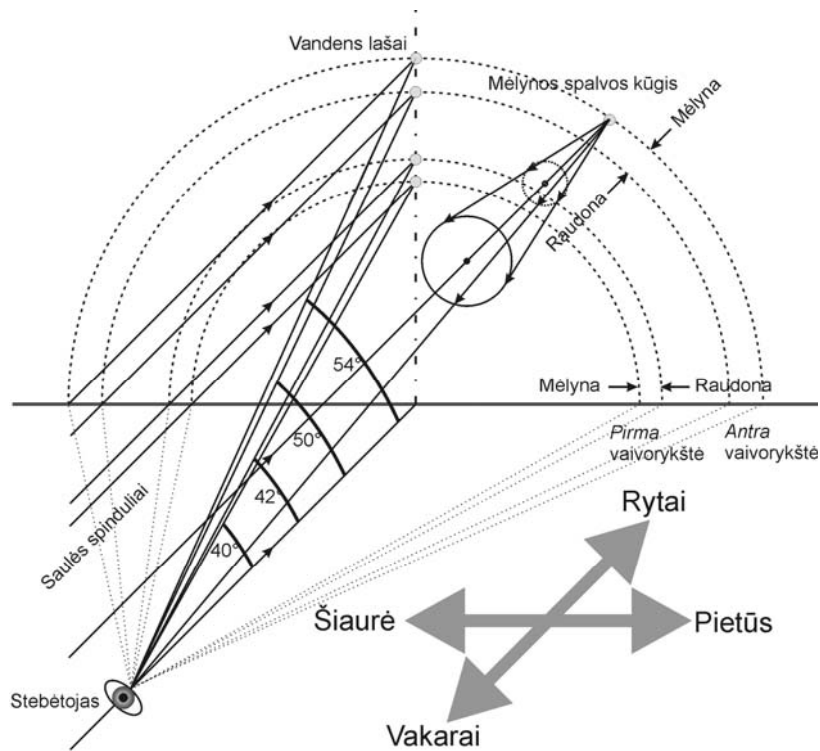


18 pav. *Ketvirtos* vaivorykštės suminio spindulių intensyvumo priklausomybė nuo spindulio nuokrypio kampo. Skaičiavimuose pluoštas sudalintas į 10000 lygių dalių, atsilenkimo kampo intervalas $\Delta\alpha=0.5^\circ$.

Ketvirtoji vaivorykštė yra apie 50 kartų silpnesnė už *pirmąją* vaivorykštę silpnesnė už *pirmąją* vaivorykštę ir ją pamatyti taip pat nėra vilties nes ji susidaro tiesioginių saulės spindulių kryptimi.

2. Kuria kryptimi yra stebimos minėtos dvi vaivorykštės?

Pirma ir *antra* vaivorykštės yra stebimos rytų kryptimi (žr. 19 pav.):



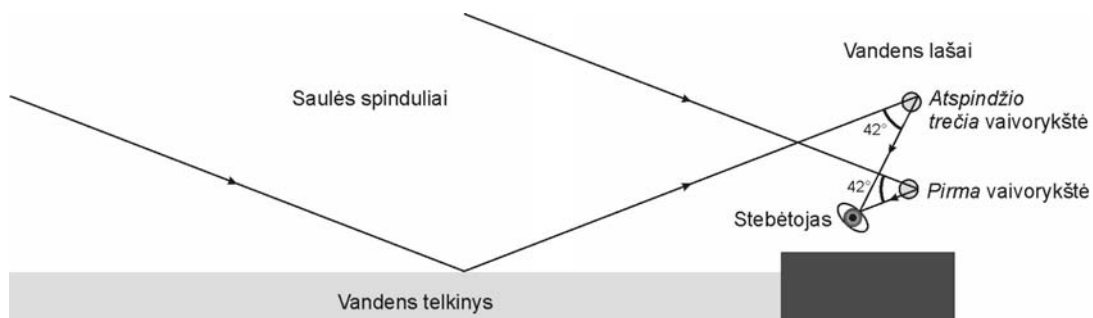
19 pav. Pirmos ir antros vaivorykščių susidarymo schema.

Kadangi rytuose ir zenite tamsūs debesys tai vaivorykštės bus ryškiai matomos tamsiame fone. Jei debesų nebūtų vaivorykščių žmogaus akis gali ir nepastebėti ryškiam dangaus fone.

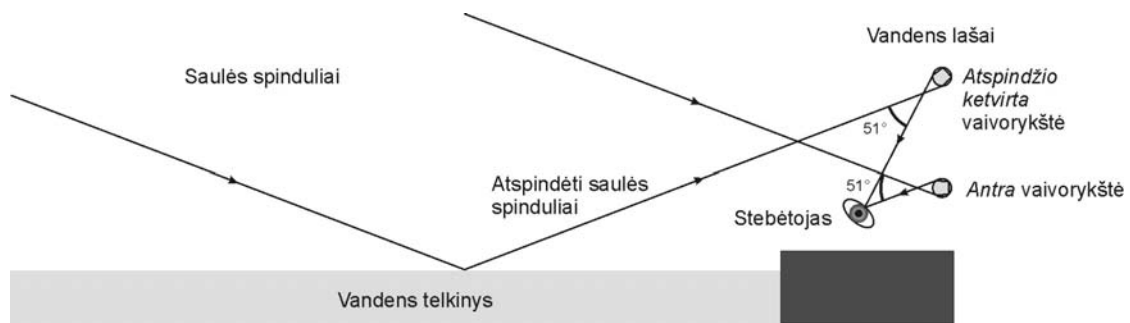
Kiekvienas lašelis išsklaido saulės spindulius, erdvėje nupiešdamas daug spalvotų kūgių, kurių ašis sutampa su krįntančiu saulės spinduliu. Tačiau stebėtoja pasiekia tik tam tikrų išskirtinių lašelių išsklaidyti spinduliai. Tie lašeliai guli kūgio paviršiuje, kurio ašis yra, per stebėtojo pakaušį einantis saulės spindulys. 19 pav. pavaizduotas mėlynos spalvos kūgis iš kurio į stebėtoją pataiko tik vienas mėlynas išsklaidytas spinduliukas.

3. Kokioms išskirtinėms sąlygoms esant, galima būtų stebėti trečią ir ketvirtą vaivorykštės?

Atspindžio trečia ir *atspindžio ketvirta* vaivorykštės susidaro saulės spinduliams atsispindėjus nuo vandens paviršiaus ir atsispindėjus vandens lašeliuose atmosferoje (žr. 20 pav., 21 pav.).



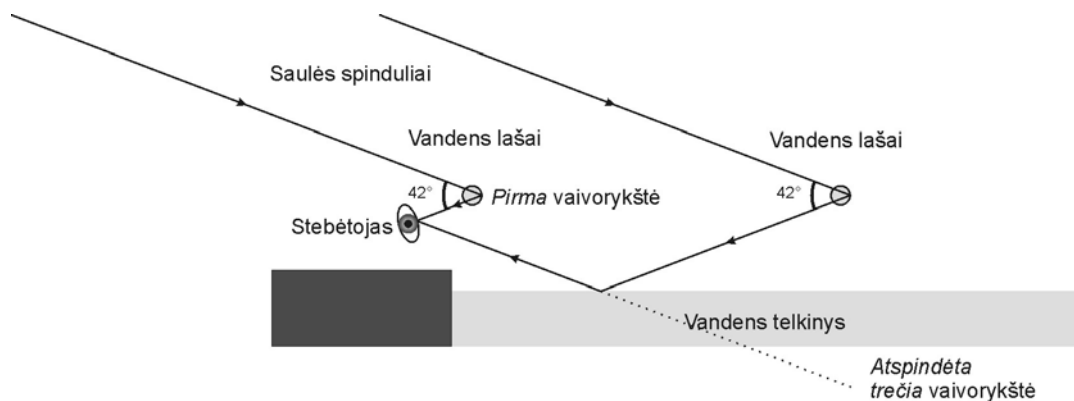
20 pav. Pirmos ir atspindžio trečios vaivorykščių susidarymo schema.



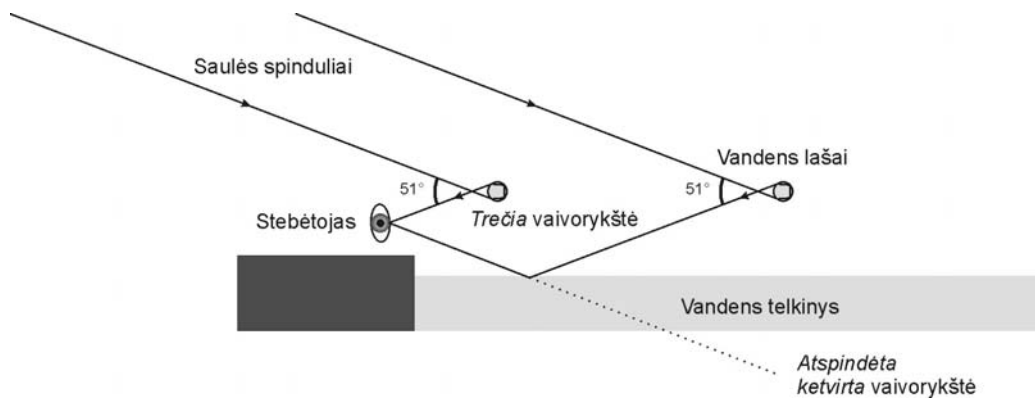
21 pav. Antros ir atspindžio ketvirtos vaivorykščių susidarymo schema.

Jei stebėtojas žiūri į rytus, jam už nugaros yra vandens telkinys tai yra tikimybė, kad stebėtojas rytuose išvys *atspindžio trečią* ir *atspindžio ketvirtą* vaivorykštes.

Atspindėta trečia ir *atspindėta ketvirta* vaivorykštės susidaro saulės spinduliams pirma atsispindėjus vandens lašeliuose ir tik po to atsispindėjus nuo vandens paviršiaus (žr. 22 pav. ir 23 pav.).



22 pav. Pirmos ir atspindėtos trečios vaivorykščių susidarymo schema.



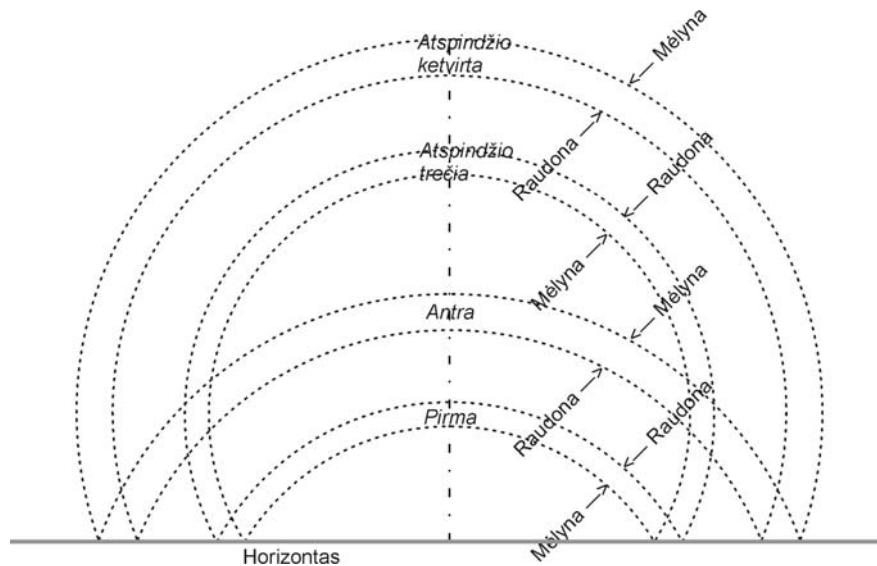
23 pav. Antros ir atspindėtos ketvirtos vaivorykščių susidarymo schema.

Svarbu paminėti jog *atspindėta trečia* ir *atspindėta ketvirta* vaivorykštės nėra tiesioginiai *pirmos* ir *antros* vaivorykščių atspindžiai vandens paviršiuje.

Kad susidarytų *trečia* ir *ketvirta atspindžio* arba *atspindėtos* vaivorykštės reikalingas vandens telkinys.

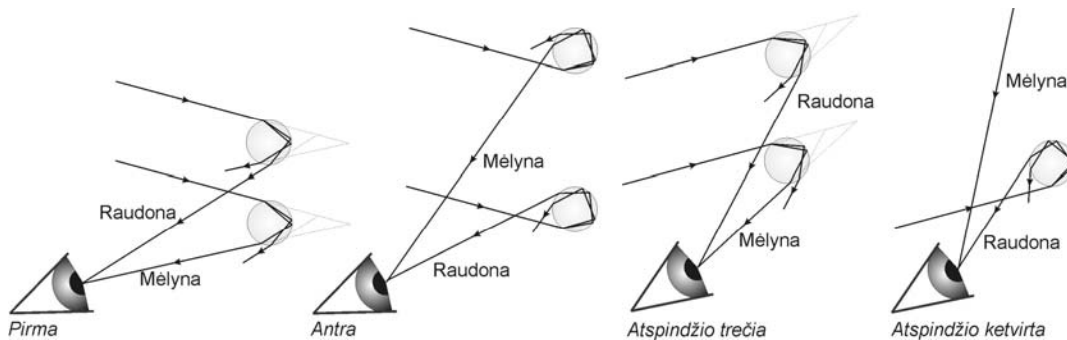
4. Kokia tvarka ir kodėl taip yra išsidėsčiusios pirmosios, antrosios, trečiosios ir ketvirtosios vaivorykščių spalvos?

Pirmosios, antrosios, atspindžio trečiosios ir *atspindžio ketvirtosios* vaivorykščių spalvų išsidėstymas erdvėje pavaizduotas 24 pav..



24 pav. Vaivorykštės spalvų išsidėstymo eiliškumas *pirmoje, antroje, atspindžio trečioje ir atspindžio ketvirtoje* vaivorykštėse.

Primos ir *atspindžio trečios* vaivorykštės matomų spalvų eiliškumas sutampa. Apačioje matoma mėlyna spalva, viršuje raudona. *Antros* ir *atspindžio ketvirtos* vaivorykščių matomų spalvų eiliškumas taip pat sutampa. Apačioje matoma raudona spalva, viršuje mėlyna. Toks spalvų išsidėstymas vaivorykštėse nesunkiai gali būti paaiškintas grafiniu būdu (žr. 25 pav.).



25 pav. Vaivorykštės spalvų išsidėstymo eiliškumo *pirmoje, antroje, atspindžio trečioje ir atspindžio ketvirtoje* vaivorykštėse susidarymas.

Kiekvienos vaivorykštės spindulių eiliškumui nustatyti užtenka nusipiešti bei panagrinti kaip lašelyje lūžta bei atsispindi du, raudonas ir mėlynas spinduliai. Tiesioginės ir *atspindžio* vaivorykštės kertasi horizonte. Jei nupieštume simetrišką vaivorykštę *atspindžio* vaivorykštei horizonto atžvilgiu tai gautume pilną apskritimą.

Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt skelbiamas nuo 2008 04 09.