

2-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
Užduotis Nr. FT2-3 / 2008 08 26 – 09 21

Užduoties sąlyga / FT2-3 ▼

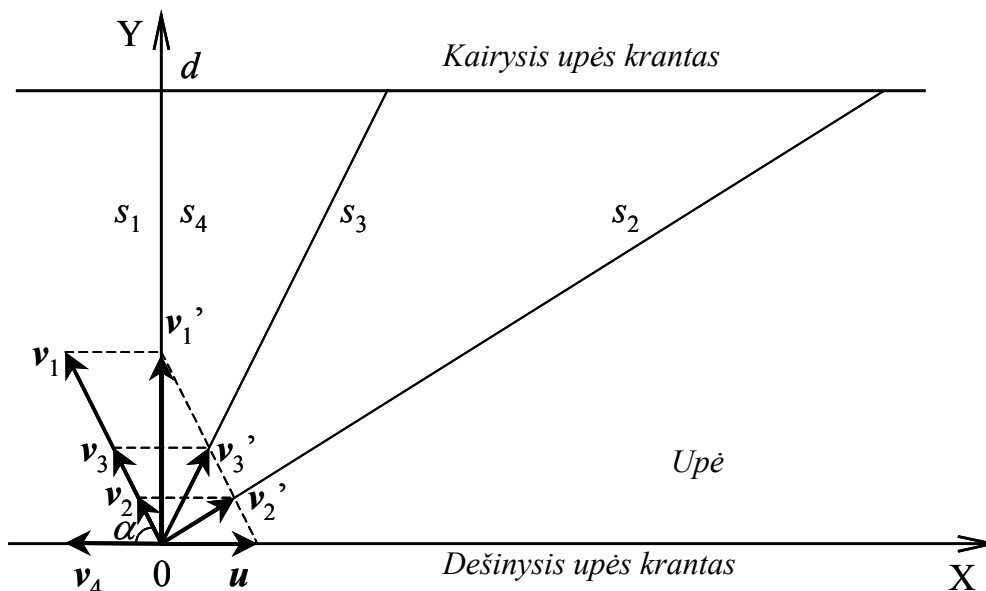
Valtimi per upę

Upė teka 2 m/s greičiu. Ją perplaukiant trumpiausiu keliu irkluotojui valtį teko nukreipti 60° kampu į upės krantą. Koku greičiu vandens atžvilgiu teko irkluoti valtį? Koks yra trumpiausio kelio ir upės pločio santykis? O jei valtys greitis vandens atžvilgiu būtų lygus upės tėkmės greičiui?

Užduotį parengė Vilniaus universiteto Medžiagotyros ir taikomųjų mokslų instituto direktoriaus pavaduotojas, Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Puslaidininkių fizikos katedros docentas, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, steigėjų tarybos narys ir šio Fizikos turnyro užduočių parengimo, jų pateikimo spręsti ir atlikimo vertinimo komisijos pirmininko pavaduotojas dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2008 08 26.

Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT2-3 ▼



Pagal greičių sudėties taisyklę valtys greitis kranto atžvilgiu yra $\vec{v}' = \vec{v} + \vec{u}$, o kelias $s = v't = \frac{v'd}{v \sin \alpha}$; čia \vec{v} žymi valtys greitį vandens atžvilgiu, \vec{u} – upės tėkmės greitį kranto atžvilgiu.

Pagal Pitagoro Samiečio teoremą randame $s^2 = d^2 + (u - v \cos \alpha)^2 t^2$, tai $\frac{s}{d} = \sqrt{1 + \frac{(u - v \cos \alpha)^2}{v^2 \sin^2 \alpha}}$. Mažiausias santykis $\frac{s_1}{d} = 1$ yra tada, kai $v_1 = \frac{u}{\cos \alpha}$, $v_1 = 4 \text{ m/s} > u$; čia $\vec{v}' \perp \vec{u}$. 4 m/s – tai retam irkluotojui pasiekiamas valtys plaukimo greitis! Palyginkite: šiuo metu geriausias vyrų vienvietės akademinės valtys 2000 m irklavimo laikas yra 6:19.32 (Mahe Drysdale iš Naujosios Zelandijos, 2006 metų Pasaulio čempionatas, Poznanė, Lenkija), t. y. valtys plaukimo greitis 5,27 m/s. Be to, realus kelio ir upės pločio santykis visada bus didesnis už vieneta, nes neįmanoma iškart startuoti 4 m/s greičiu, o ir pasiekiant kitą upės krantą irgi reiktų valtį pristabdyti, tad ji papildomai bus panešta pasroviui.

Mažesniai nei upės tėkmės greitis u valtys greičiui santykio $\frac{s}{d}$ minimumo sąlyga yra

$$\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{u - v \cos \alpha}{v \sin \alpha} \right) = 0, \quad v_2 \sin \alpha \cdot v_2 \sin \alpha - (u - v_2 \cos \alpha) v_2 \cos \alpha = 0, \quad \text{iš čia } v_2 = u \cos \alpha,$$

$v_2 = 1 \text{ m/s}$; čia $\vec{v}_2' \perp \vec{v}_2$. Tada $\frac{s_2}{d} = \frac{1}{\cos \alpha}$, $\frac{s_2}{d} = 2$.

Kai $v_3 = u$ ir valtis nukreipiama kampu α , tai $\frac{s_3}{d} = \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}}$, $\frac{s_3}{d} = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1,15$. Kelias

sutrumpėtų mažinant valtys nukreipimo kampą. Itin mažam kampui $\alpha' \ll \alpha$ valtys greičio vandens atžvilgiu projekcija į gulsčią ašį $v_{4X} \approx -u$, o $v_{4Y} \approx \alpha' u \approx 0$ (čia α' radianais); $v_4 \rightarrow 0$, o $\frac{s_4}{d} \rightarrow 1$. Tad tektų irkluoti ilgai ilgai. Jei tai per ilgai, tai valtį galima nukreipti ir ne itin mažu kampu į krantą. Pavyzdžiui, kai $\alpha = 20^\circ$, santykis $\frac{s_4}{d}$ padidėja tik apie 1,5%.

Užduoties aiškinamąjį sprendimą parengė doc.dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2008 10 07.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT2-3 ▼

Kurdamas šią užduotį abejoju, ar ji nebus per prasta 2-ojo fizikos turnyro dalyviams, nes tokios temos uždaviniai yra kone kiekviename mokykliniame uždavinyne, bet visgi ryžausi ją tokią pateikti, kad paskatinčiau turnyre dalyvauti tuos, kurie prisibijo nelengvų turnyro užduočių.

Gal mieliems jauniems kolegoms bus įdomu sužinoti, kad rengdamas šią užduotį netikėtai prisiminiau ir nerūpestingą vaikystę, kai dar buvau gerokai už Jus jaunesnis, jokios fizikos neragavęs, nei apie ją girdėjęs pradinių klasių vaikas, tėvų rūpesčiu kažkurią vasarą su tokiais pat draugais beganantis gimtojo Pakalnės kaimo, kur prie Veprių, žmonių karves ir arklius, kad iš dyko buvimo ką beatostogaudami neprikrėstume. Karštomis vasaros dienomis karves atsivarydavome girdyti Šventosios upėje. Kol jos įsibridusios ramiai sau atrajodavo ir mėgavosi vandens teikiama vėsa, mes spėdavome ir arklius prajodinti, ir valtimi palenktyniauti. Radę pakrantėje gal kokių žvejų paliktą seną prakiurusią irklinę valtį, iš visų jėgų irdavomės ja paeiliui, kuris greičiau nuo vieno kranto iki kito. Laikrodžių tada neturėjome, plaukimo laiką matuodavome tolygiai balsu skaičiuodami... Upę persiirdavau, kai teisėjaujantis suskaičiuodavo berods iki 21, kitą kartą iki 23. Džiaugdavausi, kai pavykdavo laimėti! Kaip dabar pagalvoju, tuomet plaukimo greitis „SI sistemoje“ galėjo būti gal apie koki 1 m/s, o gal ir mažesnis.

O Jūs, ar kada esate įręsi irkline valtimi? O matavę laiką, bandę apskaičiuoti savo ar kitų irkluočių greitį? (Čia, atsiprašydamas už nesusilaikymą ir spontanišką nukrypimą į vaikystę, skubu pereiti prie užduoties.)

Užduotis pradžioje sprendžiama kiek idealizuotu atveju, kai upėje vandens tėkmės greitis visur vienodas, o valtys greitis kranto atžvilgiu lygus vektorinei sumai dviejų greičių: jos greičio vandens atžvilgiu ir upės tėkmės greičio krantų atžvilgiu. Tai klasikinė greičių vektorių sudėties taisyklė iš mokyklinių fizikos vadovėlių. Ir tai suprantama, nes neatsižvelgus ir į tai, kad valtis ne iškart prie kranto pasiekia užduotyje ieškomą greitį, o prie kito kranto paprastai būna

pristabdoma, kad nesmegtų į jį, gaunamas trumpiausias kelias, lygus upės pločiui (gal tik koks krokodilas, manau, galėtų krante išibėgėti, šokti į vandenį ir iškart nuo kranto pradėti plaukti 4m/s greičiu ir čiupti nusižiūrėtą grobį kitame krante nestabdydamas tuo pačiu greičiu). Valties greitis vandens atžvilgiu net 4m/s, kuri įgyti ne kiekvienam irklutojui ne bet kokia valtimi lemta (ar bandei pats paplaukti ežere 4 m/s greičiu?). Praktiškai beveik visi sprendusieji ir gavusieji tokį rezultatą nesivargino analizuoti, ar įmanoma plaukti pastoviu 4m/s greičiu ir dar statmenai krantui. O jei užduoties sąlygoje upės tėkmės greitis būtų 5m/s, ar pajęgtų vargšas irklutojas išvystyti dukart didesnį, t. y. 10m/s greitį?! Tikrai ne, nes kaip rašiau aiškinamajame sprendime, pasaulio rekordai sportinėmis akademinėmis valtimis, baidarėmis ar kanojomis yra pasiekiami sunkiai įveikiant 5 m/s, o iriantis paprasta irklone valtimi greičio 4 m/s pasiekti tiesiog neįmanoma! Statmenai krantui plaukti praktiškai neįmanoma ir dėl to, kad valties greitis vandens atžvilgiu ties krantais kinta – didėja startuojant ir mažėja ties kitu krantu pristabdant – valtis tada panešama pasroviui. Tad valties kelias gali būti tik ilgesnis nei upės plotis, o ne lygus jam (suprantama, jei valtis trumpa, o upė plati). Gaila, kad niekas neanalizavo atvejo, kai upė yra siaura palyginus su valties matmenimis – tada kelias galėtų būti ir trumpesnis už upės plotį, bet kyla tada kitas klausimas – kur išvystyti tą visų taip sprendusių užduotį gautą 4m/s greitį?

Statmenai upę perplaukti trumpiausiu keliu, lygiu upės pločiui, nepamažstant kaip tai padaryti realiame gyvenime, o ir svarbiausia - nepabandžius tai padaryti – tai reiškia prisipažinti žiauriai klydus, ir kad fizika yra ne eksperimentinis mokslas, o tik manipuliavo formulėmis padarinys.

Tik keleto turnyro dalyvių – šios užduoties sprendimo lyderių – rastas valties greitis vandens atžvilgiu, lygus 1m/s, jau kiek realesnis upių irklinėms valtimis. Beje, čia reikia atkreipti dėmesį, kad trumpiausio kelio paieška yra glaudžiai susieta su valties greičio kranto atžvilgiu vektoriaus statmenumu upės tėkmės greičio vektoriui, kai valties greičio vandens atžvilgiu modulis yra didesnis už upės tėkmės greičio kranto atžvilgiu modulį. Gi kai valtį vandens atžvilgiu pajėgiama irkluoti tik mažesniu nei upės tėkmės kranto atžvilgiu greičiu, tai valties greičio kranto atžvilgiu vektorius statmenas valties greičio vandens atžvilgiu vektoriui.

Nestandartinis ir užduoties trečiasis klausimas, kai valties greitis vandens atžvilgiu lygus upės tėkmės greičiui. Suskaičiuotas kelio ir upės pločio santykis dėl ką tik nurodytų aplinkybių visgi didesnis už 1,15, kai valtis orientuojama užduoties sąlygoje duotu kampu. Dėl minėtų vektorių statmenumo visgi ir čia įdomu: kai valties greičio vandens atžvilgiu vektoriaus sudaromas su krantu kampas artėja prie itin mažo, tai valties greičio kranto atžvilgiu vektorius artėja prie statmens tiek upės tėkmės greičio vektoriui ir tuo pačiu krantui, tiek ir valties greičio vandens atžvilgiu vektoriui, suprantama, iki itin mažo.

Ir pabaigai paprasta praktinė rekomendacija: jei pageidaujate kada nors upę perplaukti statmenai, tai žinokite, kad valtį irkluoti itin dideliu 4m/s greičiu ar vandens atžvilgiu irtis upės tėkmės kranto atžvilgiu greičiu tikrai nepavyks, tad irkluoti teks tik kiek didesniu nei 2m/s greičiu. Verta pabandyti! Ne taip jau seniai garsiojo J.W.Goethe Mefistofelis Faustą paprotino, kad teorija – sausa šaka, už tai gyvenimo vaisingas medis žydi!

Ir dar apie užduočių sprendimų surašymo kokybę:

1. Kai kurie dalyviai visiškai nekreipia dėmesio į svetainėje pateiktus reikalavimus fizikos turnyro užduočių sprendimams rašyti ir siųsti. Pvz.:
 - a) sprendimą surašo ranka, skenuoja ir siunčia;
 - b) surenka kompiuteriu tik tekstą, o skenuoja brėžinį ir formules, įstato tai į tekstą;
 - c) skenuojamam brėžiniui paruošti namuose neranda net tokio „sudėtingo“ fizikinio prietaiso, kaip liniuotė;
 - d) jei visgi brėžia kompiuteriu, tai tokį hieroglifą suraito, kad neįmanoma jo suvokti;
 - e) net yra sprendimų atsiųstų be brėžinio.

2. Fizikos užduoties sprendime yra visada būtinas paaiškinimas, kodėl užduotis būtų taip sprendžiama, kokios prielaidos ar dėsniai reikalingi, bet yra dalyvių, kurie pateikia:
- tik formules be paaiškinimų;
 - tik atsakymus.

Maloniai prašau ateityje nekartoti čia minėtų užduočių pateikimo įforminimo trūkumų, nes už visus juos yra mažinamas užduoties sprendimo galutinis bendras įvertinimas.

Užduoties sprendimo aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2008 10 09.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT2-3 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1	Gauti atsakymas 4 m/s ir kelias, lygus upės pločiui	4,0
2	Gautas valtės greitis, mažesnis už upės tėkmės greitį	3,0
3	Išsiaiškinta, kaip plaukti greičiu, lygiu upės tėkmės greičiui	3,0
4	Nėra brėžinio	-1,0
5	Nėra paaiškinimo (kiekvienam iš 3 pateiktų klausimų)	-0,5
6	Neaptartas atvejis, kai $s = d$	Iki -0,5
7	Kiti netikslumai (kiekvienam iš 3 pateiktų klausimų)	Iki -0,5
Maksimalus sprendimo įvertinimas		10,0

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2008 10 10.